

高等学校试用教材

轮机自动化

上册

(轮机管理专业用)

大连海运学院
赵兴贤 编

人民交通出版社

169575

高等学校试用教材

轮机自动化

上册

(轮机管理专业用)

大连海运学院 赵兴贤 编

人民交通出版社

内 容 提 要

全书分上、中、下三册。上册主要内容为自动控制基础、控制对象的特性、控制装置的特性、控制系统的分析、逻辑控制基础、组合逻辑回路和时序逻辑回路等。

本书是水运高等学校轮机管理专业的试用教材，可作为船舶动力装置专业的教学参考书，也可供远洋和沿海机务部门、轮机管理人员以及修造船厂技术人员学习参考。

高等学校试用教材

轮机自动化

上 册

(轮机管理专业用)

大连海运学院 赵兴贤 编

人民交通出版社出版
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售
人民交通出版社印刷厂印

开本：787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张：14.5 字数：341 千

1983年5月 第1版

1983年5月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4,450 册 定价：1.50元

前 言

本书是在1980年版《轮机自动化》的基础上,并根据交通部水运系统高等学校1982年通过的轮机管理专业五年制教育计划中的轮机自动化课程大纲编写的。全书分上、中、下三册。上册为轮机自动化基础部分(70学时),中、下册为轮机自动化系统部分(155学时)。其中,上册的主要内容为自动控制基础、控制对象特性、控制装置特性、控制系统分析、逻辑控制基础、组合逻辑控制和时序逻辑控制回路等;中册的主要内容为气动仪表、电动仪表、柴油机冷却水温度和燃油粘度控制、柴油机主机遥控、锅炉自动化;下册主要内容为机舱集中监视、微型计算机的应用和电站自动化等。

《轮机自动化》涉及的内容极为广泛,在选材和叙述上,力求从国内外远洋船舶轮机自动化的实际出发,既侧重于基本概念、基本方法和典型的实际控制系统,又注意了培养学生分析问题和解决问题的能力。为了便于教学和有关人员参考,全书的内容还注意了适当的深度和广度。

《轮机自动化》由赵兴贤、张德一主编,上册由赵兴贤编写。全书由浦宝康主审,刘直、王鼎惠、牛宝来、黄读业、张兆鹏等审阅,于群绘图。

本书在编写过程中,得到中国远洋运输总公司及其分公司、兄弟院校有关教研室的支持和帮助,谨在此表示感谢。

由于编者水平有限,时间匆促,书中一定存在缺点和错误,恳请读者批评指正。

目 录

| | |
|----------------------------|-----|
| 第一章 绪论 | 1 |
| 第一节 概述..... | 1 |
| 第二节 自动控制系统..... | 2 |
| 第三节 自动控制系统的动态过程..... | 5 |
| 第二章 自动控制基础 | 9 |
| 第一节 拉普拉斯变换..... | 9 |
| 第二节 传递函数..... | 15 |
| 第三节 方框图..... | 17 |
| 第四节 阶跃响应..... | 24 |
| 第五节 频率响应..... | 32 |
| 第三章 控制对象的特性 | 44 |
| 第一节 对象特性的基本概念..... | 44 |
| 第二节 典型控制对象的数学模型..... | 52 |
| 第四章 自动控制装置的特性 | 66 |
| 第一节 基本单元的特性..... | 66 |
| 第二节 双位作用..... | 82 |
| 第三节 比例作用..... | 83 |
| 第四节 比例积分作用..... | 90 |
| 第五节 比例微分作用..... | 94 |
| 第六节 比例积分微分作用..... | 95 |
| 第五章 自动控制系统的分析 | 99 |
| 第一节 系统误差..... | 99 |
| 第二节 稳定性分析..... | 107 |
| 第三节 闭环频率特性..... | 116 |
| 第四节 影响系统性能的主要因素..... | 120 |
| 第五节 控制系统校正的概念..... | 125 |
| 第六章 逻辑控制基础 | 131 |
| 第一节 命题和集合的概念..... | 131 |
| 第二节 数的表示..... | 136 |
| 第三节 逻辑代数..... | 138 |
| 第七章 组合逻辑回路 | 148 |
| 第一节 组合逻辑回路的分析与综合..... | 148 |
| 第二节 逻辑函数的化简..... | 151 |
| 第三节 二极管矩阵式组合逻辑回路..... | 158 |

| | | |
|------------|----------------------|------------|
| 第四节 | 用电子元件构成的组合逻辑回路····· | 162 |
| 第五节 | 气动组合逻辑回路····· | 166 |
| 第八章 | 时序逻辑回路····· | 169 |
| 第一节 | 时序逻辑回路的概念和时序机模型····· | 169 |
| 第二节 | 记忆元件····· | 175 |
| 第三节 | 同步时序逻辑回路····· | 176 |
| 第四节 | 异步时序逻辑回路····· | 186 |
| 第五节 | 气动时序逻辑回路····· | 189 |
| 附录一 | 本书主要符号说明····· | 197 |
| 附录二 | 本书各章习题····· | 199 |
| 附录三 | 频率特性计算图表····· | 205 |
| 附录四 | 常用校正装置····· | 207 |
| 附录五 | 控制系统的数学模拟研究····· | 209 |
| 附录六 | 上册主要参考文献····· | 226 |

第一章 绪 论

内 容 提 要

简略地介绍轮机自动化的发展概况；轮机自动化基础部分的主要内容；开环系统与闭环系统的含义；自动控制系统的分类；自动控制系统的动态过程（如介绍几项常用的过程控制品质指标）和系统的典型输入信号。

第一节 概 述

在60年代以前的几十年中，船舶动力装置虽然只是局部地采用了自动化装置，但对动力装置的正常运行和船舶的安全航行却取得了可喜的效果。随着自动化装置的设计、制造和管理等方面经验的日趋成熟，采用单项和局部的自动化装置的船舶逐渐增多。在60年代初，出现了集中控制和集中监视。其特点是在机舱内设置集中监视屏和控制台，有的还把集中监视屏、控制台设在有隔音和空调设备的舱室中（即集中控制室），只有一个值班人员在这里对动力装置进行监视和控制。

60年代中后期，主要海运国家的船级社，相继在船舶的入级规范中，增添了自动控制、遥控和自动化仪表部分。如提出设置自动化装置的一般要求（比如，在自动化装置设计安装时，应考虑到实用、安全，在万一失灵的情况下，应不影响船舶的安全航行）；对各种类型的船舶动力装置提出应设有哪些自动化装置（包括自动化仪表、安全保护和报警装置）以及这些自动化装置的安装地点、部位及其功能；明确船级社的职责，以及船级社、船厂和船舶营运机构的关系等等。

所谓“无人机舱”（又称无人值班机舱），简单地说，就是利用自动化设备，代替轮机人员在机舱值班期间的操作管理工作，从而实现在一段时间内，如8小时、12小时、24小时甚至36小时机舱里无需轮机人员值班。

到了60年代末期，出现了采用电子计算机控制的自动化船舶。这种船舶的一个显著特点是，超出了机舱自动化范围，在导航、机舱、货物装卸、报务、甚至医疗等方面实现了全面的自动化。到70年代后期，微型电子计算机已陆续用于船上。

轮机自动化通常用于：主、辅机的遥控；数据的自动记录和处理；运行情况的集中监视和自动控制；自动诊断动力装置发生故障的原因并提出排除故障的建议；电站的调压、调频、负载分配、备用发电机的自动起动；冷藏和空调自动化及火灾探测等。

轮机自动化就其控制对象或控制过程来分，种类繁多，不胜枚举。但就其所控制的变量性质来说，不外乎连续和断续两大类。这两大类又都广义的称为自动控制。连续控制是指被控制变量（被控量）不管干扰多大，都能紧跟给定值连续变动的系统。连续系统的变量也可以通过采样测取方式转换成时间的离散量，构成采样控制系统。断续控制的变量是开关量，如电量的有或无；气动元件中气压信号的有或无等。如果控制系统输出变量的有或无取决于

逻辑条件，或取决于时间先后次序，或是操作顺序，则控制系统又称为顺序控制。

轮机自动化基础是研究轮机自动化系统的基础理论部分。它包括反馈控制基础和逻辑控制基础两部分。

所谓自动控制就是在没有人直接参加的情况下，利用控制装置使被控对象自动地按照预定的规律运行或变化。自动控制理论就是研究自动控制共同规律的一门学科。它的发展初期是以反馈理论为基础的理论体系，并在工程实践中得到成功的应用。一般把这个时期应用的自动控制理论称为经典控制理论。经典控制理论主要研究单输入单输出系统的输出控制。它的数学工具是传递函数，它的主要研究方法是频率法和根轨迹法。同时，它仅仅把给定值和被控量测量值的偏差作为基本量。通过随时进行的反馈比较修正，使系统达到预期的品质指标。从五十年代开始，由于宇航技术的发展，要求高性能、高精度的复杂系统。这样一来，经典控制理论已不能满足要求，另一方面，电子数字计算技术的高度发展，又在客观上提供了必要的技术手段，使得自动控制理论又发展到一个新的阶段——现代控制理论。现代控制理论是研究多输入多输出控制系统的状态控制，它的数学工具是矢量微分方程理论、矩阵论和集合论。它的主要方法是状态空间方法。目前，现代控制理论已成功地应用在宇航、航空、航海及工业生产中。由于篇幅所限，本书只介绍经典控制理论。

第二节 自动控制系统

所谓自动控制系统是指能够对被控对象的工作状态进行自动控制的整个系统。它一般由被控对象和控制装置组成。

被控对象（简称对象）是指要求实现自动控制的机器、设备或生产过程。还可以说，它是一种过程，一台机器设备，再大一些可以是一个生产系统。如柴油机、锅炉、加热器、电机以及机舱动力装置运行过程等。控制装置是指对被控对象起控制作用的设备总称。如调节器、执行器、测量装置以及各种类型的遥控装置等。

一、开环控制系统

图1-2-1(a)示出锅炉水位扰动控制系统（又称前馈控制），它是一个开环控制系统。锅炉是被控对象，锅炉水位是要求实现自动控制的物理量，称为被控量。通过扰动控制器的输出可以改变控制量——给水量，从而达到控制锅炉水位的目的。此系统的结构方框图如图1-2-1(b)所示。当锅炉的运行条件变化时，如锅炉负荷（供汽量）变化、燃烧强度变化、给水压力变化等，都能导致被控量——水位发生变化。通常把影响被控量偏离给定值的因素称为系统的扰动作用。这种被控量（水位）对控制量（给水量）没有反向作用的系统称为开环系统。显然，开环系统既不需要对被控量进行测量，也不需要将被控量反向馈送到系统输入端与输入量进行比较，故开环系统的控制精度较低。

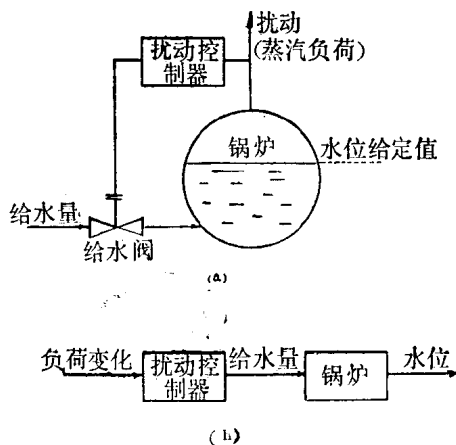


图1-2-1 开环控制系统

二、闭环控制系统

图1-2-2(a)示出锅炉水位闭环控制系统。系统中用参考水位罐发讯锅炉水位变化，并将水位信号送到差压变送器转换成气压信号（水位测量信号），最后送到气动调节器。气动调节器根据水位给定信号与水位测量信号的偏差大小及方向，输出某一控制量。调节阀根据控制量的大小和方向改变调节阀开度，即改变给水量，使被控量水位接近给定值。该闭环系统的结构方框图如图1-2-2(b)所示。

比较图1-2-1和图1-2-2两个系统，不难看出闭环系统与开环系统的区别为：闭环系统存在一条从被控量（水位）经测量单元（差压变送器）到输入端的通道，称为反馈通道。从给定值（水位）、调节器、调节阀（执行单元）到锅炉（被控对象）的通道称前向通道。可见，闭环系统需要测量被控量，被控量的测量值应与给定值相比较，比较的结果——偏差 e 再对控制量进行修正。其中，给定值 r 大于测量值 z 的偏差 e 称为正偏差，反之称负偏差。

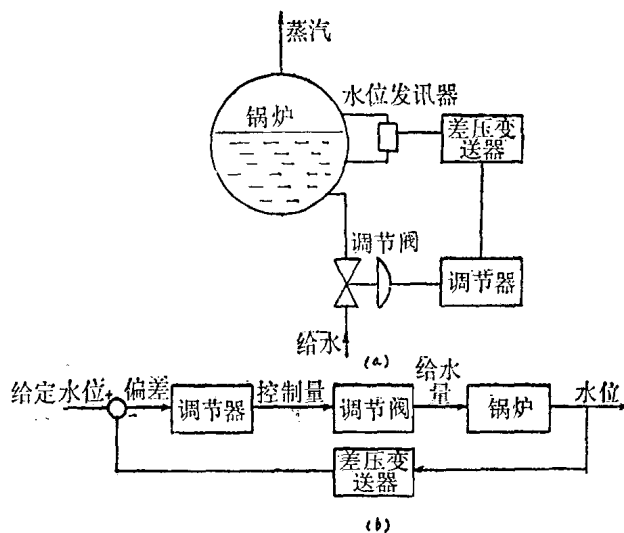


图1-2-2 闭环控制系统

在锅炉水位控制系统中，水位变化是受调节器控制的。为了鉴别水位变化的实际值与给定值之间是否存在偏差，要求随时把水位变化送入调节单元的输入端（比较元件），如此循环鉴别，直到偏差被消除或减小到允许的程度为止。所以，在控制理论中，通常把输出量的全部或一部分信号返回到输入端的过程称为反馈。反馈的结果若是有利于加强该闭环系统输入效应的称正反馈，反之，其作用是减弱该闭环系统输入效应的称负反馈。这就是前述按偏差进行控制的闭环系统称为反馈控制系统的原因所在。如舵机的追随机构、液压调速器的补偿机构都属于反馈原理的具体应用。自动调节器就是通过内部反馈方式，使输入和输出之间获得预期的调节作用规律，满足控制系统的要求。

通常把闭环控制系统基本组成元件及其机能归纳如下：

测量单元 对系统输出量（被控量）进行测量，如差压变送器；

比较元件 对被控量（或测量值）与给定值进行比较，给出偏差信号，通常用○符号表示；

执行单元 根据调节器输出的控制量大小和方向来控制被控对象，使被控量接近给定值，如调节阀；

调节器 根据偏差信号的大小和方向，输出相应地控制量；

被控对象 指需要控制的机器、设备或生产过程，如锅炉。

观察系统结构方框图，不难看出，每个方框的输出是输入作用所引起的，但输出不能反过来直接影响输入。从整个系统来看，信号只能沿着箭头方向传递，而不能反向传递。这种信号单向传递的特性称为自动控制系统作用的单向性。同时，控制系统还存在两种作用，即给定信号作用和扰动作用。

三、自动控制系统的分类

自动控制系统的分类方法很多。根据系统元件特性是否线性，而分为线性系统和非线性系统。根据系统内信号传递方式可分为连续系统和断续系统。根据被控量所遵循的规律又可分为定值、随动和程序控制系统等。

在定值控制系统中，给定值为常数。定值控制系统的作用是保持给定值不变。机舱动力装置热工参数的控制多属于定值控制。如锅炉水位、锅炉汽压、柴油机冷却水温度和燃油粘度控制等。应指出，定值控制系统的给定值调好投运后，一般就不再改变了。

在随动和程序控制系统中，给定值不是常数。控制系统的作用是使被控量始终跟踪给定值，并随给定值变化。两者的区别：随动系统的给定值是随时变化的，即给定值相对于时间的变化规律预先无法知道；程序控制系统的给定值是根据生产过程的要求，按照预先确定的变化规律变化的。随动系统就其原来的字义，就是随着某个量而动作的意思。随动操舵就是一个实例。它根据避碰、风向、潮流等预先无法知道的各种因素进行随动操舵。这些因素便构成了操舵这个随动系统的给定值。显然，给定值的变化是随机的。在船舶柴油机主机自动遥控系统中，柴油机增减负荷的控制过程就是按预先规定的增减负荷的变化规律来改变转速给定值的程序控制系统。它能防止柴油机气缸出现不允许的热应力变化，提高柴油机运行的可靠性。图 1-2-3 示出低速柴油机正车运行负荷程序。所以说程序控制的给定值是预先确定的时间函数。

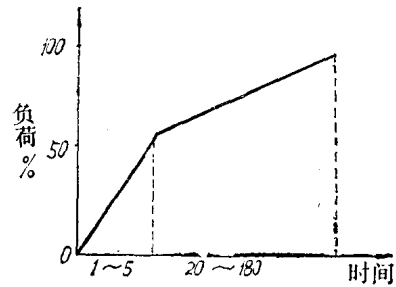


图 1-2-3 柴油机正车运行负荷程序

按调节器作用规律来分，有位式、单速作用、比例、积分、微分和复合作用等。下面简单介绍每种调节作用规律的输入偏差 e 与输出量 p 之间的关系。

位式作用规律根据测量值 z 来确定输出量 p 。按输出量的稳态值可分：双位作用和多位作用。双位作用是指当测量值 z 超过设定值 r （出现负偏差）时，输出 $p=0\%$ ；当 z 低于 r （出现正偏差）时，输出 $p=100\%$ ，其变化规律如图 1-2-4(a)。多位作用是在双位作用的基础上，通过增加设定值 r 的个数，使输出量 p 处于不同的值，如图 1-2-4(b) 所示。应指出，前述分析都略去了不灵敏区的影响。

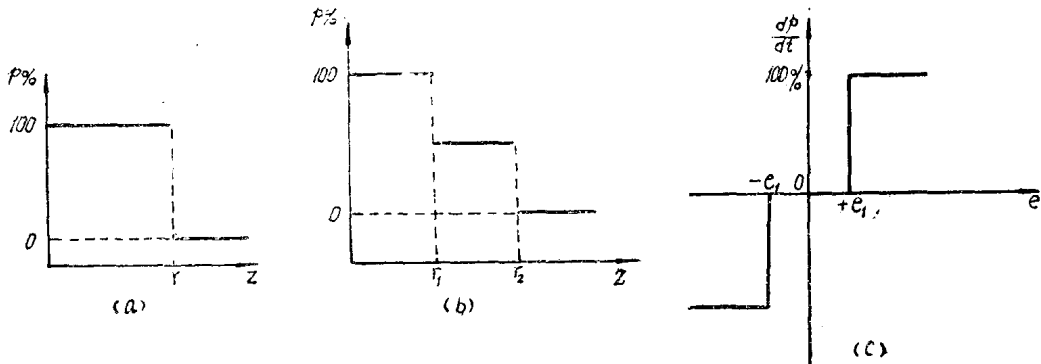


图 1-2-4 位式和单速作用

单速作用规律是指输入偏差处于 $e > +e_1$ 或 $e < -e_1$ 时，输出量以 dp/dt 恒速变化规律变化到两个极端状态（即 $\pm 100\%$ ），否则输出量处于原始状态，如图 1-2-4(c) 所示。船上控

制废气锅炉烟道档板的伺服电机就具有单速作用。

比例作用规律 (简写 P) 指输出量 p 与输入偏差 e 成比例关系, 其数学表达式为

$$p = ke \quad (1-2-1)$$

积分作用规律 (简写 I) 指输出量 p 与输入偏差 e 的积分成比例关系, 其数学表达式为

$$p = \frac{1}{T_i} \int e dt \quad (1-2-2)$$

微分作用规律 (简写 D) 指输出量 p 与输入偏差 e 的导数成比例关系, 其数学表达式为

$$p = T_d \frac{de}{dt} \quad (1-2-3)$$

复合作用规律是指比例积分 (PI)、比例微分 (PD)、比例积分微分 (PID) 三种作用规律。其数学表达式分别为

$$(PI) \quad P = k \left(e + \frac{1}{T_i} \int e dt \right) \quad (1-2-4)$$

$$(PD) \quad P = k \left(e + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (1-2-5)$$

$$(PID) \quad P = k \left(e + \frac{1}{T_i} \int e dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (1-2-6)$$

式中: k ——比例系数;

T_i ——积分时间;

T_d ——微分时间;

p ——调节器输出;

e ——调节器输入偏差。

此外, 尚有最优控制。“最优”是指使控制系统实现对某种性能指标为最佳的控制。如锅炉燃烧控制系统希望达到最佳的空气—燃料比; 人造卫星运载火箭希望实现燃料消耗最少等。

第三节 自动控制系统的动态过程

一、自动控制系统的动态过程

为了完成自动控制的基本任务, 应对系统在控制过程中表现出来的性能提出要求。

通常在没有外部作用时, 系统处于平衡状态, 它的输出保持原来的状态不变。当系统受到外部作用时, 其输出量将发生变化。由于系统总是或多或少的存在惯性, 所以输出量不可能立即发生变化, 而是有一个过渡过程, 这在自动控制中称为动态过程。如前面介绍的锅炉水位控制系统 (图 1-2-2), 在给定输入和扰动输入作用下的过渡过程曲线分别如图 1-3-1 (a) 和 (b) 所示。

动态过程的性能是自动控制系统质量的重要标志。其中, 首先要求的是稳定性, 即当系统受到外部作用时, 输出量的过渡过程能随着时间的推移而衰减, 并在最终能接近希望值。图 1-3-1 所示的系统就是稳定的。不稳定的系统, 其输出量的过渡过程能随着时间的推移而增长, 或者表现为等幅振荡, 如图 1-3-2 所示。

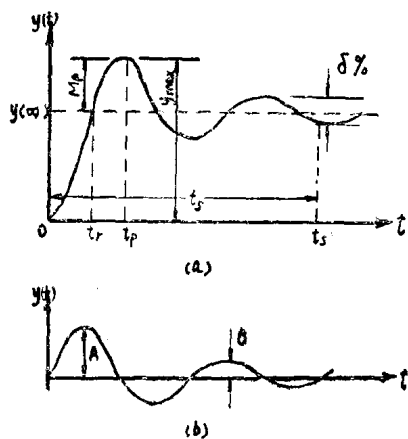


图1-3-1 给定和扰动输入作用下的过渡过程曲线
(a)给定作用；(b)扰动作用

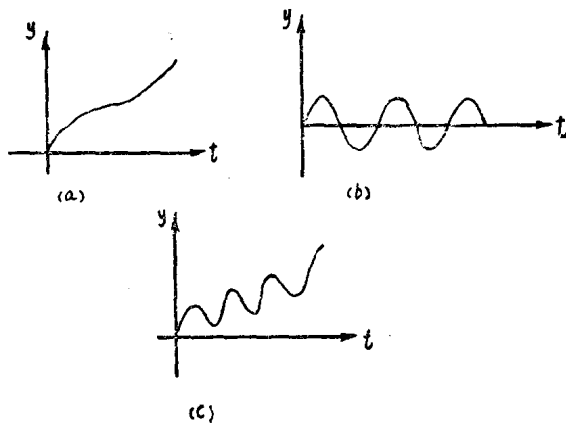


图1-3-2 不稳定系统的过渡过程曲线
(a)单调发散；(b)等幅振荡；(c)振荡发散

其次，要求系统最终输出量应准确地达到希望值，否则将产生稳态误差。系统的稳态误差应满足准确度要求。

下面介绍自动控制系统的常用品质指标（图1-3-1）：

1. 上升时间 t_r 在单位阶跃作用时，输出量 y 从零上升到第一次达到稳态值所需的时间。它是反映调节过程快速性的一个指标。
2. 峰值时间 t_p 在单位阶跃作用时，输出量达到第一个峰值所需的时间。
3. 超调量 σ_p 在过渡过程中，输出量的最大偏差 $M_p = y_{\max} - y(\infty)$ 与稳态值 $y(\infty)$ 之比，即

$$\sigma_p = \frac{y_{\max} - y(\infty)}{y(\infty)}$$

式中 y_{\max} 为 $y(t)$ 的最大值，多为过渡过程中的第一个波峰值。它是反映系统稳定性能的一个指标。

4. 衰减率 φ 控制系统在以阶跃扰动作用时，不能应用超调量这项指标，而需要用衰减率 φ 这项指标，通常用下式表示：

$$\varphi = \frac{A - B}{A}$$

式中 A 和 B 为衰减振荡过程中同相第一和第二两个波峰。若 φ 值大则说明系统抗干扰能力强，能迅速克服扰动给系统带来的影响。 φ 值小，则说明系统为克服扰动带来的影响要经过多次振荡，这是一般不希望出现的。通常认为 $\varphi = 0.75 \sim 0.9$ 为宜。这项指标多用于定值系统。

5. 过渡过程时间 t_s 。当 $t \geq t_s$ 时，并满足

$$\frac{|y(t) - y(\infty)|}{y(\infty)} \leq \delta\%$$

式中 $y(t)$ 表示输出被控量， $y(\infty)$ 表示最终稳态值。通常取 $\delta\% = 2 \sim 5\%$ 。显然，它反映过渡过程的快速性能。

6. 最大动态偏差 对于衰减振荡过程来说，即指第一个波峰值与给定值之差。

7. 静态偏差（即稳态误差）指过渡过程结束后尚残存的偏差。对于定值系统，是指扰

动作用下，最后偏离原稳态值的大小；对于随动系统是指偏离给定值的大小。它反映系统的精度。

8. 振荡次数 是指被控量在过渡过程时间内的振荡次数。

在综合自动控制系统时，按具体系统的要求选择上述某几项时间域响应指标。如果用频率法进行综合时，则用与上述指标相应的频率域响应指标来表征。如谐振频率 ω_r 、谐振峰值 M_r 、截止频率 ω_c 、频带宽度和剪切率等。

二、典型输入

自动控制系统的输入量是多种多样的，既有确定性的输入，又有随机性的输入。对于不同的输入，系统就有不同的输出特性，通常称为响应特性。为了便于研究，通常选用几种确定性函数作为典型输入。目前常用的典型输入函数有下述几种。

1. 单位阶跃函数 $1(t)$ 单位阶跃函数 $1(t)$ 定义为

$$1(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

对于幅值为 A 的阶跃函数可表示为

$$f(t) = A \cdot 1(t)$$

在自动控制系统中，单位阶跃函数是应用最多的一种评价系统动态性能的典型输入，如图 1-3-3(a) 所示。

2. 单位斜坡函数 $f(t)$ 单位斜坡函数的定义为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$$

即

$$f(t) = t$$

上式表示从 $t = 0$ 时刻开始， $f(t)$ 随时间的推移，以速度为 1 恒速变化。对于速度为 R 的斜坡函数可表示为

$$f(t) = Rt$$

如图 1-3-3(b) 所示。

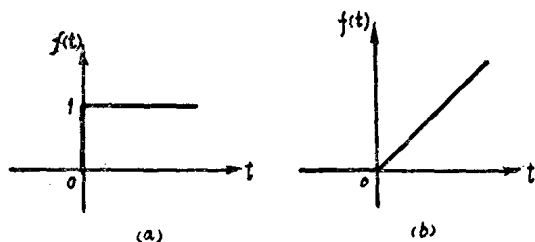


图 1-3-3 单位阶跃和斜坡函数

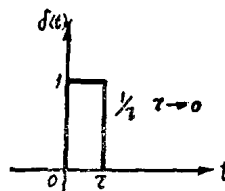


图 1-3-4 单位脉冲

3. 单位脉冲函数 $\delta(t)$ 单位脉冲函数 $\delta(t)$ 定义为

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, t > 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1$$

单位脉冲可以看成图 1-3-4 所示的面积为 1 的矩形脉动函数，当宽度 $\tau \rightarrow 0$ 时的极限

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} [1(t) - 1(t - \tau)]$$

显然， $\delta(t)$ 函数的面积为 1，即把脉冲面积为 1 的理想短脉冲称为单位脉冲函数。它是工程上实际使用的窄脉冲的一种数学抽象。

4. 单位正弦函数 单位正弦函数的表达式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin(\omega t + \varphi) & t \geq 0 \end{cases}$$

即 $f(t) = \sin(\omega t + \varphi)$ 如图 1-3-5 所示。

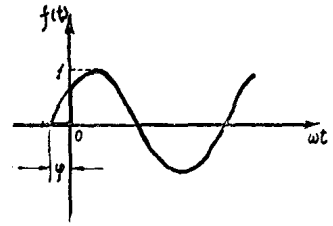


图 1-3-5 正弦函数

第二章 自动控制基础

内 容 提 要

基于阐述基本概念和具体应用的观点,分别介绍拉普拉斯变换和反变换、传递函数、方框图及其等效变换、阶跃响应、频率响应和对数频率特性等。

第一节 拉普拉斯变换

拉普拉斯变换简称拉氏变换。拉氏变换是一种函数变换。它把一个时间 t 域内的函数 $f(t)$ 变换为另一个复变量(即复数) s 域内的函数 $F(s)$,也就是把时间 t 域内的微分方程运算变换成复变量 s 域内的代数方程运算。它简化了求解微分方程的过程。反之,把复变量 s 域内的函数 $F(s)$ 变换成时间 t 域内的函数 $f(t)$,称为拉氏反变换。这种变换类似初等代数中的“对数变换”,它把数的乘除运算简化为加减运算,最后利用现成的对数表,把它再“变换”回来就得到所求的数的计算结果。拉氏变换和它相类似,不过拉氏变换不象对数变换那样只是数与数之间的变换,而是函数与函数之间的变换。用拉氏变换进行运算时,也有现成的拉氏变换表可查。所以,拉氏变换是求解微分方程的一种简便方法,也是分析自动控制系统的一种数学工具。

一、拉氏变换

自动控制理论研究的不是扰动前的情况,而是出现扰动之后的情况。如果把扰动开始作用的那一瞬间取为时间坐标的零点,在这之前(即 $t < 0$),系统处于平衡状态,一切时间函数都等于零。同时,自动控制系统所涉及的时间函数,一般都满足函数收敛的条件。所以,自动控制所涉及的时间函数 $f(t)$,满足拉氏变换的条件。

函数 $f(t)$ 的拉氏变换定义式为

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2-1-1)$$

式中: t ——实变数(在自动控制中,通常把 t 看作时间);

s ——复变量, $s = \sigma + j\omega$ 。

我们以后用符号 $F(s)$ 或 $L[f(t)]$ 来表示函数 $f(t)$ 的拉氏变换式,称 $f(t)$ 为原函数,称 $F(s)$ 或 $L[f(t)]$ 为变换函数。有时还把 $F(s)$ 称为 $f(t)$ 的象函数,而 $f(t)$ 则称 $F(s)$ 的反拉氏变换式。如已知 $f(t)$,可根据拉氏变换定义式求出变换函数 $F(s)$;如已知 $F(s)$,求取原函数 $f(t)$ 时,我们称为拉氏反变换。通常用 L 和 L^{-1} 符号表示拉氏变换和拉氏反变换。

$$F(s) = L[f(t)] \quad (2-1-2)$$

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] \quad (2-1-3)$$

常用函数的拉氏变换:

1. 阶跃函数 $f(t)$ 的拉氏变换

阶跃函数的定义

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A & t > 0 \end{cases}$$

以 $f(t)$ 代入(2-1-1)式得

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} A e^{-st} dt = -\frac{A}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{A}{s} \quad (2-1-4)$$

所以, $L[f(t)] = \frac{A}{s}$

以后我们都假定, 在 $t < 0$ 时, $f(t) = 0$ 。

若阶跃函数幅值 $A = 1$ (或 $A = f_0$) 时, 则称它为单位阶跃函数。所以,

$$F(s) = L[1(t)] = \int_0^{\infty} 1 e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s} \quad (2-1-5)$$

$$L[1(t)] = \frac{1}{s}$$

2. 衰减指数函数 $f(t) = e^{at}$ 的拉氏变换

以 $f(t) = e^{at}$ 代入(2-1-1)式得

$$F(s) = L[e^{at}] = \int_0^{\infty} e^{at} e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s-a)t} dt$$

$$= -\frac{1}{s-a} e^{-(s-a)t} \Big|_0^{\infty}$$

当 s 的实部 $> a$ 时, 上式得

$$F(s) = L[e^{at}] = 0 - \left(-\frac{1}{s-a} \right) = \frac{1}{s-a} \quad (2-1-6)$$

$$L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$$

3. 线性函数 (又称等速增长函数、单位斜坡函数) $f(t) = t$ 的拉氏变换

以 $f(t) = t$ 代入(2-1-1)式, 并利用分部积分法计算如下:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\therefore u = t, \quad dv = e^{-st} dt$$

$$\therefore du = dt, \quad v = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

因此

$$F(s) = L[t] = \int_0^{\infty} t e^{-st} dt = \left[-\frac{t e^{-st}}{s} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \left(-\frac{e^{-st}}{s} \right) dt$$

$$= \left[-\frac{t e^{-st}}{s} \right]_0^{\infty} - \left[\frac{e^{-st}}{s^2} \right]_0^{\infty}$$

当 $s > 0$ 时,

$$L[t] = 0 - \left[-\frac{1}{s^2} \right] = \frac{1}{s^2} \quad (2-1-7)$$

4. 正弦函数 $f(t) = \sin\omega t$ 的拉氏变换

以 $f(t) = \sin\omega t$ 代入(2-1-1)式得

$$F(s) = L[\sin\omega t] = \int_0^{\infty} \sin\omega t e^{-st} dt$$

为了便于积分, 先把 $\sin\omega t$ 改写成指数形式, 即

$$\sin\omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

代入原式得

$$\begin{aligned} F(s) &= L[\sin\omega t] = \int_0^{\infty} e^{-st} \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) dt \\ &= \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} e^{-st} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) dt \\ &= \frac{1}{2j} \int_0^{\infty} [e^{-(s-j\omega)t} - e^{-(s+j\omega)t}] dt \\ &= \frac{1}{2j} \left[-\frac{e^{-(s-j\omega)t}}{s-j\omega} + \frac{e^{-(s+j\omega)t}}{s+j\omega} \right]_0^{\infty} \end{aligned}$$

当 $s > 0$ 时, 得

$$L[\sin\omega t] = \frac{1}{2j} \left[\frac{1}{s-j\omega} - \frac{1}{s+j\omega} \right] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (2-1-8)$$

同理, 用类似的方法可求出其余常用函数的拉氏变换。根据计算结果可以列出原函数 $f(t)$ (即时间函数) 与象函数 $F(s)$ (即拉氏变换函数) 的对照表, 如表2-1-1所列。

拉氏变换表

表2-1-1

| 序号 | 原函数 $f(t)$ | 象函数 $F(s)$ | 序号 | 原函数 $f(t)$ | 象函数 $F(s)$ |
|----|-----------------------------|---|----|--|---|
| 1 | 单位脉冲函数 $\delta(t)$ | 1 | 10 | $A\cos\omega t$ | $\frac{As}{s^2 + \omega^2}$ |
| 2 | 阶跃函数 $f(t) = A$ | $\frac{A}{s}$ | 11 | $A\cos(\omega t + \varphi)$ | $\frac{A\{\ s\cos\varphi - \omega\sin\varphi \}}{s^2 + \omega^2}$ |
| 3 | 单位阶跃函数 $f(t) = 1$ | $\frac{1}{s}$ | 12 | $Ae^{-at}\sin\omega t$ | $\frac{A\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$ |
| 4 | Ae^{-at} | $\frac{A}{s+a}$ | 13 | $Ae^{-at}\cos\omega t$ | $\frac{A(s+a)}{(s+a)^2 + \omega^2}$ |
| 5 | At | $\frac{A}{s^2}$ | 14 | $\frac{1}{ab} \left(1 + \frac{b}{a-b} e^{-at} - \frac{a}{a-b} e^{-bt} \right)$ | $\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$ |
| 6 | At^n | $\frac{An!}{s^{n+1}}$ | 15 | $\frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)}$ $+\frac{e^{-bt}}{(a-b)(c-b)}$ $+\frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)}$ | $\frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$ |
| 7 | $At^n e^{-at}$ | $\frac{An!}{(s+a)^{n+1}}$ | 16 | $1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \cdot \sin$ $\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t \right.$ $\left. + \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right)$ | $\frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$ |
| 8 | $A\sin\omega t$ | $\frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$ | | | |
| 9 | $A\sin(\omega t + \varphi)$ | $\frac{A\{\ \omega\cos\varphi + s\sin\varphi \}}{s^2 + \omega^2}$ | | | |