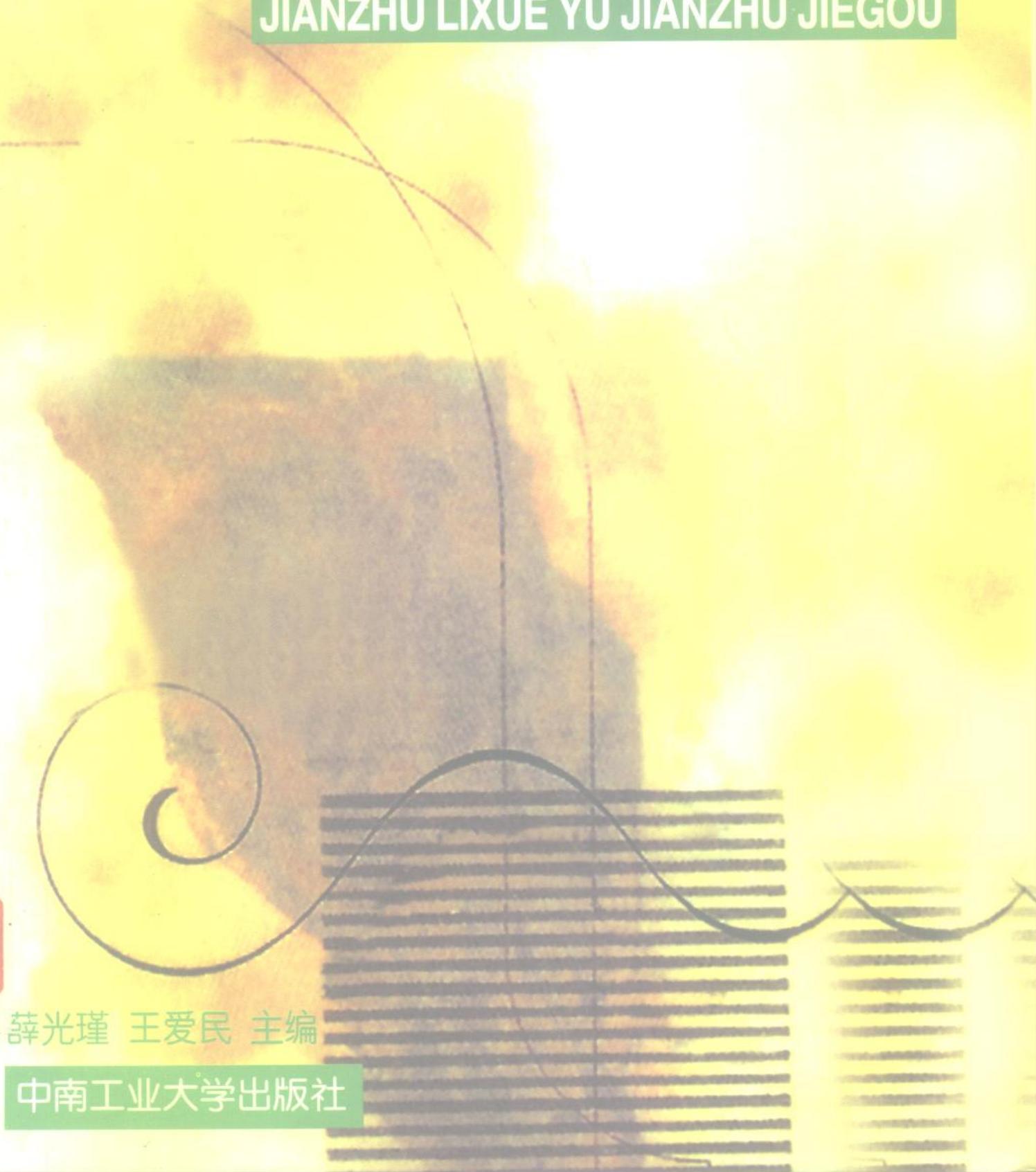


中国有色金属工业总公司“九五”规划教材



# 建筑力学与建筑结构

JIANZHU LIXUE YU JIANZHU JIEGOU



薛光瑾 王爱民 主编

中南工业大学出版社

中国有色金属工业总公司“九五”规划教材

# 建筑力学与建筑结构

薛光瑾 王爱民 主编



中南工业大学出版社

·1997·

## 内 容 提 要

《建筑力学与建筑结构》是根据高等工程专科学校近土类专业的教学大纲与基本要求编写的。全书符合(GBJ-88)建筑结构设计规范和国际单位制。建筑力学部分与建筑结构部分衔接紧密，联系实际。全书分两编共14章，内容包括：建筑力学基本知识，静定结构的内力计算，杆件的应力与强度，静定结构的位移计算与刚度校核，力法计算超静定结构，力矩分配法，建筑结构计算基本原理，钢结构，钢筋混凝土基本构件计算，钢筋混凝土梁、板结构，砌体结构，地基与基础，多层与高层结构，中、大跨度结构选型等。

本书适合建筑学、建筑经济、房地产、工程造价、工程测量等近土类专业学生作为教材使用，也可供广大工程技术人员参考。

DW66/15

### 建筑力学与建筑结构

薛光瑾 王爱民 主编  
责任编辑：谭 平

\*

中南工业大学出版社出版发行

中南工业大学出版社印刷厂印装

湖南省新华书店经销

\*

开本：787×1092 1/16 印张：30 字数：742千字  
1997年12月第1版 1998年3月第1次印刷

印数：0001—2500

\*

ISBN 7-81061-066-X/TU·002

定价：36.00元

---

本书如有印装质量问题，请直接与承印厂家联系解决

厂址：湖南长沙 邮编：410083

## 前　言

本教材是根据高等工程专科学校近土类专业的课程教学大纲与基本要求编写的。适合建筑学、建筑经济、房地产、工程造价、工程测量等专业的学生使用，也可供广大土建工程技术人员参考。

全书内容分建筑力学与建筑结构两编。第一编建筑力学部分，包含下列内容：静力学基本知识，静定结构的内力计算，杆件的应力与强度，静定结构的位移计算与刚度校核，力法与力矩分配法计算超静定结构；第二编建筑结构部分包含的内容有：建筑结构计算基本原理，钢结构，钢筋混凝土基本构件与梁板结构，砌体结构，地基与基础，多层与高层结构，中、大跨度结构选型。参考学时 180~220 学时。

本书特点是融工程力学与建筑工程结构于一体，衔接紧密，按新规范与国际单位制编写，内容丰富，简明易懂。书中编有大量例题与习题，既有利于教学选用，也方便学生自学。

编写分工是薛光瑾（1、2、5 章），常伏德（3、6 章），谢秋柏（4 章），王爱民（7、10、11、13 章），窦立军（8 章），孙维东（9 章），王晓鹏（12 章），范国庆（14 章与 7 章部分内容）。

全书主审为侯治国教授（主审建筑结构部分）与卢存恕教授（主审建筑力学部分）。

在本书编写过程中曾得到很多同志的协助与支持，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中不足与错误之处恳请读者批评指正。

编者

1997 年 8 月

# 目 录

## 第一编 建筑力学部分

<b>1 静力学基础知识</b>	.....	( 1 )
1.1 力的概念与静力学公理	.....	( 1 )
1.2 约束与约束反力	.....	( 2 )
1.3 荷载及其分类	.....	( 6 )
1.4 力矩与力偶	.....	( 8 )
1.5 力系的简化与平衡	.....	( 13 )
1.6 静力平衡方程的应用	.....	( 16 )
1.7 重心与截面的几何性质	.....	( 19 )
习题	.....	( 27 )
<b>2 静定结构的内力计算</b>	.....	( 34 )
2.1 静定结构的几何组成	.....	( 34 )
2.2 截面法	.....	( 37 )
2.3 梁的内力计算与内力图	.....	( 39 )
2.4 静定平面刚架的内力计算	.....	( 44 )
2.5 三铰拱的内力计算	.....	( 48 )
2.6 静定平面桁架的内力	.....	( 51 )
习题	.....	( 57 )
<b>3 杆件的强度与压杆的稳定</b>	.....	( 62 )
3.1 应力与应变的概念	.....	( 62 )
3.2 拉(压)杆的应力与变形	.....	( 63 )
3.3 材料在拉伸和压缩时的力学性质	.....	( 67 )
3.4 材料强度的确定及强度条件的建立	.....	( 70 )
3.5 梁的弯曲应力	.....	( 73 )
3.6 强度理论	.....	( 83 )
3.7 组合强度	.....	( 85 )
3.8 压杆的稳定	.....	( 89 )
习题	.....	( 94 )
<b>4 静定结构的位移计算与刚度校核</b>	.....	( 99 )
4.1 结构的变形与位移	.....	( 99 )
4.2 二次积分法求梁的位移	.....	( 100 )
4.3 叠加法求梁的位移	.....	( 105 )
4.4 虚功法计算结构的位移	.....	( 106 )

4.5 刚度校核 .....	(116)
习题 .....	(118)
<b>5 力法计算超静定结构 .....</b>	<b>(121)</b>
5.1 超静定结构的组成与超静定次数的确定 .....	(121)
5.2 力法原理与力法方程 .....	(124)
5.3 力法计算超静定结构 .....	(127)
5.4 对称性的利用 .....	(135)
习题 .....	(140)
<b>6 力矩分配法 .....</b>	<b>(143)</b>
6.1 力矩分配法的基本概念 .....	(143)
6.2 力矩分配法的多点分配 .....	(147)
习题 .....	(149)

## 第二编 建筑结构部分

<b>7 建筑结构设计基本原则 .....</b>	<b>(151)</b>
7.1 建筑结构计算基本原理 .....	(151)
7.2 建筑结构抗震设计基本原则 .....	(157)
<b>8 钢结构 .....</b>	<b>(163)</b>
8.1 概述 .....	(163)
8.2 钢结构的材料 .....	(164)
8.3 钢结构的连接 .....	(167)
8.4 钢结构基本构件的计算 .....	(185)
8.5 钢屋盖 .....	(205)
<b>9 钢筋混凝土结构基本构件计算 .....</b>	<b>(216)</b>
9.1 钢筋混凝土材料的力学性能 .....	(216)
9.2 钢筋混凝土受弯构件正截面承载力计算 .....	(223)
9.3 钢筋混凝土受弯构件斜截面承载力计算 .....	(240)
9.4 钢筋混凝土受弯构件变形和裂缝宽度验算 .....	(257)
9.5 钢筋混凝土受压构件承载力计算 .....	(263)
<b>10 钢筋混凝土梁板结构 .....</b>	<b>(283)</b>
10.1 现浇整体式单向板肋梁楼盖 .....	(283)
10.2 现浇整体式双向板肋梁楼盖 .....	(310)
10.3 井式楼盖 .....	(313)
10.4 装配式楼盖 .....	(314)
10.5 楼梯 .....	(319)
<b>11 砌体结构 .....</b>	<b>(336)</b>
11.1 砌体材料和砌体强度指标 .....	(336)
11.2 无筋砌体受压构件承载力计算 .....	(340)
11.3 混合结构房屋墙体设计 .....	(348)

11.4 多层砌体房屋的构造要求	(358)
习题	(363)
<b>12 地基与基础</b>	(365)
12.1 土的工程性质	(365)
12.2 天然地基上的浅基础设计	(394)
12.3 桩基础设计	(408)
习题	(431)
<b>13 多层与高层建筑结构</b>	(432)
13.1 概述	(432)
13.2 多层与高层建筑结构的荷载	(435)
13.3 框架结构体系的结构布置及计算简图	(435)
13.4 框架结构内力分析	(439)
13.5 框架杆件截面设计	(446)
13.6 现浇钢筋混凝土框架节点构造	(447)
13.7 现浇钢筋混凝土框架梁、柱抗震构造要求	(448)
<b>14 中、大跨度结构选型</b>	(454)
14.1 概述	(454)
14.2 网架结构	(455)
14.3 壳体结构	(462)
14.4 悬索结构	(466)
<b>主要参考书目</b>	(472)

# 第一编 建筑力学部分

建筑力学是学习与研究建筑结构的基础。主要包括以下基本内容：静力学基本知识，静定结构的内力计算，杆件的应力与材料的强度，静定结构的位移计算与刚度校核，力法计算超静定结构，力矩分配法与近似计算法。

本部分的主要任务是学习并掌握：

- (1) 力系的简化与力系的平衡；
- (2) 杆件的强度、刚度和稳定性；
- (3) 结构的几何组成规律；
- (4) 静定结构的内力与位移计算理论；
- (5) 简单超静定结构计算的基本方法。

## 1 静力学基本知识

### 1.1 力的概念与静力学公理

#### 1.1.1 力的概念

力是物体间的相互机械作用。当一个物体对另一个物体以作用时，我们就说这一物体给另一物体施以“力”。力的作用可使物体的运动状态发生改变(外效应)或使物体产生变形(内效应)。当作用力的大小、方向或作用位置不同时，对物体所产生的效应将不同，因此力是不仅有大小而且带方向的量，称为矢量( $F$ )。矢量可用一带箭头的线段表示，线段长 $AB$  表示力 $F$  的大小，作用线与水平线的夹角 $\alpha$  表示力的方位，箭头表示指向， $A$  或 $B$  点为力的作用点(图 1-1)。力的大小、方向与作用点称为力的三要素。

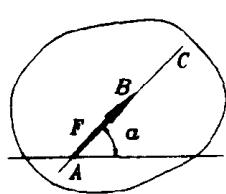


图 1-1

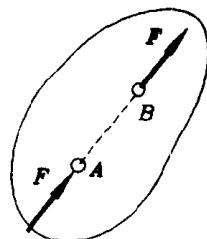


图 1-2

当力作用于刚体(不变形的物体)上时,只要不改变力的大小与方向,则力的作用点在其作用线上移动时,并不改变该力对物体的运动状态。这一性质称为力的可传性(图 1-2)。

力的单位常用的为 N(牛顿), kN(千牛)( $10^3$ N), MN(兆牛)( $10^6$ N)。

### 1.1.2 静力学公理

在静力学中那些由实践反复证实了的真理称为公理。

静力学公理是研究静力学的理论基础。

公理一(二力平衡公理):作用于刚体上的二力,其平衡的必要与充分条件是此二力必须等值、反向、共线。即  $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$ , 如图 1-3 所示。

公理二(加减平衡力系公理):在作用于刚体的任一力系上,如再加上或减去一个平衡力系,将不改变原力系对刚体的作用效应。

公理三(力的平行四边形法则):作用于物体同一点上的二力,可以合成为一个合力,合力的大小和方向为以二分力为邻边的平行四边形对角线,二分力的作用点即合力的作用点[图 1-4(a)]。

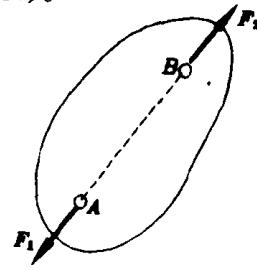


图 1-3

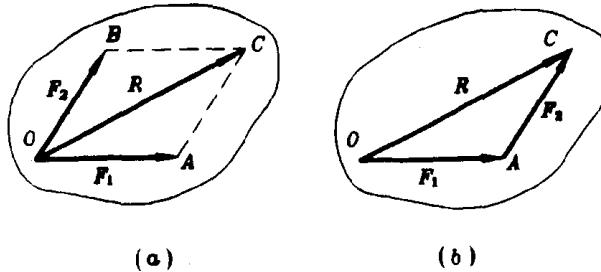


图 1-4

这种合成方法为矢量加法,即合力是二分力的矢量和。可表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

合成亦可采用三角形法则[图 1-4(b)],即先作出  $\mathbf{F}_1$ ,在  $\mathbf{F}_1$  的末端 A 再连接第二个力的始端平行作出  $\mathbf{F}_2$ ,  $\overrightarrow{OC}$  即为合力  $\mathbf{R}$ 。

公理四(作用与反作用定律):两物体间的相互作用力,总是大小相等、方向相反、共线但分别作用于两个物体上。

## 1.2 约束与约束反力

### 1.2.1 约束与约束反力的定义

在空间任意方向可自由运动的物体称为自由体,如在空中飞行的飞机、火箭等;而在空间运动受到阻碍的物体称为非自由体。建筑物的承重骨架或构件多是非自由的,即在某些方向受到周围物体的限制,阻碍其沿限制方向自由运动。对非自由体的某些运动起限制作用的周围物体或装置称为约束,约束施于非自由体的反作用力称为约束反力。约束反力的方向总是与该约束所能限制的物体的运动方向相反。这一准则可用以确定约束反力的方向或作用线位置。

### 1.2.2 约束的类型

工程中常见的约束有：

1) 柔索约束 由绳索、链条等构成的约束为柔性约束。柔性约束只能承受拉力而不能承受压力。因此其约束反力只能沿柔索方向，背向被约束物，如图 1-5(b)所示。

图 1-6(a)为钢拉索悬吊的屋盖受力系统。图 1-6(b)为拉索对钢梁的反力方向。

2) 平面光滑铰链 两部分构件由圆柱形铰链连接，略去铰链间的摩擦力，称为光滑铰链。其作用是限制连接点的水平移动与竖向移动，而不限制两部分间的相对移动，如图 1-7(a)结点 C 所示。

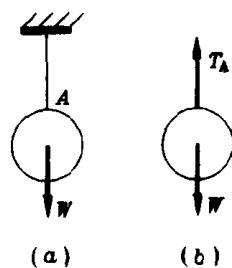


图 1-5

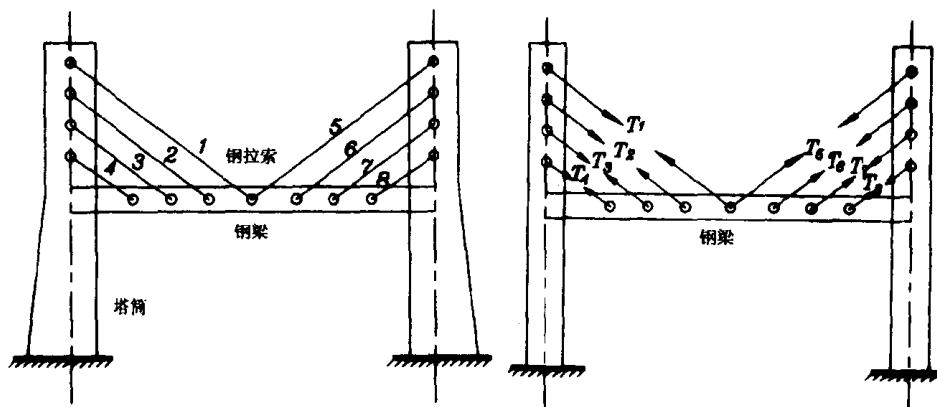


图 1-6

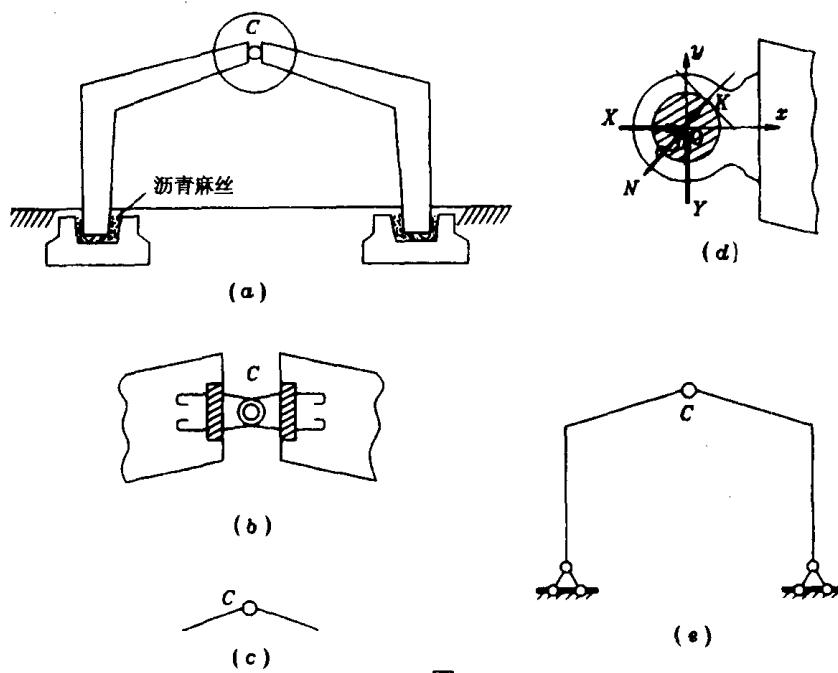


图 1-7

图 1-7(b)为圆柱形铰链的构造。图 1-7(c)为铰链的简图。图 1-7(d)为圆柱形铰链的传力方向。该反力的方向是过铰心与切点 K 的连线方向。而切点 K 是随作用力而改变的一个

点,故反力  $N$  的方向是不确定的。反力  $N$  也可用其过铰心  $O$  的两个方向确定的分力  $x$  与  $y$  表示。

3) 固定铰链支座 如果光滑圆柱铰链的一部分被固定,则形成固定铰链支座。固定铰链支座的作用也是限制构件水平移动与竖向移动,而不限制构件绕  $A$  的转动。如图 1-8(a)所示。固定铰链的代表符号如图 1-8(b)所示。图 1-8(c)或(d)为约束反力的方向。

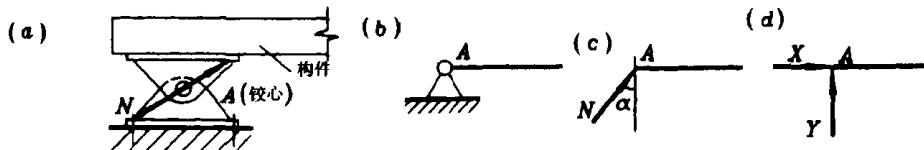


图 1-8

图 1-7(a)所示结构若下部插入基础较浅,以沥青麻丝填充,则在工程实际中简化  $A$ 、 $B$  约束为固定铰支座,如图 1-7(e)。

又如屋架与墙体的联结[图 1-9(a)]亦可简化为固定铰链支座[图 1-9(b)]。

4) 滚动铰链支座 如果在固定铰链支座与地面支承之间装有辊轴,则形成滚动铰链支座,如图 1-10(a)所示。其约束反力方向仅在过铰心与支承面的垂直方向。沿辊轴的滚动方向及绕铰心的转动,支座均无约束作用。其代表符号如图 1-10(b)或(c)所示。图 1-10(d)为约束反力的方向。

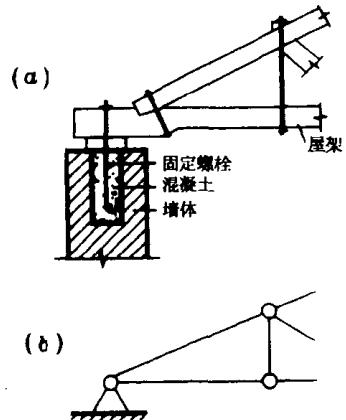


图 1-9

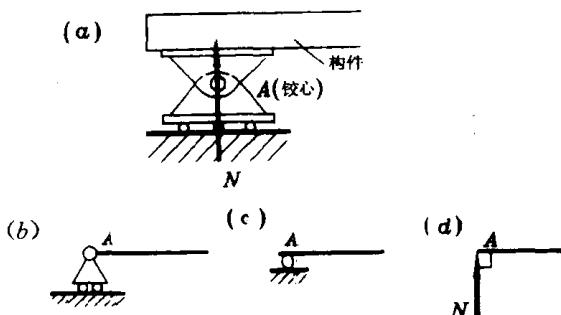


图 1-10

5) 链杆支座 构件与支座的联结如采用两端带铰的杆件,则为链杆支座[图 1-11(a)]。其约束作用与滚动铰链支座相同。代表符号如图 1-11(b)。约束反力方向为过上、下两端铰心的连线方向[图 1-11(c)]。

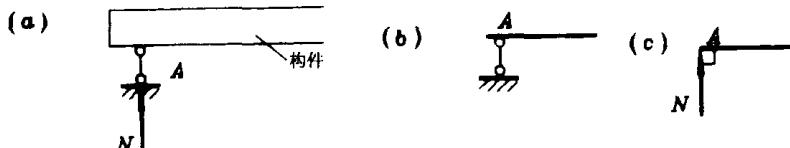


图 1-11

6) 固定端支座 当构件与支座处的联结非常牢固, 既可阻止构件的水平移动、竖向移动, 也能阻止构件绕支承端的转动, 则形成固定端支座。固定端支座的代表符号如图 1-12(b)所示。约束反力有三个  $x$ 、 $y$ 、 $m$ , 方向如图 1-12(c)所示。

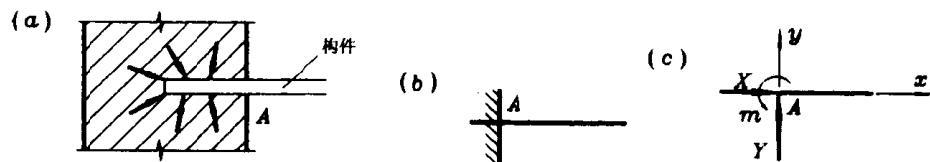


图 1-12

### 1.2.3 受力图

研究建筑结构的计算, 首先应明确所研究的对象, 分析它受哪些力的作用, 并确定每个力的作用点和方向, 这个过程即为对研究对象的受力分析。

受力分析的步骤有二:

1) 取脱离体 把所研究的对象从约束中解脱出来, 形成脱离体。

2) 画受力图 脱离体图上, 在去掉约束处加上相应的约束反力, 并保留原有的主动作用力, 即形成受力图。如果是画几个物体联结在一起的系统受力图, 则内约束处的约束力不要画出。

**例 1-1 简易起重设备, A 处为固定铰链支座, BC 为钢拉索。已知横梁重  $W$ , 吊重  $Q$ , 试画横梁与拉索及整体系统的受力图。**

**解** (1) 拉索 BC 为柔性约束, 只能承受拉力,  $T_B$ 、 $T_C$  为拉索两端的约束反力, 拉索 BC 受力图如图 1-13(b)所示。

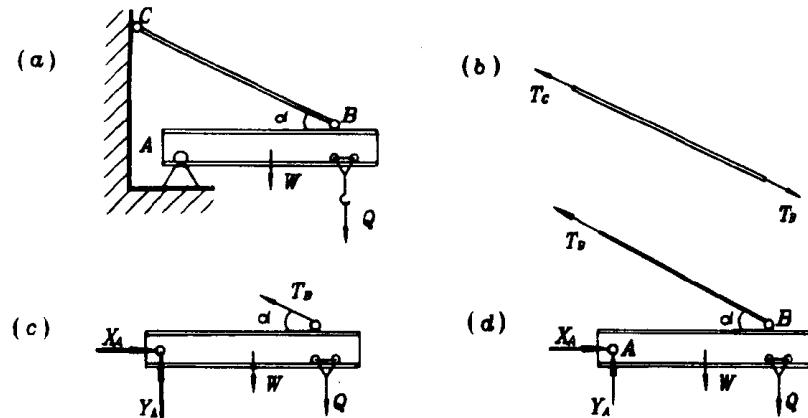


图 1-13

(2) 取横梁 AB 的脱离体。去掉 A、B 处约束后代之以约束反力。A 为固定铰链支座, 约束反力为  $x_A$  与  $y_A$ ,  $T_B$  为 B 处拉索的约束反力, 和横梁对拉索的作用力  $T_B'$  为作用与反作用关系。横梁受力图如图 1-13(c)所示。

(3) 整体的受力图如图 1-13(d)所示。铰 B 处的内约束力不画出。

例 1-2 图 1-14(a)为三铰拱式结构。中间由顶铰连接,其上作用外力  $P$  于  $D$  点。设拱圈自重不计,试分别画出  $AC$  与  $BC$  及整体的受力图。

解 (1)  $AC$  部分。 $A$  与  $C$  铰链约束,由于不计自重,所以是二力构件。约束反力  $R_A$  与  $R_C$  为  $AC$  连线方向[图 1-14(b)]。

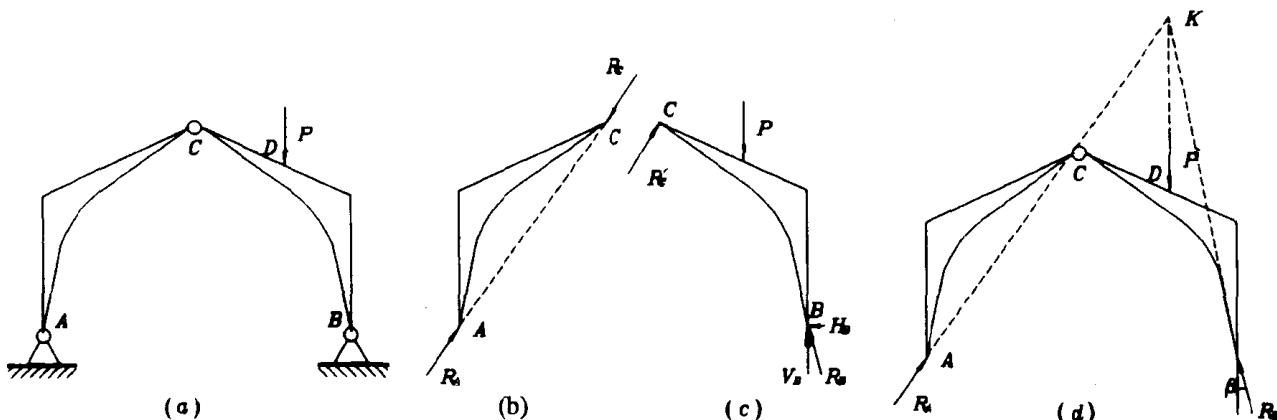


图 1-14

(2)  $BC$  部分。铰  $C$  处反力  $R'_C$  与左半部  $R_C$  为作用与反作用关系。 $B$  处为固定铰支座,可用二分力  $H_B$  与  $V_B$  表示,亦可用二分力之合力  $R_B$  表示[图 1-14(c)]。

(3) 整体  $ABC$  的受力图。就整体而论,铰  $C$  为内约束,其内约束力不画出。 $A$ 、 $B$  固定铰支座处以约束反力  $R_A$  与  $R_B$  表示,此二反力之大小、方向均未知。当结构略去变形作为刚体对待时,如此三力作用保持平衡,  $P$ 、 $R_A$ 、 $R_B$  三力应交于一点  $K$ 。整体受力图如图 1-14(d)所示。

### 1.3 荷载及其分类

凡使物体产生运动或使物体有运动趋势的力称为主动力。建筑结构上直接作用的主动力通称为荷载。工程实际中,结构承受的荷载是多种多样的,从不同角度可对荷载分类如下:

#### 1.3.1 按作用在结构上的时间久暂分类

1) 永久荷载(恒荷载) 在结构使用期间,其值不随时间变化,或其变化与平均值相比可以忽略不计的荷载。例如结构材料自身重量和其上饰面材料重量产生的重力,任何永久性非结构部件重量的重力(简称自重)、土压力等。

2) 可变荷载(活荷载) 在结构使用期间,其值随时间变化且其变化值与平均值相比不可忽略的荷载。例如楼、屋面上的人群、可移动设备的重量,作用于建筑物上的风荷载、雪荷载与积灰荷载,等等。

3) 偶然荷载 在结构使用期间不一定出现,但一旦出现其值很大且持续时间较短的荷载。例如爆炸力、撞击力等。

#### 1.3.2 按作用在结构上的荷载性质分类

1) 静力荷载 这种荷载是从零逐渐增至最后数值后,其大小、位置和方向就不再随时间而变化的荷载。这种荷载的主要特点是不使建筑物产生明显的振动或加速度,如结构的自重和

一般的活荷载等。

2) 动力荷载 这是指荷载的大小、位置和方向随时间而迅速变化的荷载。这类荷载的显著特点是使结构产生振动或明显的加速度,如动力机械产生的荷载、地震作用、高层建筑的风震作用等。

### 1.3.3 按作用在结构上荷载分布状况分类

1) 体荷载 指分布在结构整个体积内连续作用的荷载。常以其作用于重心的合力表示。如图 1-15(a)所示柱的体积荷载  $W$ ,作用于柱重心  $C$  处,若材料容重为  $\gamma(\text{kN}/\text{m}^3)$ ,柱截面积为  $A$ ,柱高为  $H$ ,则柱的体积重力为

$$W = A \cdot H \cdot \gamma (\text{kN})$$

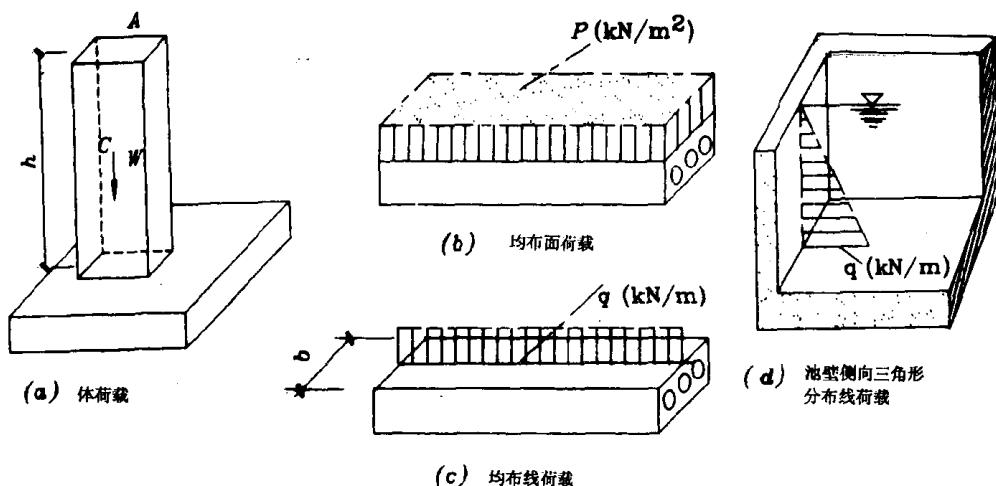


图 1-15

2) 分布荷载 指满布在结构某一表面上的荷载。

① 均布面荷载。若分布荷载为均匀连续,且其大小处处相同,则称为均布面荷载[图 1-15(b)]。均布面荷载的单位常用  $\text{N}/\text{mm}^2$  或  $\text{kN}/\text{m}^2$ 。

② 均布线荷载。若均布面荷载换算到计算构件的纵向轴线上,即均布面荷载乘以其负荷宽度  $b$ ,则可得沿纵向的均布线荷载[图 1-15(c)]。均布线荷载常用单位是  $\text{N}/\text{mm}$  或  $\text{kN}/\text{m}$ 。

③ 三角形分布荷载。沿构件长度或高度按斜直线变化的荷载。如水的侧向压力或土的侧向压力等。图 1-15(d)为池壁侧向水压力三角形分布线荷载,  $q_0$  为分布荷载集度。

3) 集中荷载 作用于结构上的荷载,当分布面积远小于结构尺寸时,则可以为此荷载是作用在结构某一点上的集中荷载。常用单位多用  $\text{N}$  或  $\text{kN}$  等。

### 1.3.4 结构上的间接作用

结构上的作用是指能使结构产生效应的各种原因的总称。直接作用在结构上的各种作用统称为荷载。它能使结构产生内力、应力、变形等效应。而结构由于温度的变化、材料的收缩、支座沉陷、地面运动等非荷载因素的作用,也能使结构产生相应的效应。为了区别于荷载的直接作用,把上述非荷载类的其它因素,统称为间接作用。

### 1.3.5 荷载的标准值与设计值

#### 1.3.5.1 荷载的标准值

荷载的标准值是指在结构的使用期间,在正常情况下出现的最大荷载值。分永久荷载标准值与可变荷载标准值两种:

1) 永久荷载标准值 一般可按结构构件的设计尺寸与材料单位体积的自重计算确定(单位体积自重  $\gamma$ , 可查荷载规范附录)。

2) 可变荷载标准值 应按规范规定采用。如民用建筑楼面均布活载的标准值:住宅、办公楼等的标准值取值  $1.5\text{kN/m}^2$ ; 教室、试验室的标准值为  $2.0\text{kN/m}^2$ ; 商店为  $3.5\text{kN/m}^2$ ; 藏书库、档案库为  $5.0\text{kN/m}^2$ 。

工业建筑楼面上无设备区域的操作荷载可按  $2.0\text{kN/m}^2$  采用。

### 1.3.5.2 荷载的设计值

考虑到荷载的变异性, 如可能的超载或计算不准, 使结构处于不安全地位, 为此在进行结构设计时, 通常将标准值乘以荷载分项系数而调整, 形成结构的荷载设计值, 即

$$\text{荷载设计值} = \text{荷载分项系数} \times \text{荷载标准值}$$

永久荷载的分项系数, 一般取 1.2(当永久荷载对结构处于有利地位时, 取等于 1.0 或小于 1 的系数)。

可变荷载的分项系数, 一般取 1.4。

## 1.4 力矩与力偶

### 1.4.1 力矩与合力矩定理

#### 1.4.1.1 力矩的定义与度量

由经验可知, 一个力作用于刚体上会使物体发生移动或使物体绕某点产生转动。这种使物体对于某一点(或某一轴)产生转动的效应, 称为力矩, 譬如, 力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点, 使物体绕  $O$  点(或  $n$  轴)转动[图 1-16(a)],  $O$  点到力作用线的垂直距离  $h$  称为力臂, 力  $F$  的大小( $F$ )与力臂  $h$  的乘积表示力矩的大小。显然, 力矩的大小不仅与力有关, 而且与矩心  $O$  到力作用线的距离有关。平面内对某点的力矩是标量。逆时针转动规定为正, 顺时针转动为负(图 1-16)。

$$m_0(F) = \pm F \cdot h = 2\Delta OAB \quad (1-1)$$

力矩大小的度量亦可用三角形  $OAB$  的面积的两倍表示。

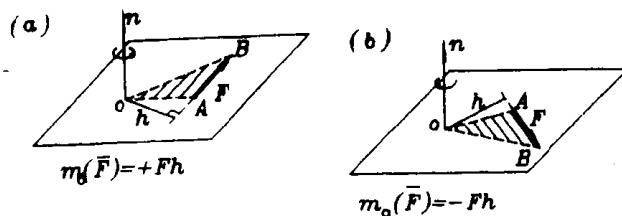


图 1-16

力矩的常用单位是:  $\text{N}\cdot\text{m}$  或  $\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

#### 1.4.1.2 力矩的特性

需要注意力矩的下列特性:

(1) 力矩的力沿其作用线移动时, 力矩大小不变。

(2) 力的大小为零或力的作用线通过矩心时(即力臂  $h$  为零)力矩为零。

(3) 如已知力矩  $m_0(F)$  以及力  $F$  的大小, 可确定矩心到力作用线的垂直距离

$$h = |m_0(F)|/F$$

例 1-3 液压驱动的挖土机挖斗(图 1-17), 试分别求活塞推力  $P$  及土重  $Q$  对铰  $O$  的力矩。

解 活塞推力  $P$  对铰  $O$  的力矩为

$$m_0(P) = Pa \sin \alpha$$

土重  $Q$  对铰  $O$  的力矩为

$$m_0(Q) = -Q \cdot l$$

#### 1.4.1.3 合力矩定理

平面内诸分力之合力对平面内某一点之力矩, 等于诸分力对同一点力矩之代数和。

平面诸力  $F_1, F_2, \dots, F_n$  及其合力  $R$  均作用于平面内  $A$  点。任取一轴  $y$  垂直于  $OA$ , 如图 1-18 所示。其中任意力  $F$  对矩心  $O$  点的力矩为

$$m_0(F_1) = 2\Delta OAB = OA \cdot Ob$$

$$\text{或 } m_0(F_1) = OA \cdot F_{1y} \quad (a)$$

式中:  $F_{1y}$  是力  $F_1$  在  $y$  轴上的投影。

当力  $F_n$  位于  $OA$  线以下时, 上式关系仍然成立。此时力矩为负值, 因为  $F_{ny}$  为负值。

注意到合力与分力之关系  $R = \sum F_i$ , 合力在轴上的投影等于诸分力在同一轴上投影的代数和, 即  $R_y = \sum F_{iy}$ , 等式两边同乘以  $OA$ , 则

$$OA \cdot R_y = \sum (OA \cdot F_{iy})$$

注意到式(a)表示的关系, 可知左边

$$OA \cdot R_y = m_0(R)$$

$$\text{等式右边 } \sum (OA \cdot F_{iy}) = m_0(F_1) + m_0(F_2) + \dots + m_0(F_n) = \sum m_0(F_i)$$

$$\text{因此 } m_0(R) = \sum m_0(F_i) \quad (1-2)$$

以上即合力矩定理的证明。

#### 1.4.2 力矩的平衡

杠杆的平衡是力矩平衡的典型应用。当杠杆保持平衡时(图 1-19), 杠杆的平衡条件为

$$F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$$

上式亦可改写为

$$F_1 \cdot a + (-F_2 \cdot b) = 0$$

推广到物体受多个力矩作用时, 其平衡条件为

$$\sum m_0(F_i) = 0 \quad (1-3)$$

即力矩作用的平衡条件是作用在物体同一平面内的各力对支点或转动轴之力矩的代数和为零。

例 1-4 悬臂梁  $AB$ (图 1-20), 在自由端  $B$  点作用集中力  $F$ , 力作用线在  $yox$  平面内与  $x$  轴成  $\alpha = 60^\circ$  角,  $F = 3kN$ ,  $l = 2m$ 。试求力  $F$  对  $A$  点的力矩。

解 力  $F$  对  $A$  点的力矩为

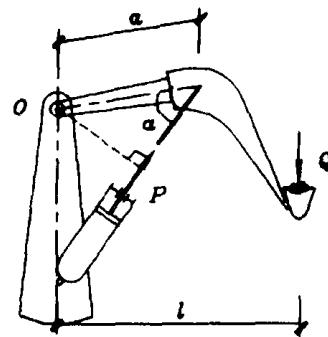


图 1-17

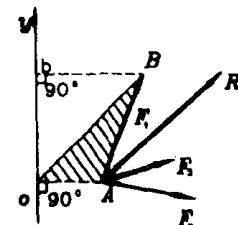


图 1-18

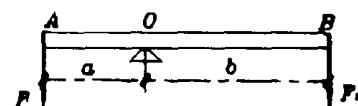


图 1-19

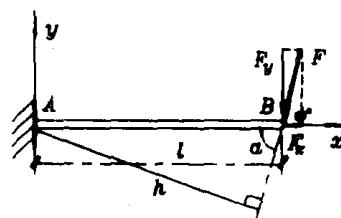


图 1-20

$$m_A(\mathbf{F}) = -\mathbf{F} \cdot \mathbf{h} = -\mathbf{F} \cdot l \sin\alpha$$

代入数据,  $m_A(\mathbf{F}) = -3 \times 2 \times \sin 60^\circ = -5.196 \text{ kN}\cdot\text{m}$

力矩计算中, 当力臂计算不方便时, 可将力分解为分力, 利用合力矩定理计算:

$$m_A(\mathbf{F}) = m_A(\mathbf{F}_x) + m_A(\mathbf{F}_y) = -F \sin\alpha \cdot l = -5.196 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

**例 1-5 钢筋混凝土雨蓬(图 1-21)。** 雨蓬梁和雨蓬板的长度为 4m, 悬挑长 1m, 雨蓬梁上砌体高 3m, 墙厚 240, 已知钢筋混凝土单位体积重  $\gamma_1 = 25 \text{ kN/m}^3$ , 砖砌体单位体积重  $\gamma_2 = 19 \text{ kN/m}^3$ , 试验算雨蓬的稳定性。验算时需要考虑施工或检修可变荷载  $P = 1 \text{ kN}$ 。

**解 (1)荷载计算**

永久荷载标准值:

$$\text{雨蓬板重 板取平均厚度} = \frac{70+50}{2} = 60$$

$$Q_1 = 1 \times 0.06 \times 4 \times 25 = 6 \text{ kN}$$

$$\text{雨蓬梁重 } Q_2 = 0.24 \times 0.35 \times 4 \times 25 = 8.4 \text{ kN}$$

$$\text{墙砌体重 } Q_3 = 0.24 \times 3 \times 4 \times 19 = 54.72 \text{ kN}$$

可变荷载标准值:  $P = 1 \text{ kN}$ , 作用于板自由端边缘处。

荷载分项系数:  $Q_1$  与  $P$  有使雨蓬绕 A 点倾覆的趋势, 它们对 A 点的力矩称倾覆力矩; 永久荷载  $Q_1$  的分项系数为 1.2, 可变荷载  $P$  的分项系数为

1.4;  $Q_2$ 、 $Q_3$  是起稳定作用的力, 它们对 A 点的力矩称为稳定力矩。永久荷载  $Q_2$ 、 $Q_3$  属于有利荷载, 它们的分项系数取 0.9。

**(2)倾覆力矩与稳定力矩**

$$M_{\text{倾}} = 1.2 Q_1 \times 0.5 + 1.4 P \times 1 = 1.2 \times 6 \times 0.5 + 1.4 \times 1 \times 1 = 5 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{稳}} = 0.9(Q_2 + Q_3) \times 0.24/2 = 0.9 \times (8.4 + 54.72) \times 0.12 = 6.8 \text{ kN}$$

**(3)验算稳定性**

由上面验算可知  $M_{\text{稳}} > M_{\text{倾}}$ , 雨蓬的稳定性是安全的。

## 1.4.2 力偶的概念与平面力偶理论

### 1.4.2.1 力偶的概念

由两个大小相等、方向相反平行但不共线的力所组成的特殊力系, 称为力偶, 记为  $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ , 如图 1-22(a)所示。力偶的两个力所在平面称为力偶作用平面, 该二力间的垂直距离称为力偶臂, 用  $d$  表示。力偶对物体作用的效果是使物体产生转动。例如, 汽车司机转动驾驶盘, 铆工套丝纹都是利用力偶来转动物体的。

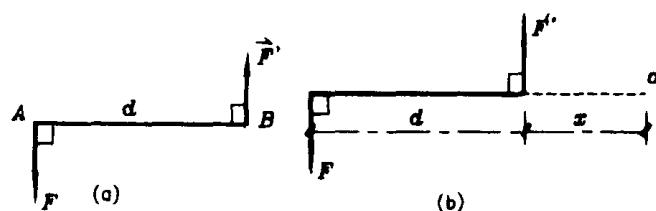


图 1-22