信号、系统和控制

B. P. 拉斯 著

信号、系统和控制

B. P. 拉斯 著

卢伯英 译

科学出版社

1982

内 容 简 介

本书把系统理论、信号分析和控制系统方面的一些基本概念有机地结合了起来。全书共七章。第一、二、三、四章主要介绍时域分析方法和频域分析方法;第五章介绍反馈与控制问题;第六章介绍状态空间分析方法;第七章介绍离散系统的分析方法。本书的特点是指出了时域分析方法与频域分析方法的内在联系,揭示了频域分析法的时域本质。本书还成功地从初始条件引出了系统状态,从而使系统状态这一抽象概念具体化。此外,本书强调物理概念和工程性,而不拘泥于数学推导。

本书可作为无线电通信、雷达、导航、遥控遥测、信号处理、电子工程和系统工程等专业的大学高年级学生的教材或参考书,也可供在上述领域工作的教学、科研和工程技术人员参考。

B. P. Lathi

SIGNALS, SYSTEMS, AND CONTROLS

Intext Educational Publishers 1974

信号、系统和控制

B. P. 拉斯 著

卢伯英 译

责任编辑 李淑兰

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982 年 3 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

1982 年 3 月第一次印刷 印张:27

印数:0001—8,650 字数:624,000

统一书号:15031·382

本社书号:2454·15—8

定价: 4.15 元

译 者 的 话

本书是作者为美国大学高年级学生写的一本基础理论教材. 书中包括了无线电通讯、电子工程和系统工程方面的大学生必须具备的基础知识. 本书的显著特点是将信号分析,网络与系统理论以及控制理论方面的基本概念有机地结合了起来. 从对信息的加工、变换、提取和传输的角度看,这种结合是完全自然的. 作者还揭示了时域分析方法和频域分析方法的内在联系,阐明了频域分析法的时域本质,从而将两种孤立的方法统一了起来. 此外,作者还成功地把初始条件与初始状态统一了起来,从而清楚地说明了状态空间分析中有关状态这一重要概念. 作者这些独到的见解,对于读者来说是极为有益的.

本书第一章介绍了有关系统的基本概念. 第二章讨论时域分析方法. 第三、四章介绍频域分析方法,着重介绍傅氏变换分析和拉氏变换分析,它是本书各章中进行分析计算的理论基础. 在这两章中还介绍了一些与工程应用直接相关的问题,如无失真传输、理想滤波器、采样定理、稳定性分析等. 第五章介绍反馈控制中的基本问题,包括误差的计算,灵敏度分析,简单系统及高阶系统的分析方法,根轨迹法,校正,综合及多变量反馈. 第六章介绍状态空间分析法,包括状态方程的列写、求解,状态空间的稳定概念,以及通过状态变量反馈改善系统性能的方法. 第七章讨论了离散系统. 主要包括 z 变换,差分方程的列写与求解,数字滤波器,以及离散系统的状态空间分析方法. 此外,在附录中作者还简要地补充了一些数学基础知识和若干疑难问题的证明计算等.

潘维瀚副教授对译稿进行了仔细校阅,并提出许多宝贵意见,在此表示衷心感谢.

序　　言

在这本书中，作者试图将网络和系统理论，信号分析和信号处理，以及控制系统和模拟方面的一些基本概念结合在一起分析，以便使大学生们在学习网络或系统的第二门课程时，便于接受．时域分析方法和频域分析方法，在本书中被统一了起来．

本书中介绍的两种方法，在本质上是相同的，但是在输入信号的表示方法上，采用了不同的基底．这种观点实际上是很有效的，并且在哲理上也是令人感兴趣的．因此，频率变换(傅里叶变换和拉普拉斯变换)的引入，不是为了作为帮助求解微积分方程的机械算子，而是为了作为把信号表示成具有复频率的指数信号和的工具．线性系统对任何输入信号的响应，均可以看成是系统对输入信号各指数分量的响应之和．这种方法不仅深刻地揭示了信号和系统之间的相互作用，而且还使人们把信号分析和信号处理的基本概念，与系统分析的基本概念顺利地结合在一起．同时它还揭示出频域分析实际上是一种伪装的时域分析．

在研究离散时间系统时，首先介绍了离散时间信号；然后利用存在于两类系统之间的相似性这一有利条件，按照与连续时间系统类似的步骤，展开对离散时间系统的分析．混合或采样数据系统，在本书中作为一个特殊情况处理，在这类系统中，可以方便地应用离散时间分析方法．我相信，这种方法将使离散时间系统和采样数据系统的学习变得更加容易．

在第一章中引进了系统状态的概念．初始状态与初始条件的统一，立刻驱散了笼罩在状态概念周围的迷雾，从而帮助学生弄清楚状态的意义．系统的响应，则是以零输入和零状态分量的形式进行讨论的．

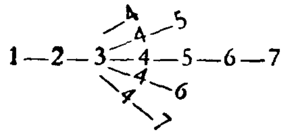
正象作者在从前所有书中的写法那样，作者运用了数学，但却不对抽象的定理作过多的证明，而是着重于物理概念的理解．在引进新概念时，进行了必要的逻辑推理．此外，只要有可能，就要对理论结果作启发式说明，并且利用仔细选择的例子和插图印证理论结果．本书主要是为大学三、四年级学生写的，我认为本书中包括的内容，是未来电子工程或系统工程方面的毕业生必须掌握的最起码的知识．本书是自成体系的，它只要求读者具有微积分，网络理论或动态系统基础方面的一般性知识．因此，它可以有效地用作实际工程师的自学书籍．

感谢 J. B. Cruz 教授，W. D. Thayer 教授，M. E. Van Valkenburg 教授，和 J. M. Elfelt 先生对本书提出的一些建议．同 W. H. Huggins 教授进行的讨论是特别有益的．A. Alonso 和 D. Sousa 参予了对本书的校对工作．此外，还要感谢 John Wiley & Sons 公司，允许我从我的早期著作中复制某些材料．

教师注意事项

本书的全部内容可以在大约 90 学时内讲授. 通过适当地选取讲授课题，本书可以用作从 30 到 90 学时的任何一种教材. 因此，这本书适于在 1/4 到 3/4 学期，或 1 到 2 学期内的课程中进行讲授.

线性系统 对于信号和系统(或系统理论)课程，本书各章的任何一种下列组合方案都是可行的.



第四章对频域进行了两种解释：(1) 时域解释和 (2) 传统的变换解释. 教师可以略去前一种解释 (4.1—4.8 节)，这时在讨论过程中，不会产生明显的不连贯感觉. 当然，这只有在给定时间内，无法讲完必要的材料时才这样做，而不是我们的推荐方案.

控制系统 本书可以有效地用作 30 到 45 学时的控制系统课程教材. 为此，建议选取下列材料：第一、二章，第四章部分内容 (只选取 9—13 节，和 15—17 节)，第五章和附录 A—F.

目　　录

第一章　系 统 绪 言

1.1 引　言

系统这个词，在字典里有几种可能的解释．其中一种解释是，它代表"一个由许多事物构成的组合体，这些事物彼此相关，或相互联结，构成一个统一的单元或有机的整体．例如太阳系、灌溉系统或供应系统．"这是一个相当广泛的定义，它包括了所有的物理学系统和非物理学系统．物理学系统如电的、机械的、机电的、液压的、声学的和热力学系统．经济系统、政治系统、运输管理系统和工业计划系统，则是社会经济学系统的例子．社会经济学系统是由各种不同的部门以及它们之间的相互联系构成的．这类系统与物理学系统比较是相似的．因此就产生了一种既适用于物理学系统也适用于一批非物理学系统的系统理论．现在正在尽力把系统理论应用于一些社会经济问题，如教育、运输、国家和私人经济管理以及经济发展等．在本书中，一般来说我们将讨论物理学系统，特别是电的、机械的和机电的系统．

每一个系统，对于一组给定的激励函数（输入量），将完成一些既定的功能（响应或输出）．在电系统中，激励函数通常是一些电压或电流源，其响应则是某一位置上的电压或电流．对于机械系统来说，输入量可以是力（或位移），其响应则可能是某一点的位移或速度．对于给定的系统，可能同时有几种输入量（激励函数）作用于系统，并且可能有几种使人们关心的输出量（响应）．在确定这些输入量（激励函数）和输出量（响应）之间的某种关系以前，我们先来讨论一个由质量M构成的简单机械系统，作用在这个M上的力是f，如图1.1所示．

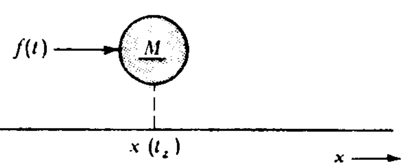


图 1.1

在这种情况下，激励函数（输入量）是$f(t)$，而输出量（响应）则是速度v．根据牛顿定律，对于一定的质量M，力f和质量的速度v之间有下列关系：

$$f = M\frac{dv}{dt}$$

或

$$v = \frac{1}{M}\int f(\tau)d\tau \tag{1.1a}$$

速度v是系统对输入力f的响应．因此任意瞬间t时的速度，是力f在全部过去时间中对M作用的结果．所以方程(1.1a)中的积分限是从$-\infty$到t．这样

$$v(t) = \frac{1}{M}\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau \tag{1.1b}$$

$$= \frac{1}{M}\int_{-\infty}^{0} f(\tau)d\tau + \frac{1}{M}\int_{0}^{t} f(\tau)d\tau \tag{1.1c}$$

根据方程 (1.1b)(令 $t=0$), 可以看出,方程 (1.1c) 右边第一项等于 $v(0)$. 因此

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{M}\int_{0}^{t} f(\tau)d\tau \tag{1.1d}$$

我们来讨论方程 (1.1d) 的含义. 由方程 (1.1b) 可以看出,如果我们知道在全部过去时间 $(-\infty, t)$ 内作用在质量上的力, 那么在任何瞬间 t 时的质量的速度可以被计算出来. 但是, 要在有作用力的全部过去时间内, 不间断地记录下作用在质量上的力的大小,实际上是不可能的. 在这种情况下,可以证明,采用方程 1.1d 将是很方便的. 假设我们知道了从某一时刻 $t=0$ 以后的力,并且知道初始速度 $v(0)$, 即 $t=0$ 时的速度,我们仍能计算 $t\geqslant 0$ 时的速度 $v(t)$. 因此 $v(0)$ 具有的信息,完全代表了力在全部过去时间内对 M 的作用效果,因而在计算 $t\geqslant 0$ 时的 $v(t)$ 时,它是不可缺少的一个物理量. 速度 $v(0)$ 表示初始时刻 $t=0$ 时的速度值,通常叫做初始条件. 在这个例子中,我们可以任意选取一个初始时刻作为 $t=0$ 的时刻. 当然我们也可以选取 $t=t_0$ 作为初始时刻.

方程 (1.1d) 可以容易地概括为一般形式:

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{M}\int_{t_0}^{t} f(\tau)d\tau \tag{1.1e}$$

在这种情况下, 我们可以得到下列结论: $t\geqslant t_0$ 时的响应(速度), 是初始条件 $v(t_0)$ 和 $t\geqslant t_0$ 时的输入量 $f(t)$ 的函数. 这个结论可以表示为

$$v(t) = \phi[v(t_0), f(t)], \quad t\geqslant t_0 \tag{1.2}$$

这个结论在一般情况下也是成立的. 这时可以叙述为: 系统在 $t\geqslant t_0$时的响应,是 $t=t_0$ 时的初始条件和 $t\geqslant t_0$ 时的输入量 $f(t)$ 的函数.

在现在这个问题中, 只需要一个初始条件. 但是, 一般来说可能需要几个初始条件. 我们再来讨论一下力 f 作用到质量 M 上的问题. 我们来确定某一时刻 t 时,质量 M 的位置 x. 因为

$$\frac{dx}{dt} = v$$

所以

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} v(\tau)d\tau \tag{1.3a}$$

$$= \int_{-\infty}^{0} v(\tau)d\tau + \int_{0}^{t} v(\tau)d\tau \tag{1.3b}$$

根据方程 (1.3a) (令 $t=0$), 可以看出,方程 (1.3b) 右边第一项等于 $x(0)$. 因此

$$x(t) = x(0) + \int_{0}^{t} v(\zeta)d\zeta \tag{1.3c}$$

式中 ζ 是积分变量. 把方程 (1.1d) 代入方程 (1.3c), 我们得到

$$x(t) = x(0) + \int_{0}^{t}\left[v(0) + \frac{1}{M}\int_{0}^{\zeta} f(\tau)d\tau\right]d\zeta$$

$$= x(0) + v(0)t + \frac{1}{M}\int_{0}^{t}\int_{0}^{\zeta} f(\tau)d\tau d\zeta \tag{1.3d}$$

从方程(1.3d)可以看出,如果已知 $t=0$ 以后的输入力 $f(t)$, 那么为了求 $t\geqslant 0$ 时的位

置 $x(t)$，我们需要两个初始条件：$x(0)$ 和 $v(0)$. 因此

$$x(t)=\phi[x(0),v(0),f(t)],\quad t\geqslant 0$$

应当指出，$t=0$ 的初始瞬间是可以任意选择的. 对于任意初始瞬间，上述结果可以概括为一般形式.

1.2 系统的状态：一种重要方法

在某一时刻 $t=t_0$ 时，初始条件的总合，称为系统在 $t=t_0$ 时的状态. 因此如果系统具有 n 个初始条件 $x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0)$，那么系统在 $t=t_0$ 时的状态（初始状态），就由 $x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0)$ 确定. 我们可以说，某一时刻 t_0 时的状态，包含了系统在过去时刻内的所有有关信息. 当给定 $t\geqslant t_0$ 时的输入量时，这些信息对于获得 $t\geqslant t_0$ 时的响应是必不可少的. 在图 1.1 所示的质量-力系统中，系统在 $t=t_0$ 时的状态由 $x(t_0)$ 和 $v(t_0)$ 确定.

对于任意时刻 t_0，当已知 $t\geqslant t_0$ 时系统的输入量时，为了确定所有 $t\geqslant t_0$ 时刻系统的响应所必需的最少数目的一组 t_0 时刻的量 $x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0)$，叫做系统在 t_0 时刻的状态变量.

一般来说，可能有几个输入量同时作用在系统的不同点上，而且我们所关心的作为系统响应（输出量）的变量，可能也有几个. 但是为了简便起见，我们将首先讨论单输入、单输出系统的情况，然后再把讨论推广到一般的多输入多输出系统. 系统在 $t\geqslant t_0$ 时的响应 $y(t)$，是系统在某一初始时刻 $t=t_0$ 时的状态和 $t\geqslant t_0$ 时的输入量 $f(t)$ 的函数. 这可以表示成

$$y(t)=\phi[x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0),f(t)]\quad t\geqslant t_0 \tag{1.4a}$$

为了方便起见，我们将用 $\{x(t_0)\}$ 代表用 $x_1(t_0),x_2(t_0),\cdots,x_n(t_0)$ 这一组量表示的 $t=t_0$ 时的初始状态. 利用这个符号，方程 (1.4a) 可以表示为

$$y(t)=\phi[\{x(t_0)\},f(t)],\quad t\geqslant t_0 \tag{1.4b}$$

图 1.2 是这个系统的方块图. 一个系统可以用输入量、输出量和函数方块图来描述.

$y(t)=\phi[\{x(t_0)\},f(t)]$

图 1.2

为了能完全地表征系统的特性，在函数方块图中应标出输入-输出关系（如方程 (1.4b) 那样）.

从这一点上，我们可以看出一个重要的结果，这就是任意 $t\geqslant t_0$ 瞬间的响应 $y(t)$，可以根据已知的初始状态 $\{x(t_0)\}$ 和 (t_0,t) 区间上的输入量 $f(t)$ 来确定. 我们来讨论 $t=t_0$ 瞬间的输出量 y. 根据上面的讨论，显然 $y(t_0)$ 可由已知的初始状态 $\{x(t_0)\}$ 和 (t_0,t_0) 区间上的输入量 $f(t)$ 确定. 后者实际上就是 $f(t_0)$. 因此系统在任意瞬间的响应完全可以由系统在该瞬间的状态数据（和该瞬间的输入量）确定. 对于多输入多输出系统，这个结论也是正确的. 系统在任意给定瞬间 t 时的每一个输出量（响应），完全可以由

系统在该瞬间的状态(和输入量)确定.因此系统在某一瞬间的状态,提供了这个系统在该瞬间的全部信息. 显然,系统的状态是系统的唯一的最重要的属性. 它是求解系统问题的重要方法.

例如,研究图 1.3 所示的电网络. 我们可以容易地证明,如果知道了任意瞬间的电容电压 x_1,和电感电流 x_2(以及输入量),那么这个网络在该瞬间的所有电压和电流,都可以

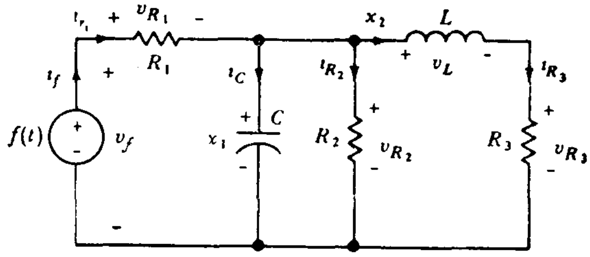


图 1.3

求出来. 由图 1.3 可以看出:

$$
\begin{aligned}
v_{R_1} &= f(t) - x_1 \\
i_{R_1} &= \frac{1}{R_1} v_{R_1} = \frac{1}{R_1}[f(t) - x_1] \\
v_{R_2} &= x_1 \\
i_{R_2} &= \frac{1}{R_2} x_1 \\
i_C &= i_{R_1} - i_{R_2} - x_2 = \frac{1}{R_1}[f(t) - x_1] - \frac{1}{R_2} x_1 - x_2 \\
v_C &= x_1 \\
i_{R_3} &= x_2 \\
v_{R_3} &= R_3 x_2 \\
v_L &= v_{R_2} - v_{R_3} = x_1 - R_3 x_2 \\
i_L &= x_2 \\
i_f &= i_{R_1} = \frac{1}{R_1}[f(t) - x_1] \\
v_f &= f(t)
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

可以看出,如果我们知道了某瞬间的电容电压 x_1、电感电流 x_2 和输入量 $f(t)$,则该瞬间网络中的所有电压和电流均能确定. 因此,这个网络在任意瞬间 t_0 时的状态由 $x_1(t_0)$ 和 $x_2(t_0)$ 给定. 对于电网络,一般来说,可以证明,任意瞬间的所有电压和所有电流,均可以由该瞬间的所有电感电流值和所有电容电压值(及输入量)确定. 因此在电网络中,系统在任意瞬间的状态,由所有的电感电流和电容电压确定. 还可以看出,在机械系统中,某瞬间的所有力、位移和速度,可以由该瞬间所有结点[1]的位置和速度数据(及输入量)确定. 因此所有结点的位置和速度,表示了机械系统的状态.

1) 所谓结点,就是两个或两个以上的元件相互联结的点.

状态是一个很重要的概念. 正如这个术语本身表示的那样，系统的状态表示了它的位置或状况.

系统状态的非唯一性

在这里我们将指出，系统的状态可以用几种方法来确定. 例如，在力-质量系统中(图1.1)，我们可以用 $x(t_0)$，$v(t_0)$ 确定系统的状态，我们也可以定义新的变量 w_1 和 w_2:

$$\begin{aligned} w_1 &= a_{11}x + a_{12}v \\ w_2 &= a_{21}x + a_{22}v \end{aligned} \tag{1.6}$$

联立解这两个方程，我们可以把 x 和 v 用 w_1 和 w_2 表示[1]. 因此，如果已知 w_1 和 w_2，则 x 和 v 也能知道. 所以，系统的响应也可以根据已知的输入量 $f(t)$，和初始条件 $w_1(t_0)$ 及 $w_2(t_0)$ 来确定. 因此，根据定义，$w_1(t_0)$ 和 $w_2(t_0)$ 也确定了系统的状态.

在图 1.3 所示的电网络中，可以容易地证明，任意瞬间，所有支路中的电压和电流，可以由该瞬间已知的 v_{R_1} 和 v_{R_3}(及输入量)确定. 因此 v_{R_1} 和 v_{R_3} 也确定了系统的状态. 另外还有一些能够确定这个网络状态的变量组，它们是 (i_L, v_L)，(i_C, v_C)，(v_{R_1}, v_L)，(i_C, v_L) 和 (i_C, v_{R_3}). 这些将作为练习留给读者，读者可以证明，这些变量组都可以确定图 1.3 所示系统的状态.

1.3 系统的分类

系统大体上可以分为下列几类[2]:

(1) 线性和非线性系统.

(2) 常参量和变参量系统.

(3) 瞬态和动态系统.

(4) 集中参数和分布参数系统.

(5) 连续时间和离散时间系统.

现在我们来讨论这几类系统的性质. 首先我们将讨论单输入、单输出系统，然后再把结果推广到一般情况.

线性和非线性系统

在定义线性系统以前，首先必须明确线性这个概念.

线性概念

无疑读者是熟悉线性的基本含义的. 总的来说，线性性质包含着两个重要概念:(1)均匀性;(2)叠加性. 均匀性质意味着，对于任何 k 值，当输入量增大 k 倍时，输出量也增大 k 倍[图 1.4(a)]. 如果 $f(t)$ 是输入量，并且 $y(t)$ 是相应的响应，则当输入量是 $kf(t)$

---

1) 如果 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$，则这样作是正确的. 这里暗含了这个条件.

2) 除已列出的各类系统外，还有一些系统分类，例如 (1) 离散状态和连续状态系统，以及 (2) 确定性系统和随机系统. 不过，这几类系统超出了本书的范围，所以我们不予讨论.

时，其相应的响应是 $ky(t)$。这个结论可以表示如下：

如果

$$f(t) \to y(t)$$

则

$$kf(t) \to ky(t) \tag{1.7}$$

叠加性质说明，如果有几个输入量（或原因）作用于系统，则系统由所有输入量（原因）引起的总响应可以根据下列方法分别确定，即每次只考虑一个输入量（原因），并假设其余的输入量（原因）等于零．总的输出量等于所有这些每次只考虑一个输入量（原因）时算出的输出分量之和．这个性质可以表示如下：如果 $y_1(t)$ 是系统对输入量（原因）$f_1(t)$ 的响应，而 $y_2(t)$ 是同一系统对输入量（原因）$f_2(t)$ 的响应，那么，当两个输入量同时作用时，即当输入量为 $f_1(t)+f_2(t)$ 时，系统的响应将是 $y_1(t)+y_2(t)$． 这个性质可以表示如下［见图 1.4(b)］：

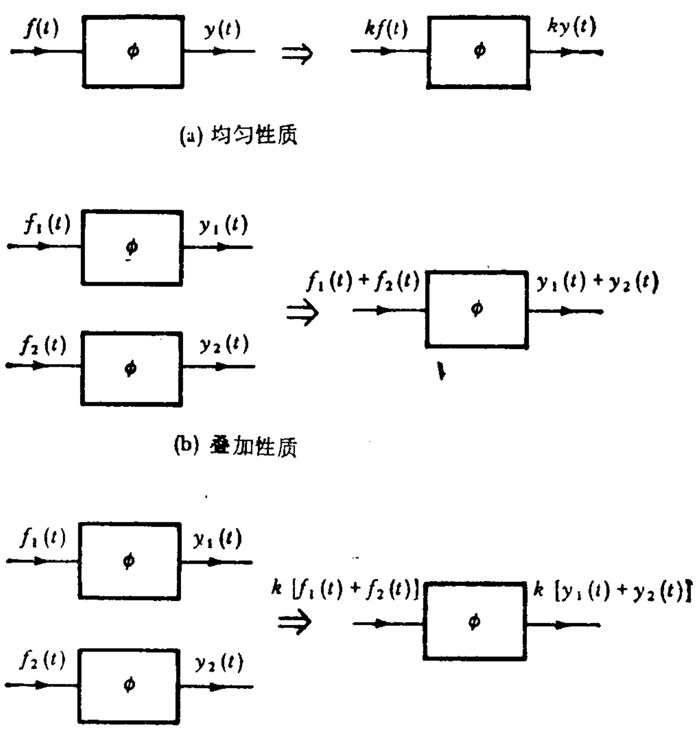
如果

$$f_1(t) \to y_1(t)$$

$$f_2(t) \to y_2(t)$$

则

$$f_1(t)+f_2(t) \to y_1(t)+y_2(t) \tag{1.8}$$



(a) 均匀性质

(b) 叠加性质

(c) 线性性质（均匀性＋叠加性）

图 1.4

我们可以把两个性质［方程 (1.7) 和 (1.8)］合并成一个方程［见图 1.4(c)］：

如果

$$f_1(t) \to y_1(t)$$

$$f_2(t) \to y_2(t)$$

则

$$k[f_1(t)+f_2(t)] \to k[y_1(t)+y_2(t)] \tag{1.9}$$

应当指出，方程(1.9)同时包含了方程(1.7)和(1.8)的内容. 因此方程(1.9)表示了线性性质(均匀性 + 叠加性).

线性和非线性系统的定义

现在我们利用线性概念来定义线性系统. 前面已经谈到，系统的输出量不仅取决于输入量 $f(t)$，而且还取决于初始状态 $\{x(t_0)\}$. 这可以看成就象输出量(响应)取决于两个不同的输入量(或原因) $\{x(t_0)\}$ 和 $f(t)$ 那样. 因此，对于线性系统，我们应当要求输出量(响应)等于两个分量之和，而这两个分量是由两个不同的原因引起的. 每一个原因产生的分量都可以单独进行计算，即在计算时可以假定只有这一个原因存在，而其余原因全等于零. 更明确地说，线性系统的输出量应等于下列两个分量之和: (1)系统在给定初始状态 $\{x(t_0)\}$ 和零输入即 $f(t)=0$ 条件下的输出量(零输入分量); (2)系统在给定的输入量 $f(t)$ 和零初始状态即 $\{x(t_0)\}=0$ 条件下的输出量(零状态分量). 因此响应 $y(t)$ 可以表示为

$$\underbrace{y(t)}_{\text{总响应}} = \underbrace{y_x(t)}_{\substack{\text{零输入}\\ \text{响应}}} + \underbrace{y_f(t)}_{\substack{\text{零状态}\\ \text{响应}}} \tag{1.10}$$

式中 $y_x(t)$ (零输入响应)只是初始状态的函数，而 $y_f(t)$ 则只是输入量 $f(t)$ 的函数. 系统这种能把总响应分解成由初始状态产生的响应和由输入量产生的响应的性质，叫做系统的分解性质. 所以，线性系统的输出量可以分解成两个分量. 令输入量等于零时，可以得到第一个分量(零输入分量). 这个响应分量纯粹是由初始条件或初始状态引起的. 初始状态等于零时，可以得到第二个分量(零状态分量). 这个响应分量仅由输入量造成. 分解性质使我们能够用比较简单的方法来计算由两个不同的原因产生的两个响应分量. 由每一个原因造成的分量，可以在假定只有这个原因存在而另一个原因却等于零的条件下计算出来. 总响应是每一个原因产生的响应之和.

在图 1.1 的力-质量系统中，响应 $x(t)$ 由下式确定:

$$x(t) = \underbrace{x(0)+v(0)t}_{\substack{\text{零输入响应}\\ y_x(t)}} + \underbrace{\frac{1}{M}\int_0^t\int_0^\zeta f(\tau)d\tau d\zeta}_{\substack{\text{零状态响应}\\ y_f(t)}} \tag{1.11}$$

显然，响应可以分解成两个分量，第一个分量完全是由初始条件产生的. 如果初始状态为零，即如果 $x(0)=0$，$v(0)=0$，那么这个分量便等于零. 因此第一个分量是零输入分量 $y_x(t)$. 第二个分量完全是由输入量 $f(t)$ 产生的，如果 $f(t)=0$，则这个分量便等于零. 因此这个分量是零状态分量 $y_f(t)$. 显然，这个系统满足分解性质.

但是，只有分解性质，还不足以使系统成为线性系统. 线性系统在所有可能的输入条件下，都必须呈现出线性性质. 因此，当初始状态为零时，对于各种输入量，零状态响应 $y_f(t)$ 必须呈现出线性性质(叠加性和均匀性)，这称为零状态线性性质. 同样，当输入量等于零时，$f(t)=0$，这时对于各种初始状态，零输入响应 y_x 必须呈现出线性性质，这称为零输入线性性质. 现在我们来说明这些性质的含义.