船舶振动学

辛 一 心 著

上海科学技术出版社

船舶振动学

辛一心 著

上海科学技术出版社

苟

內 容 提 要

本书共分六章，由微振动理論的研究开始，逐步建立振动理論的基础；并通过丰富的举例，說明振动理論在工程实践中的广泛应用。

本书可供造船工程技术人員閱讀及作大专学校船舶制造专业教学参考。

船 舶 振 动 学

辛 一 心 著

上海科学技术出版社出版
（上海南京西路 2004 号）
上海市书刊出版业营业許可証出 093 号
新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售
上海市印刷五厂印刷

开本 850×1168 1/32 印張 11 18/32 字数 274,000
1959年12月第1版 1959年12月第1次印刷
印数 1—1,200

統一书号：15119·1361
定 价：(十四)1.95元

序　言

本書是已故中国造船学家辛一心先生生前著作，是一本內容丰富的教学参考書。

目前，这門科学的原理在造船实踐中的应用，仅在各种書刊中分散論及，而本書則全面地、系統地介紹了有关振动理論及船舶振动的实踐，并詳細地分析了計算船舶自由振动频率的影响因素。

本書的最大特点是具有丰富的理論分析基础，并在这个基础上进一步連同許多实际例子推广到工程实踐的应用。所以它的出版，不仅对培养青年一代会有很大教益，而且也是从事造船实踐的一本良好参考書。

本書由微振动理論的研究开始，逐步建立振动理論的基础。并通过丰富的例子，說明振动理論在工程实踐中的广泛应用。

第一章叙述單自由度体系的自由振动和强迫振动的一般理論；并通过造船实踐中的一些例子和测振仪作为应用实例。

第二章叙述多自由度体系的振动理論、消振器理論及其在造船实踐中的应用。

第三章叙述弹性体的横振动理論。

最后三章則叙述与船体直接有关的一些振动問題，如船体总振动、扭轉振动及船体結构的局部振动等等。这几章中都詳細的介紹了許多有关的計算理論。特别是船体总振动的一章，还附有船舶振动的实际計算例子。

中国造船工程学会
辛一心先生著作出版委員会

主要参考文献

(1) 辛一心著:"船体振动",中国造船十五、十六期。
(2) 辛一心著:"船舶构造力学",中国造船工程学会丛刊之六; 1954 年出版。
(3) 辛一心著:"船体振动频率計算法",中国造船第二十期。
(4) 辛一心著:"軸之旋轉",交大造船第二期(1948 年)。
(5) Ю. А. Шиманский: "Динамический Расчет Судовых Конструкций".
(6) А. А. Курдюмов: "Вибрация Корабля".
(7) А. Н. Крылов: "Вибрация Судов".
(8) С. Н. Благовещенский: "Каука Корабля".
(9) S. Timoshenko: "Vibration Problems in Engineering".
(10) R. V. Southwell: "Theory of Elasticity".
(11) S. Timoshenko & J. N. Goodier: "Theory of Elasticity".

目　录

第一章　單度自由振动理論

第一节　單度自由的自由振动

在理論力学中，剛体的运动，如不受任何限制，則其自由度数等于六；即需要六个参变数才能把这物体在运动过程中的位置加以确定。在某一方向的运动受到限制时，其自由度数降低。这里所考虑的，是單度自由的运动，也就是物体的运动只需一个参变数，即可确定其运动过程中的位置。

在一静力平衡的彈性系統中，如突然外加一力或加一冲量，或突然移去一力之后，即能产生自由振动。考虑最簡單的彈簧与質量的系統，假定：

（1）彈簧无重量；

（2）运动时不受任何阻力；

（3）質量 m 只有單度自由，即只能沿鉛直綫上运动。并使 q＝彈簧伸長；c＝彈簧系数或彈簧常数，即彈簧單位伸長所需力；m＝質量；W＝重量＝mg；q_{cr}＝静力平衡时的伸長＝$\frac{W}{c}=\frac{mg}{c}$。

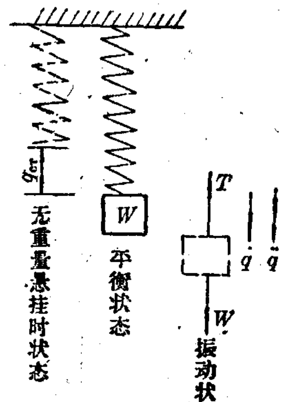


圖 1-1

在振动状态下，T 相当于伸長 $(q+q_{cr})$ 时彈簧中拉力，即

$$T=c(q_{cr}+q)=mg+cq$$

运动方程式是 $$m\ddot{q}=mg-T=-cq$$

或 $m\ddot{q}+cq=0$，或 $$\ddot{q}+\lambda^2 q=0 \tag{1-1}$$

其中 $$\lambda=\sqrt{\frac{c}{m}} \tag{1-2}$$

(1-1)式的通解是

$$q = A_1 \cos \lambda t + A_2 \sin \lambda t \tag{1-3}$$

$$= A \sin(\lambda t + \varepsilon) = A \cos(\lambda t + \varepsilon_1) \tag{1-4}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2},\quad \sin\varepsilon = \frac{A_1}{A} \\ \cos\varepsilon = \frac{A_2}{A},\quad \varepsilon_1 = \varepsilon - \frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \tag{1-5}$$

A 和 ε 或 ε_1 是积分后的系数。

根据(1-4)式,可得振动时的

$$速度\ \dot{q} = -\lambda A \sin(\lambda t + \varepsilon_1) = \lambda A \cos\left(\lambda t + \varepsilon_1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$加速度\ \ddot{q} = -\lambda^2 A \cos(\lambda t + \varepsilon_1) = -\lambda^2 q$$

$$= \lambda^2 A \cos(\lambda t + \varepsilon_1 + \pi)$$

振动时的 q、$\dot{q}$、$\ddot{q}$ 在不同时間的变化如圖 1-2 所示,其中 $A=$ 最大伸長,称为振幅;$\lambda t + \varepsilon_1 = \varphi$,称为振动的相或相角;$\varepsilon_1 =$ 振动开始时的相,根据从哪里开始計算时間而决定。

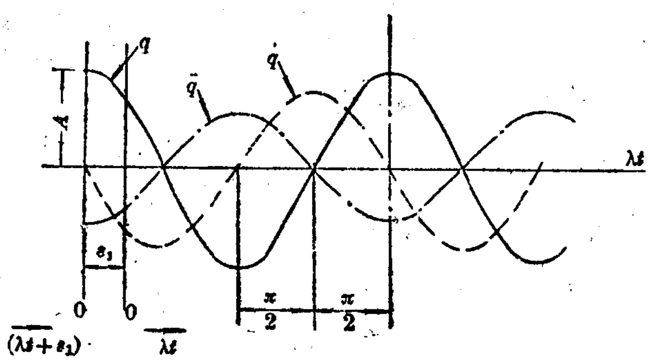


圖 1-2

从圖 1-2 中还可看出:

(1)当 $q=0$ 时,最大速度 $= -\lambda A$;

(2)最大加速度 $= -\lambda^2 A$,与最大 q 同时而方向相反;

(3)在某一瞬时,q 已达最大值,$\dot{q}$ 的最大值滞后于 q 90°;$\ddot{q}$ 的最大值更在 $\dot{q}$ 最大值之后 90°。故速度 $\dot{q}$ 称为"在 q 后 90°",

加速度 $\ddot{q}$ 称为"在 q 后 180°";

（4）当相角增加 2π 时，时間相应地增加为 T，則振动完全重复其运动；故

$$T=\frac{2\pi}{\lambda}=2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}=2\pi\sqrt{\frac{q_{cr}}{g}}(\text{秒}) \tag{1-6}$$

式中，T 称为振动周期，每一周期中的运动都是相同的；$\lambda=\frac{2\pi}{T}=2\pi$ 秒中的振动数，称为圓弧頻率；λt 为相角，也是弧度角，故 λ 的單位和角速度相同。

通常用的振动頻率以 f 表示：

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{m}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{q_{cr}}}=\frac{\lambda}{2\pi} \tag{1-7}$$

f 的單位是每秒鐘振动次数，有时也称为赫芝。

由于(1-7)式所算出的是自由振动时的頻率，也称为自由頻率或自然頻率。振动頻率則与振幅沒有关系。

振动还可以用以下两种圖解法来表示：

（1）第一法　假定有一質点 P，以角速度 λ 沿半徑 A 的圓周作等角速运动如圖 1-3 所示，則 P 点在 Oy 軸上的投影 P' 代表以上所述的自由振动，也称为簡諧振动。

振动位置 $=OP'=q=A\cos[90°-(\lambda t+\varepsilon)]=A\sin(\lambda t+\varepsilon)$

振动速度 $\dot{q}=P$ 点速度在 Oy 軸上的投影 $=-\lambda A\sin\left(\lambda t+\varepsilon-\frac{\pi}{2}\right)=-\lambda A\sin(\lambda t+\varepsilon_1)$

振动加速度 $\ddot{q}=P$ 点加速度在 Oy 軸上的投影 $=\frac{(\lambda A)^2}{A}\cos(\lambda t+\varepsilon_1)$

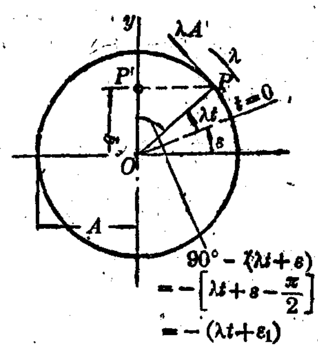


圖 1-3

（2）第二法　假定 Oa 是一根棒，以角速 λ 在順时針方向旋轉，則 A、λA、$\lambda^2 A$ 三个矢量在 Oa 上任何时間的投影代表 q、$\dot{q}$、$\ddot{q}$

(圖 1-4)。

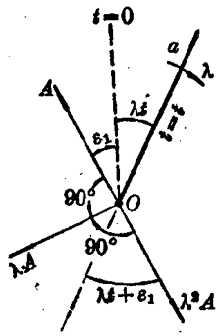


圖 1-4

$$q=A\cos(\lambda t+\varepsilon_1)$$

$$\dot{q}=-\lambda A\cos[90^\circ-(\lambda t+\varepsilon_1)]$$

$$=-\lambda A\sin(\lambda t+\varepsilon_1)$$

$$\ddot{q}=-\lambda^2 A\cos(\lambda t+\varepsilon_1)$$

(1-3)(1-4)两式中的各系数，可根据振动开始时的情形(初始条件)来确定。假定当 $t=0$ 时，$q=q_0$，$\dot{q}=\dot{q}_0$，則 $A_1=q_0$。

$$\dot{q}=-\lambda A_1\sin\lambda t+\lambda A_2\cos\lambda t$$

故 $A_2=\frac{\dot{q}_0}{\lambda}$，得

$$q=q_0\cos\lambda t+\frac{\dot{q}_0}{\lambda}\sin\lambda t \tag{1-8}$$

同时

$$\left.\begin{aligned}A&=\sqrt{q_0^2+\left(\frac{\dot{q}_0}{\lambda}\right)^2}\\ \sin\varepsilon&=\frac{q_0}{A},\quad\cos\varepsilon=\frac{\dot{q}_0}{A\lambda}\end{aligned}\right\} \tag{1-9}$$

假使开始振动是由于冲量 I，則 $q_0=0$，$\dot{q}_0=\frac{I}{m}$；代入(1-8)式，得

$$q=\frac{I}{m\lambda}\sin\lambda t \tag{1-10}$$

(1-10)式表示在 $t=0$ 时所加冲量产生的自由振动，如圖 1-5(a)所示。假使在 $t=\tau$ 时加冲量 I，則在 t 时的振动必为

$$q=\frac{I}{m\lambda}\sin\lambda(t-\tau) \tag{1-11}$$

根据(1-10)(1-11)两式，可以解得很多由于冲量所产生的振动情况。

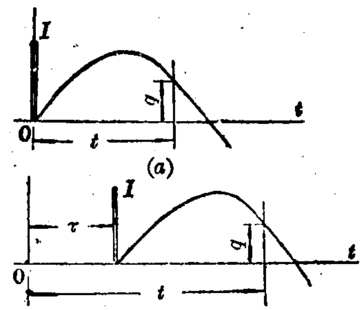


圖 1-5

【例 1-1】 横梁两端相当于自由支持，本身无重量，求其彈簧系数及自由振动頻率。

【解】 靜力撓曲 $q_{cr}=\frac{Wa^2(l-a)^2}{3lEI}$

彈簧系数(單位撓曲所需力)为

$$c=\frac{W}{q_{cr}}=\frac{3lEI}{a^2(l-a)^2}$$

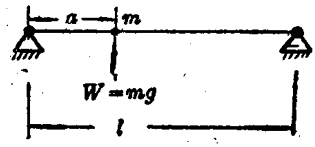


圖 1-6

故自由振动頻率为

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{q_{cr}}}$$

$$=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3lEIg}{Wa^2(l-a)^2}}=\frac{1}{2\pi a(l-a)}\sqrt{\frac{3lEI}{m}}$$

【例 1-2】　求两彈簧相串联时的彈簧系数及自由振动頻率。

【解】　靜力平衡时的伸長

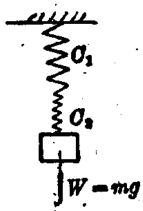


圖 1-7

$$q_{cr}=\frac{W}{C_1}+\frac{W}{C_2}=W\left(\frac{C_1+C_2}{C_1C_2}\right)$$

彈簧系数　$c=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

自由振动頻率　$f=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{C_1C_2}{m(C_1+C_2)}}$

【例 1-3】　求两彈簧相并联时的彈簧系数及自由振动頻率。

【解】　靜力平衡时的伸長

$$q_{cr}=\frac{W}{C_1+C_2}$$

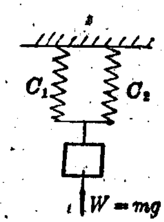


圖 1-8

而自由振动頻率

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_1+C_2}{m}}$$

【例 1-4】　求靜水中船的搖摆頻率。

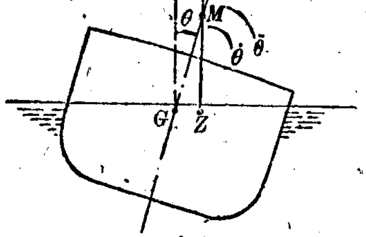


圖 1-9

【解】　使 Δ= 船的排水量(即船重量)；$(1+k')\Delta$= 船摆动时的重量($k'\Delta$ 是一部分水也在摆动)；k= 摆动时的环动半徑；$\Delta h_0\theta$= 小角度时复原力矩；h_0= 稳性高度 GM。

摇动方程式为 $$(1+k')\frac{\Delta}{g}\cdot k^2\cdot\ddot{\theta}=-\Delta h_0\theta$$

或 $$\ddot{\theta}+\frac{gh_0}{(1+k')k^2}\theta=0,\quad \ddot{\theta}+\lambda^2\theta=0$$

故 $$\lambda=\sqrt{\frac{gh_0}{(1+k')k^2}},\qquad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{gh_0}{(1+k')k^2}}$$

第二节 諧和振动和諧波

在很多实际工程振动中，往往包含着很多諧波。而这些諧波的頻率，是其中最低一种頻率的倍数。这种振动称为諧和振动。

任何周期性变动的振动或周期性变动的力(或任何物理数量)，都可以用福里哀級数来分析成一系列的正弦波或諧波。

$$\begin{aligned}Q(t)=a_0+a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots\cdots+a_n\cos n\omega t+\\ b_1\sin\omega t+b_2\sin 2\omega t+\cdots\cdots+b_n\sin n\omega t\end{aligned}\tag{1-12}$$

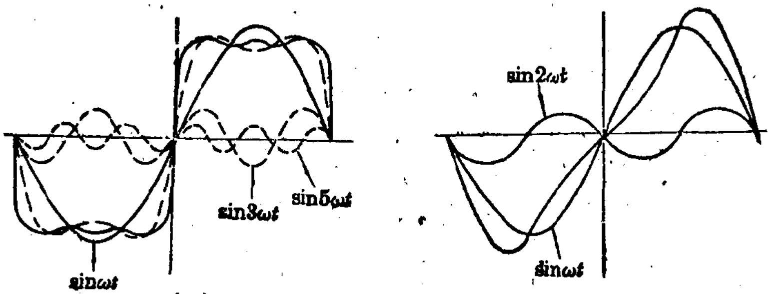
其中包含的 $\sin\omega t$ 和 $\cos\omega t$ 两項；称为首要諧波，其頻率$=\frac{\omega}{2\pi}$，周期 $T_1=\frac{2\pi}{\omega}$，与整个变动周期相同。$\cos 2\omega t$ 和 $\sin 2\omega t$ 两項称为二次諧波，其頻率$=\frac{\omega}{\pi}$，周期 $T_2=\frac{\pi}{\omega}$，即頻率較首要諧波大一倍，周期仅一半。其他三次、四次……諧波依次类推。二次以上均称为高次諧波。

(1-12)式可改写成

$$Q(t)=\sum_{n=0}^{n=\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t)\tag{1-13}$$

系数 a_0、a_1、a_2……b_1、b_2……等可用下法求得

$$\left.\begin{aligned}a_0&=\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}Q(t)\,dt=\frac{1}{T_1}\int_{-\frac{T_1}{2}}^{\frac{T_1}{2}}Q(t)\,dt\\ a_n&=\frac{2}{T_1}\int_0^{T_1}Q(t)\cos(n\omega t)\,dt\\ b_n&=\frac{2}{T_1}\int_0^{T_1}Q(t)\sin(n\omega t)\,dt\end{aligned}\right\}\tag{1-14}$$



(a)　　　　　　　　(b)

圖 1-10

根据圖 1-10 可以看出：凡含有偶数諧波的周期性变动，其总的波形对其最大振幅处来說，是不对称的；而含有奇数諧波的周期性变动，則波形是对称的。

一般往复式机械的振动是包含着偶数的諧波 2, 4, 6……。一般电机的振动，包含着奇数的諧波 3, 5, 7……。

在工程上已知 $Q(t)$ 的圖形，分析成各諧波时，应用(1-14)式就不方便，可以应用諧和分析❶，惟这里不作詳述。

第三节　强制振动

考虑如圖 1-11 所示的彈性系統(彈簧質量系統)，受到干扰外力 $Q(t)$。假定：

(1)彈簧无重量；

(2)除 $Q(t)$ 外，再沒有其他外力或阻力作用；

(3)單度自由。

在振动状态时，彈簧中的拉力

$$T=mg+cq$$

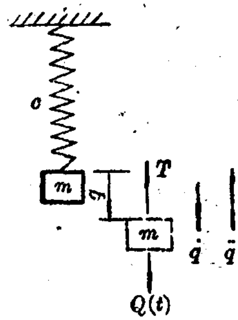


圖 1-11

运动方程式为

$$m\ddot{q}=mg+Q(t)-T=mg+Q(t)-mg-cq$$

❶ 可参閱斯米尔諾夫高等数学教程(中譯本，第二卷第二分册 481 頁)。

故 $$m\ddot{q}+cq=Q(t)$$

假使 $Q(t)$ 是任何周期变更的干扰外力，则

$$m\ddot{q}+cq=\sum_{n=0}^{n=\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \tag{1-15}$$

干扰力既可分析成各种諧波，各种諧波可以分别来考虑。为簡化起見，可以考虑一代表項，使

$$m\ddot{q}+cq=Q\sin(n\omega t+\delta)$$

或 $$\ddot{q}+\lambda^2 q=\frac{Q}{m}\sin(n\omega t+\delta) \tag{1-16}$$

(1-16)式的特解为 $q_{\text{чр}}=B\sin(n\omega t+\delta)$

其中 $B=\frac{Q}{m}\cdot\frac{1}{\lambda^2-(n\omega)^2}=\frac{Q}{c}\cdot\frac{1}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}$； $\lambda^2 m=c$。

故 $$q_{\text{чр}}=\frac{q_{\text{ст}}}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}\sin(n\omega t+\delta) \tag{1-17}$$

(1-16)式全部解答是

$$q=A\cos\lambda t+B\sin\lambda t+\frac{q_{\text{ст}}}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}\sin(n\omega t+\delta) \tag{1-18}$$

因此全部振动分为两部份：通解部份是以自由频率进行的自由振动。这部分振动如遇到阻力，很快就消逝掉；特解部分是以干扰外力的频率进行的强制振动。假使自由振动已消逝，则遺留下来的只是这一种振动。在实际工作中，我們只需考虑第二部分的振动，即强制振动。

强制振动中的振幅較 $q_{\text{ст}}$ 大 α 倍，

$$\alpha=\left|\frac{1}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}\right| \tag{1-19}$$

α 称为动力系数或扩大因素，其变化如圖 1-12 所示。若用絕对值，则 α 曲綫全部在横座标以上，否则当 $\frac{n\omega}{\lambda}>1$ 部分，曲綫将在横

座标以下(圖中虛曲綫)。我們只須知道扩大的倍数,故一般只繪横座标以上的曲綫。

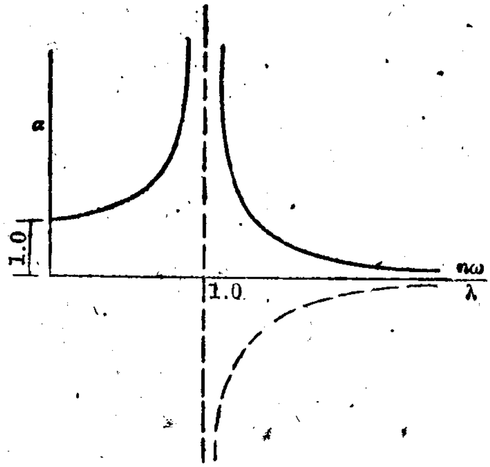


圖 1-12

从圖中可以看到:

(1)当 $\frac{n\omega}{\lambda}$ 数值很小,即 $n\omega<<\lambda$ 时,則 $\alpha\to1$;故振幅与靜力伸長相等。蒸汽机馬力指示仪是根据这一原理制造的。

(2)当 $\frac{n\omega}{\lambda}$ 数值很大,即 $n\omega>>\lambda$ 时,則 $\alpha\to0$;故振幅靠近零,即 m 在空間不动。測量振幅的仪器是根据这一原理制造的。

(3)当 $\frac{n\omega}{\lambda}=1$,即 $n\omega=\lambda$ 时,則 $\alpha\to\infty$;振幅变为无穷大,即發生共振現象。在一般机械設备中,为了避免共振現象和显著的振动,$\frac{n\omega}{\lambda}$ 絕不能等于1,最好能和 λ 相差 10% 或 20%。

根据(1-18)式,若 $t=0$ 时,$q=q_0$, $\dot{q}=\dot{q}_0$, 則可得

$$q=q_0\cos\lambda t+\frac{\dot{q}_0}{\lambda}\sin\lambda t+\frac{q_{cr}}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}\times$$

$$\times\left[\sin(n\omega t+\delta)-\sin\delta\cos\lambda t-\frac{n\omega}{\lambda}\cos\delta\sin\lambda t\right] \quad (1\text{-}20)$$

假使 $q=0$, $\dot{q}_0=0$, $\delta=0$, 則

$$q=\frac{q_{cr}}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}\left(\sin n\omega t-\frac{n\omega}{\lambda}\sin\lambda t\right) \quad (1\text{-}21)$$

括弧中第一項代表强制振动,第二項代表自由振动。

若 $n\omega$ 趋近于 λ, 使 $\lambda-n\omega=2\Delta$, 或 $1-\frac{n\omega}{\lambda}=\frac{2\Delta}{\lambda}$, 其中 Δ 是

微值；即 $\frac{n\omega}{\lambda}\to 1$，或 $1+\frac{n\omega}{\lambda}=2\left(1-\frac{\Delta}{\lambda}\right)\approx 2$；

故
$$q=\frac{q_{cr}}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}(\sin n\omega t-\sin\lambda t)$$

$$=\frac{2q_{cr}}{1-\left(\frac{n\omega}{\lambda}\right)^2}\cos\frac{(n\omega+\lambda)}{2}t\sin\frac{(n\omega-\lambda)}{2}t$$

$$=\frac{-2q_{cr}}{2\frac{\Delta}{\lambda}\left(1+\frac{n\omega}{\lambda}\right)}\sin\Delta t\cdot\cos\frac{(n\omega+\lambda)}{2}t$$

或
$$q=\left(\frac{-q_{cr}}{2\frac{\Delta}{\lambda}}\sin\Delta t\right)\cdot\cos n\omega t \tag{1-22}$$

考虑以下两个情况：

（1）假使 Δ 还有一定数值，则(1-22)式表示频率为 $n\omega$ 的强制振动。这种强制振动的振幅随 $\sin\Delta t$ 而变更；变更的频率为 Δ；周期 $\frac{2\pi}{\Delta}$ 是較長的时間。这种振动称为拍，其振动情况如圖 1-13。

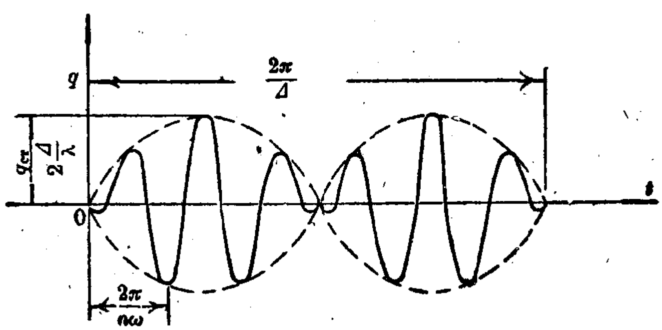


圖 1-13

（2）假使 $\Delta\to 0$，則 $\lambda=n\omega$，得共振現象，而 $\sin\Delta t=\Delta t$，故(1-22)式可变为

$$q=\frac{-q_{cr}}{2}\lambda t\cdot\cos n\omega t$$