

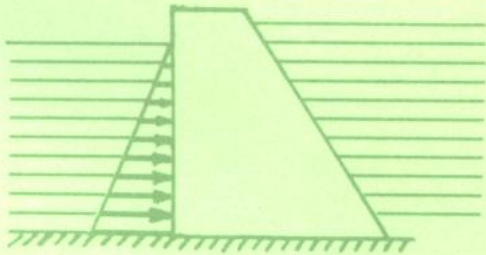
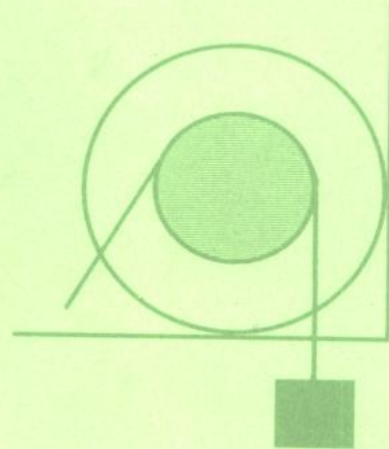
高等学校教材

工程力学

理论力学

叶凌云 主编

肖玲 刘玮 副主编



兵器工业出版社

432366

高等学校教材

工程力学

理 论 力 学

主 编 叶凌云

副主编 肖玲 刘 玮

编 著 吴桂英 杨 强 郭晓辉

刘 玮 肖 玲 叶凌云

兵器工业出版社

内 容 简 介

本书按照高等工科学校课程指导委员会制定的“高等工业学校理论力学课程基本要求”所规定的内容编写而成,适用于课程时数为60~90的机电、化工、环境保护、给水排水和建筑等专业,也可供有关工程技术人员参考。

为了便于在课程中开展计算机辅助教学,本书在最后一章编写了计算机分析方面的内容。

本书概念、理论论述准确严谨,文字简明、精炼,适用面宽。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学:理论力学分册/叶凌云等编著. —北京:兵器工业出版社,1997.8
ISBN 7-80132-143-X

I. 工… II. 叶… III. ①工程力学②理论力学 IV. TU21

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 09337 号

兵器工业出版社 出版发行

(邮编:100081 北京市海淀区车道沟10号)

各地新华书店经销

北京理工大学印刷厂印装

*

开本:787×1092 1/16 印张:14.5 字数:347.88千字

1997年8月第1版 1997年8月第1次印刷

印数:1—4000 定价:16.00元

前 言

本书是高等工业院校工程类各专业开设的技术基础课程。本书严格按高等工科学术课程指导委员会制定的“高等工业学校理论力学课程基本要求”和“高等工业学校材料力学课程基本要求”所规定的内容编著而成,是一本适合高等工科院校使用的教材。

本书在保证现行体系相对稳定的前提下,编著时,力求做到:理论分析严密、逻辑性强;文字简明、精炼;专业覆盖面宽,保证一定的信息量;在概念的引出、理论的叙述及结论的应用中特别注意与工程实际的结合与联系;在例题的分析及解题过程中突出解题思路、方法、步骤和技巧;精选习题,题量少、类型全。

随着科学技术的发展,计算机的使用已渗透到各个领域,并且成为高校培养学生能力的一个重要方面。太原工业大学理论力学教研室、材料力学教研室开设“理论力学计算机分析”和“材料力学计算机分析”课程已有八年,取得了很好的效果,受到学生的欢迎。该课程所使用的自编讲义逐年完善并且较为成熟。经过八年的教学实践积累了丰富的教学经验。因此在各专业的理论力学教学中全面开展计算机分析的时机已经成熟。为此,在最后一章编著了“计算机分析”的内容,以满足这方面的需要。

本书的理论力学分册的第一、十二、十三章由叶凌云编著,第四、六、七、八、九章由杨强编著,第十、十一、十四章由刘玮编著,第五章由郭晓辉编著,第二、三章由肖玲编著,习题由杨强解答。材料力学分册的附录由叶凌云编著,第一、六、九、十章由郭晓辉编著,第四、五、七、八章由吴桂英编著,第二、三、十一章由肖玲编著,习题由郭晓辉解答。全书由叶凌云统稿。

限于我们的水平,书中缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

编著者

1997年元月

目 录

绪论	(1)
第一篇 静力学	(2)
引言	(2)
第一章 静力学的基本概念	(3)
§ 1-1 静力学的基本概念·刚体和力	(3)
§ 1-2 静力学公理	(3)
§ 1-3 约束与约束反力	(6)
§ 1-4 物体的受力分析和受力图	(8)
习题一	(11)
第二章 平面汇交力系	(14)
§ 2-1 平面汇交力系的合成与平衡——几何法	(14)
§ 2-2 平面汇交力系的合成与平衡——解析法	(15)
习题二	(20)
第三章 力矩与平面力偶理论	(23)
§ 3-1 力矩的概念与计算	(23)
§ 3-2 力偶及其性质	(25)
§ 3-3 平面力偶系的合成与平衡	(27)
习题三	(29)
第四章 平面任意力系	(32)
§ 4-1 平面任意力系向作用面内一点简化	(32)
§ 4-2 平面任意力系的简化结果	(34)
§ 4-3 平面任意力系的平衡条件和平衡方程	(35)
§ 4-4 平面平行力系	(38)
§ 4-5 物体系统的平衡、静定和静不定问题	(39)
§ 4-6 平面静定桁架的内力计算	(43)
§ 4-7 滑动摩擦	(45)
习题四	(49)
第五章 空间力系	(55)
§ 5-1 力在空间直角坐标轴上的投影	(55)
§ 5-2 力对点之矩与力对轴之矩	(56)
§ 5-3 空间任意力系的平衡条件	(58)
§ 5-4 重心	(62)
习题五	(64)
第二篇 运动学	(67)
引言	(67)
第六章 点的运动学	(68)

§ 6-1 点的运动的矢径法	(68)
§ 6-2 点的运动的直角坐标法	(69)
§ 6-3 点的运动的自然法	(71)
习题六	(76)
第七章 刚体的基本运动	(79)
§ 7-1 刚体的平动	(79)
§ 7-2 刚体的定轴转动	(80)
§ 7-3 转动刚体上各点的速度和加速度	(82)
习题七	(84)
第八章 点的合成运动	(87)
§ 8-1 绝对运动、相对运动和牵连运动的概念	(87)
§ 8-2 速度合成定理	(88)
§ 8-3 牵连运动为平动时点的加速度合成定理	(90)
习题八	(93)
第九章 刚体的平面运动	(97)
§ 9-1 平面运动的简化及其分解	(97)
§ 9-2 平面图形内各点的速度	(98)
§ 9-3 平面图形内各点的加速度	(103)
习题九	(105)
第三篇 动力学	(110)
引言	(110)
第十章 动力学基本定律、质点的运动微分方程	(111)
§ 10-1 动力学基本定律	(111)
§ 10-2 质点运动微分方程	(112)
习题十	(116)
第十一章 动力学普遍定理	(119)
§ 11-1 动量定理	(119)
§ 11-2 动量矩定理	(126)
§ 11-3 动能定理	(137)
§ 11-4 动力学普遍定理的综合应用	(146)
习题十一	(148)
第十二章 达朗伯原理	(156)
§ 12-1 达朗伯原理	(156)
§ 12-2 刚体惯性力系的简化	(159)
习题十二	(167)
第十三章 虚位移原理	(170)
§ 13-1 质点系的约束、自由度与广义坐标	(170)
§ 13-2 虚位移与理想约束	(172)
§ 13-3 虚位移原理	(173)

习题十三	(180)
第十四章 理论力学计算机分析简介	(183)
§ 14-1 编程的基本方法和应考虑的问题	(183)
§ 14-2 平面静定桁架程序设计	(184)
§ 14-3 平面一般力系程序设计	(192)
习题答案	(215)

绪 论

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科。

运动是物质的存在方式,所有物质都处在永恒不停的运动中,没有运动的物质是不存在的。但物质运动的形式是多种多样的,机械运动是物质运动形式中最简单的一种。**所谓机械运动,就是物质在空间的位置随时间的变化。**机械运动是普遍存在的,所以对机械运动的研究有着十分重要的意义。

理论力学以刚体、质点和质点系为研究对象。它所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的基本定律为基础的,属于古典力学的范畴。古典力学适用于宏观、低速(与光速相比较)物体的运动。对于微观粒子和速度接近于光速的宏观物体,它们的机械运动有特殊的规律,不属于古典力学的研究范畴。在一般的工程技术问题中,物体的速度远小于光速,用古典力学的理论来解决,不仅方便,而且具有足够的精确度。因此,古典力学仍然是研究机械运动有效的工具。

理论力学的内容包括以下三部分:

静力学——研究物体在力的作用下的平衡规律,物体受力分析的方法,以及力系合成的理论。

运动学——研究物体机械运动的几何性质(如轨迹、速度和加速度),而不考虑物体运动的原因。

动力学——研究物体机械运动与其所受力之间的关系。

由于计算机技术的飞速发展,它已渗透到了各门学科。因此,为了推广和发展计算机在理论力学中的应用,本书在最后一章编写了“理论力学计算机分析”的内容。

理论力学是一门理论性较强的技术基础课。学习本课程的目的在于掌握机械运动的客观规律,并应用这些规律和其它知识解决工程技术中的实际问题。同时为学习一系列后续课程,如材料力学、结构力学以及有关的专业课程提供重要的理论基础。此外,认识机械运动的客观规律,掌握力学的研究方法,有助于培养辩证唯物主义世界观,提高分析问题和解决问题的能力,为学习其它科学技术理论和从事科学研究工作创造条件。

第一篇 静力学

引言

静力学研究物体在力系作用下的平衡规律。平衡是物体机械运动的特殊情况。若物体相对惯性参考系静止或作匀速直线运动,则称此物体处于平衡。凡对牛顿运动定律成立的参考系称为惯性参考系,工程中一般可以把固结在地球上或相对地球作匀速直线运动的参考系看作惯性参考系。

静力学主要解决以下两个基本问题:

一、力系的简化

力系是指作用在物体上的一群力。在保持力系对物体作用效果不变的条件下,用另一个力系代替原力系,称为力系的等效替换。这两个力系互为等效力系。如用一个简单力系等效替换一个复杂力系,则称为力系的简化。通过力系的简化可以容易地了解力系对物体总的作用效果。力系的简化是建立平衡条件的基础。平衡力系可以简化,非平衡力系亦可以简化。因此,力系简化方法在动力学中也得到应用。

二、力系的平衡条件及其应用

一般情况下,物体在力系的作用下未必处于平衡状态,只有当作用在物体上的力系满足一定的条件时,物体才能平衡。把物体平衡时,作用在物体上的力系所满足的条件,称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。

第一章 静力学的基本概念

§ 1-1 静力学的基本概念·刚体和力

一、刚体的概念

所谓**刚体**是指在力的作用下不变形的物体。其特点表现为其内部任意两点的距离都保持不变。它是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下,均会产生程度不同的变形。但是,许多物体的变形十分微小,对研究物体的平衡问题不起主要作用,可以略去不计,这样可使问题大为简化。

在静力学中,所研究的物体只限于刚体和刚体系统,故又称之为**刚体静力学**,它是研究变形体力学的基础。

二、力的概念

力是物体间相互的机械作用,这种作用使物体的机械运动状态发生变化,同时使物体发生变形。前者称为力的运动效应(或外效应);后者称为力的变形效应(或内效应)。理论力学只研究力对物体作用的运动效应,而不研究力对物体的变形效应,后者将在材料力学中研究。力对物体的施力方式有两种:一种是通过物体间的直接接触而施力;另一种是通过力场对物体施力。

实践表明,力对物体的作用效果决定于三个要素,简称为**力的三要素**:(1)**力的大小**。它是表示物体之间机械作用的强度。在国际单位制中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。(2)**力的方向**。它表示物体的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。(3)**力的作用点**。它是物体间机械作用位置的抽象化。物体相互接触发生机械作用时,力总是分布地作用在一定的面积上。如果力作用的面积较大,这种力称为**分布力**。如果力作用的面积很小,可以近似地看成作用在一个点上,这种力称为**集中力**,此点称为**力的作用点**。过力的作用点表示力的方位的直线称为**力的作用线**。

力的三要素表明**力是矢量**,且为**定位矢量**。它可以用具有方向的线段表示。如图 1-1 所示,线段的长度按一定的比例尺表示力的大小,线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点(或终点)表示力的作用点,而与线段重合的直线表示力的作用线。书中表示矢量的符号用黑体字(如 \mathbf{F}),该矢量的大小(又叫模)用同字母的白体字表示(如 F)。

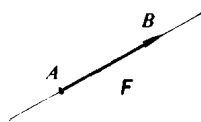


图 1-1

§ 1-2 静力学公理

公理是人们在生活和生产活动中长期积累的经验总结,又经过实践的反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律。它不可能用更简单的原理去代替,也无需证明而为大家所公认,并可作为证明的论据。静力学公理是人们关于力的基本性质的概括和总结,它们是静力学全部理论

的基础。

公理一（二力平衡公理） 作用在同一刚体上的两个力,使刚体平衡的必要与充分条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一条直线上。如图 1-2 所示, $F_1 = -F_2$ 。

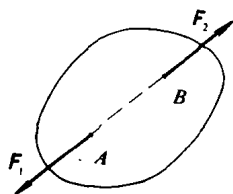


图 1-2

这个公理总结了作用在刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。它是以后推证平衡条件的基础。对于刚体这个条件是必要与充分的;但对变形体这个条件只是必要的,而不是充分的。

在工程上把只受两个力作用而平衡的构件,称为**二力构件**;如果不考虑自身重力只在两端受力而平衡的杆,称为**二力杆**。根据公理一,这两力必作用在它们作用点的连线上,并且大小相等,方向相反。

公理二（加减平衡力系公理） 在作用于同一刚体上的任一已知力系上加上或去掉任意个平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。就是说:如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,则它们对刚体的作用是相同的,因此可以等效替换。

这个公理是力系简化的重要理论依据。

推论一（力的可传性原理） 作用在刚体上的力,可沿其作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

证明:设力 F 作用在刚体上的 A 点,如图 1-3(a)所示。在刚体上力 F 的作用线上任意一点 B 加上一对平衡力 F_1 与 F_2 ,且使 $F_1 = F = -F_2$,如图 1-3(b)所示。由公理二知,这并不改变原力 F 对刚体的作用。根据公理一, F 与 F_2 构成平衡力系,再由公理二,这个平衡力系可以去掉。

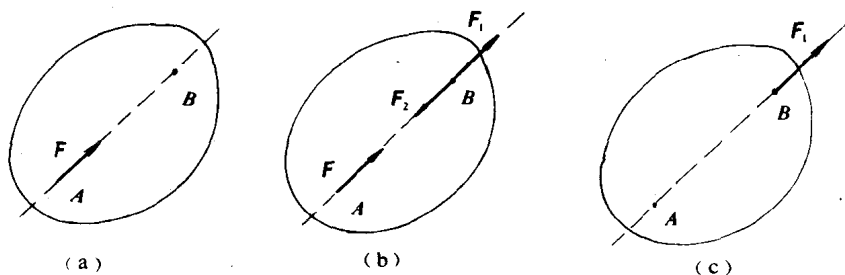


图 1-3

最后剩下作用于点 B 的力 F_1 ,如图 1-3(c)所示。可见 F_1 与 F 等效。又因 $F_1 = F$,因此可将力 F_1 看作是力 F 从点 A 滑移至点 B 的结果,而点 B 是 F 作用线上任意一点。推论证毕。

由此可见,对刚体来说,力的作用效果与力的作用点在作用线上的具体位置无关。因此,作用在刚体上的力的三要素为:力的大小、方向和作用线。

由于作用于刚体上的力可以沿着作用线移动,因此,对刚体来说,力是滑动矢量。

公理三（二力合成公理） 作用于物体某一点的两个力的合力,亦作用于同一点上,其大小和方向可由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。此公理又称作力的平行四边形法则。如图 1-4(a)所示,设在物体的 A 点作用有力 F_1 和 F_2 ,如以 R 表示它们的合力,则合力 R 等于两个分力 F_1 和 F_2 的矢量和。

即

$$R = F_1 + F_2$$

这个公理总结了最简单力系简化的规律,是复杂力系简化的基础。

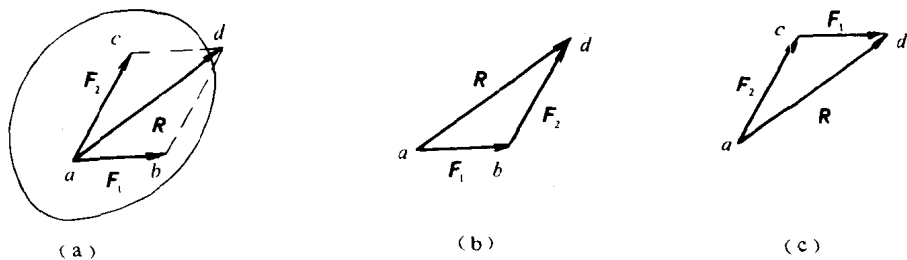


图 1-4

因为合力 R 的作用点亦为 A 点, 求合力的大小及方向实际上无需作出整个平行四边形。可用下述简单的方法来代替: 以任选点 a 作矢量 ab 表示力矢 F_1 , 在其末端 b 作矢量 bd 表示力矢 F_2 , 则矢量 ad 即表示合力矢 R , 如图 1-4(b) 所示。由只表示力的大小及方向的分力矢和合力矢所构成的三角形 abd 称为力三角形, 这种求合力矢的作图规则称为力的三角形法则。力三角形只表示各力矢, 并不表示其作用位置。若先作矢量 ac 表示力矢 F_2 , 再作矢量 cd 表示力矢 F_1 , 同样可得表示合力矢 R 的矢量 ad , 如图 1-4(c) 所示。这说明合力矢与两分力矢的作图先后次序无关。在力三角形中, 各分力矢量是首尾相接, 而合力矢量与分力矢量是始点与始点、终点与终点相接。

推论二 (三力平衡汇交定理) 当刚体在三个力作用下处于平衡时, 若其中任何两个力的作用线相交于一点, 则第三个力的作用线亦必交于同一点, 且三个力的作用线共面。

证明: 如图 1-5 所示, 在刚体的 A 、 B 、 C 三点上分别作用三个力 F_1 、 F_2 、 F_3 , 刚体处于平衡。根据力的可传性, 将力 F_1 和 F_2 移至汇交点 O , 然后根据力的平行四边形法则, 得合力 R_{12} 。则力 F_3 应与 R_{12} 平衡。由于两个力平衡必须共线, 所以力 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面, 且通过力 F_1 和 F_2 的交点 O 。证毕。

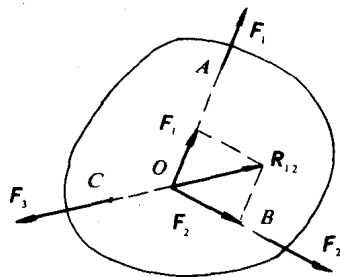


图 1-5

三力平衡汇交定理说明了不平行的三个力平衡的必要条件。若已知两个力的作用线, 可用此定理来确定第三个力的作用线方位。但是, 三力汇交时, 刚体也未必一定平衡。

公理四 (作用与反作用公理) 两物体间相互作用的作用力和反作用力总是同时存在, 大小相等, 方向相反, 沿同一直线, 分别作用在两个相互作用的物体上。

这个公理概括了自然界物体间相互作用的关系。表明作用力和反作用力总是成对出现。它是物体受力分析必须遵循的原则, 为从一个物体的受力分析过渡到物体系统的受力分析提供了基础。

公理五 (刚化原理) 变形体在某一力系作用下处于平衡, 如把此变形体刚化为刚体, 则平衡状态保持不变。

这个原理提供了把变形体抽象成刚体的条件, 建立了刚体力学与变形体力学的联系。刚体的平衡条件对变形体来说只是必要的, 而不是充分的。例如: 一段绳子在两个等值反向的拉力

作用下处于平衡。如将其变为刚性杆,则平衡状态不受影响;但对刚性杆受两个等值反向压力作用而平衡时,如将该刚性杆变为绳索,则平衡状态不能保持。

§ 1-3 约束与约束反力

在工程实际中,有些物体如:飞机、炮弹和火箭等,它们在空间的位移不受任何限制。位移不受限制的物体称为**自由体**。而有些物体如:机车、机床的刀具、绳索悬挂的重物等,它们在空间的位移都受到一定的限制。如机车受铁轨的限制只能沿轨道运行;重物受绳索的限制不能下落等。位移受到限制的物体称为**非自由体**。周围的对非自由体的某些位移起限制作用的其他物体称为该非自由体的**约束**。如铁轨是机车的约束,绳索是重物的约束等。

既然约束阻碍着物体的运动,也就是约束对物体有作用力,这种力称为**约束反力**,简称**反力**。除约束反力外,物体上受到的各种荷载如重力、风力、水压力等,它们是促使物体运动或有运动趋势的力,称为**主动力**,以示区别。在静力学中,主动力一般作为已知条件给出。由于约束反力是由主动力引起的,故它是一种**被动力**。

约束反力取决于约束本身的性质、主动力以及物体的运动状态。约束反力阻止物体运动的作用是通过物体间相互接触实现的,因此**约束反力的方向总是与约束所能阻止的运动方向相反**,这是确定约束反力方向的准则;而它的作用点在相互接触处。至于它的大小,在静力学中可由平衡条件确定。

下面将工程中常见的约束理想化,归纳为几种基本类型,并根据各种约束的特性分别说明其反力的表示方法。

一、柔性体约束(柔索约束) 工程中的绳索、传动带、链条等均属这类约束。忽略其刚性、不计自身重力、认为绝对柔软且不可伸长。这类约束的特点是:只能承受拉力,不能承受压力和抗拒弯矩,因而只能限制物体沿着柔性体伸长的方向运动。所以**柔性体约束的约束反力只能是拉力**,作用在连接点,方向**沿着柔性体的轴线而背离物体**。一般用 T 表示,如图 1-6 所示。

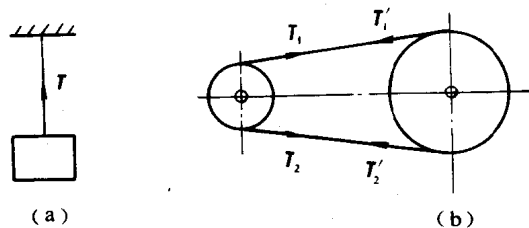


图 1-6

二、光滑接触面(线)约束 这类约束忽略接触处的摩擦,视为理想光滑。特点是不论支承接触表面的形状如何,只能承受压力,不能承受拉力,只能限制物体沿两接触表面在接触点处的公法线而趋向支承接触面的运动。所以**光滑接触面(线)的约束反力只能是压力**,作用在接触处,方向**沿着接触表面在接触点处的公法线而指向物体**。一般用 N 表示,如图 1-7 所示。光滑接触面的反力又叫**法向反力**。

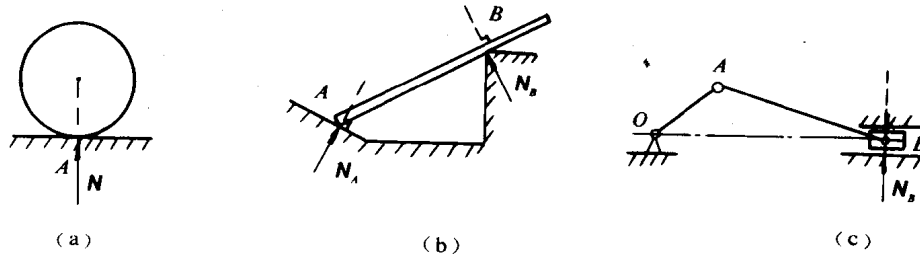


图 1-7

三、光滑圆柱形铰链约束 (中间铰链约束) 圆柱形铰链简称圆柱铰,是连接两个构件的圆柱形零件,亦称**销钉**。这类约束可视为由圆柱销插入两构件的圆柱孔而构成,并忽略摩擦和圆柱销与构件上圆柱孔的余隙,圆柱铰连接可用简图 1-8(a)表示。这类约束的特点是只能限制物体的任意径向移动,不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动。由于圆柱销与圆柱孔是光滑曲面接触,则约束反力应是沿接触线上一点到圆柱销中心的连线且垂直于轴线,如图 1-8(b)所示。因为接触线的位置不能预先确定,因而约束反力的方向也不能预

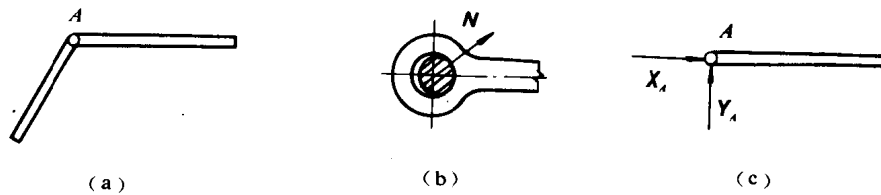


图 1-8

先确定。所以光滑圆柱铰链约束的反力只能是压力,在垂直于圆柱销轴线的平面内,通过圆柱销中心,方向不定。通常表示为沿坐标轴正向的两个正交分力 X_A 与 Y_A (或记为 R_x 与 R_y),如图 1-8(c)所示。当用圆柱销连接几个构件时,连接处称为铰结点。

四、支座约束 支座是将构件或结构支承在固定支承物上的装置。

1. 固定铰支座 (铰支座) 用光滑圆柱销将构件与底座连接,并把底座固定在支承物上而构成,如图 1-9(a)所示。计算简图如图 1-9(b)所示。这种约束的特点是只能绕铰链轴线转

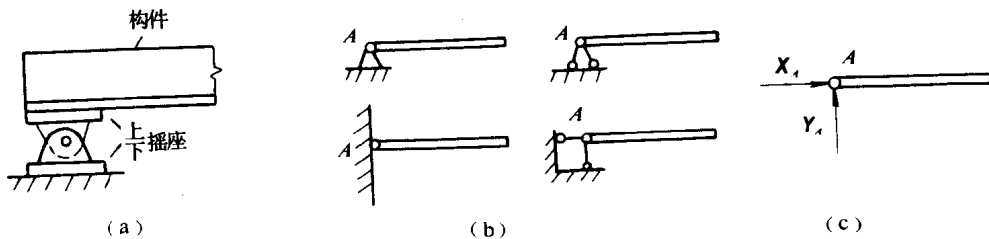


图 1-9

动,而不能发生垂直于铰轴的任何移动。所以,铰支座约束反力在垂直于圆柱销轴线的平面内,通过圆柱销中心,方向不定。通常用两正交的分力表示,如图 1-9(c)所示。

2. 辊轴支座 (可动铰支座) 将固定铰支座的底座用几个辊轴(滚柱)支承在光滑的支承物上构成。计算简图如图 1-10(a)所示。这种约束的特点是只能限制物体与圆柱铰连接处沿支承物法线方向的运动,而不能阻止绕圆柱铰的转动和沿支承面方向的运动。所以,辊轴支座的约束反力垂直于支承面,通过圆柱销中心。通常为压力,一般用 N (或 R)表示,如图 1-10(b)所示。

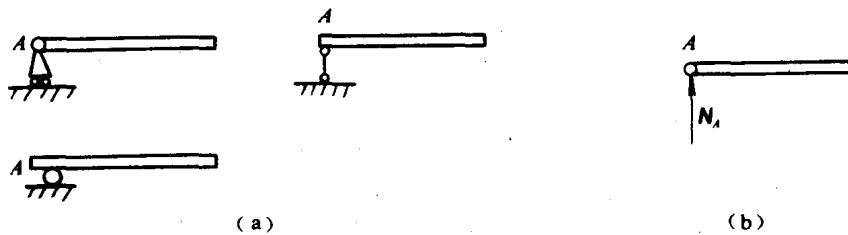


图 1-10

五、链杆约束 两端用光滑铰链与其它构件连接且不考虑自身重力的直杆称为链杆,如图 1-11(a)所示。这种约束的特点能限制物体与直杆连接点沿直杆轴线方向的运动。由于链杆为二力杆,既能受压,又能受拉。所以,链杆的约束反力沿链杆轴线,方向不定。一般假设为拉力,用 S 表示,如图 1-11(b)所示。

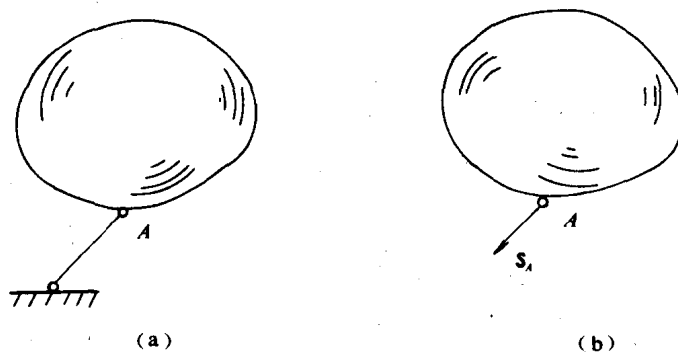


图 1-11

§ 1-4 物体的受力和受力图

解决力学问题时,首先要选定需要进行研究的物体,即**确定研究对象**,然后分析其受力情况,这个过程称为物体的**受力分析**。把研究对象解除约束,从周围物体中分离出来,画出其简图,称为**分离体**。将研究对象所受的所有的主动力和约束反力用力矢表示在分离体上,这种图形称为物体的**受力图**。画出正确的受力图是解决力学问题的关键步骤。受力分析的步骤大体

可以归纳如下:

1. 根据题意恰当地确定研究对象,取分离体。研究对象可以是一个物体、几个物体的组合或整个物体系统。

2. 在分离体上,画上物体所受的主动动力,并标上各主动力的名称。

3. 明确研究对象受周围哪些物体的约束,根据约束的类型确定约束反力的位置及方向,画在分离体上,并标上各约束反力的名称。

4. 有时要根据二力平衡共线,三力平衡汇交等平衡条件确定某些约束反力的指向或作用线的方位。

5. 为计算方便要标明有关的几何关系,并写上各力作用点的名称。

画受力图时要注意:受力图只画研究对象的简图及受的全部力。除作特别说明,一般不考虑物体的重力。每画一力都要有依据,不多不漏。研究对象中物体间相互作用的内力和作用于其它物体上的力不画。两物体间的相互约束力要符合作用与反作用公理。

下面举例说明。

例 1-1 用力 F 拉动碾子压平路面,碾子受到一石块的阻碍,如图 1-12(a)。试画出碾子的受力图。

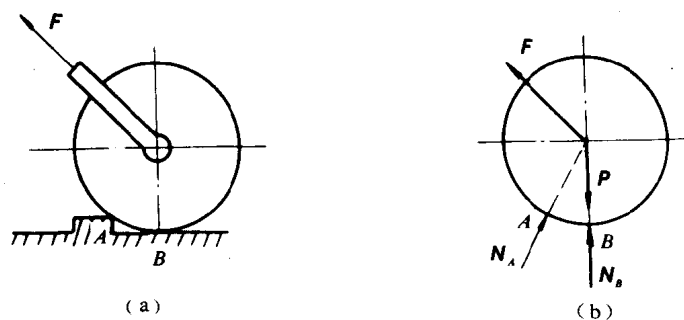


图 1-12

解:(1)以碾子为研究对象,取分离体。

(2)画主动力。有碾子本身的重力 P 和杆对碾子中心的拉力 F 。

(3)画约束反力。由于碾子在 A 和 B 两处受到石块和地面的约束,它们均为光滑接触面约束,故在 A 处受石块的法向反力 N_A 的作用,在 B 处受地面的法向反力 N_B 的作用,它们均沿着碾子上接触点的公法线而指向圆心。

碾子的受力图如图 1-12(b)所示。

当碾子处于将要翻过石块 A 的临界平衡状态时 $N_B=0$

例 1-2 简支梁 AB 两端用铰支座和辊轴支座支承,如图 1-13(a)。在 C 处作用一集中荷载 P ,梁重不计,画出梁 AB 的受力图。

解:(1)以梁 AB 为研究对象,取分离体。

(2)画主动力。有作用在梁上的集中荷载 P 。

(3)画约束反力。由于梁在 A 处受铰支座约束,在 B 处受辊轴支座约束。因而在 A 处受约束反力 X_A 和 Y_A 的作用。在 B 处受垂直于水平面的约束反力 N_B 的作用。 AB 梁的受力图如图

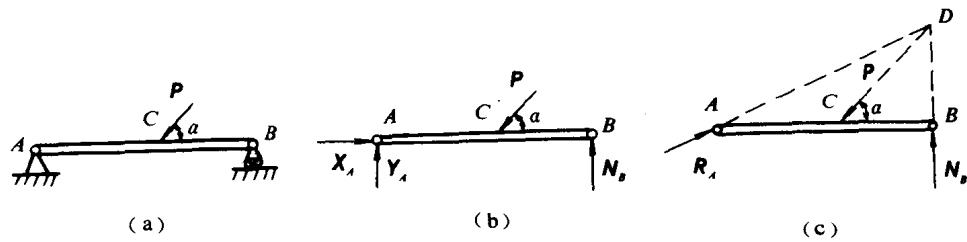


图 1-13

1-13(b)所示。

梁 AB 的受力图亦可画成图 1-13(c)所示。根据三力平衡汇交定理,已知力 P 与 N_B 相交于 D 点,则其余一力 R_A 亦必交于 D 点,从而确定 R_A 沿 AD 两点连线。

例 1-3 三铰刚架如图 1-14(a)所示。自身重力不计,在 AC 上作用荷载 P ,试分别画出 AC 、 BC 及刚架整体的受力图。

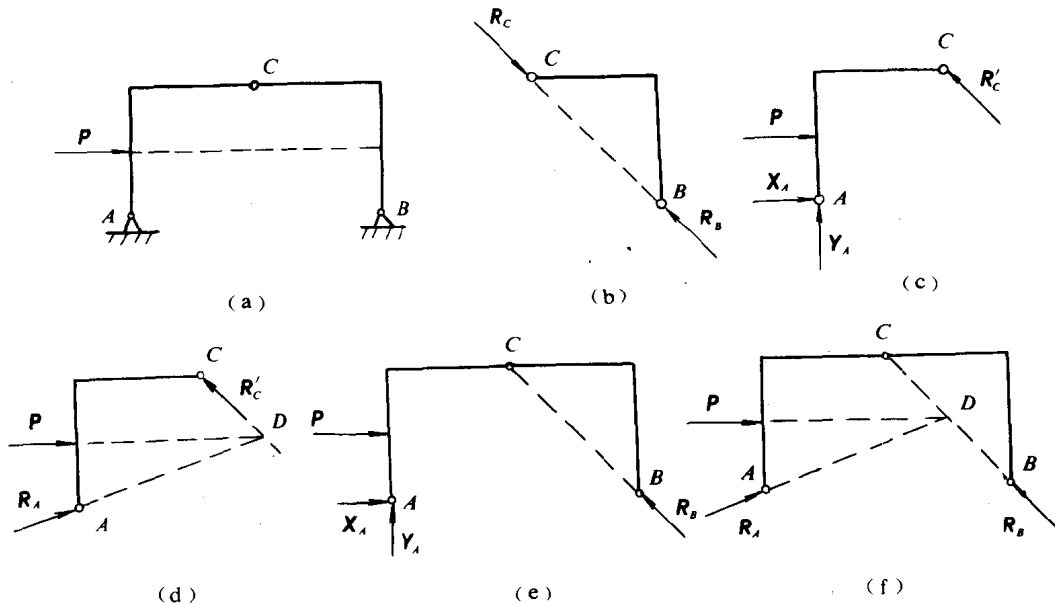


图 1-14

解: (1) 先以 BC 为研究对象,取分离体。由于 BC 自身重力不计,且只在 B 、 C 两处受到铰链约束,因此 BC 为二力构件。两力 R_B 和 R_C 的作用线必过 BC 的连线,且 $R_B = -R_C$,指向可以假定(事实上,由经验可知 BC 受压)。 BC 受力如图 1-14(b)所示。

(2) 再以 AC 为研究对象,取分离体。由于自身重力不计,主动力只有荷载 P 。在铰链 C 处受 BC 给它的约束反力,由作用与反作用公理, $R'_C = -R_C$ 。在 A 处受到铰支座的约束反力,由于方向未定,可用两个大小未定的正交分力 X_A 和 Y_A 表示。 AC 的受力如图 1-14(c)所示。

再进一步分析可知, AC 在 P 、 R'_C 及 A 铰处的反力 R_A 三个力作用下平衡,故可根据三力