# 近代物理实验

曹尔第　主编

华东师范大学出版社

# 近代物理实验

曹尔第　主编



华东师范大学出版社

（沪）新登字第 201 号

# 近代物理实验

曹尔第　主编

华东师范大学出版社出版
（上海中山北路 3663 号）
新华书店上海发行所发行　　江苏句容县排印厂印刷
开本：850×1168　1/32　印张：15.5　字数：400 千字
1992 年 6 月第一版　　1992 年 6 月第一次印刷
印数：001——2,500 本
ISBN 7-5617-0726-6/O·027　　定 价：13.20 元

# 前　言

“近代物理实验”是物理专业高年级学生的一门重要基础实验课，它涉及的物理内容较广，综合性和技术性较强，在整个物理专业的实验教学中起着承上启下的作用。它在培养学生的物理思想和对物理现象的洞察能力，正确认识物理新概念的产生、形成和发展，以及通过一些实验方法和技术的训练，使学生获得一定的从事科学研究的独立工作能力等方面，都有十分重要的作用。

本书是以 1989 年国家教委颁发的“综合大学物理专业(四年制)近代物理实验教学基本要求”为依据，以自 1978 年以来本校近代物理实验室建设及教学实践为基础，以使用多年的实验讲义为蓝本编写而成的。全书在原子物理及光学、原子核物理、X 射线技术、磁共振技术、低温实验技术、真空技术、微波技术等方面共编入三十个实验。其中必做实验(标题标有*号)十项，其余为选做实验。选做实验中有些是本室教师多年来的教学改革或教学与科研相结合的成果，其中有的实验内容比较多或比较深，可根据不同的情况和教学对象灵活掌握。在原子核物理、X 射线技术等各类实验项目之前，分别编写了有关的基本知识，介绍了该类共同的基本原理、实验方法、实验装置以及该领域的发展概况。为了使学生的学习有扩展的余地，在每项实验之末，都详列了参考资料目录。

为了在普通物理实验的基础上巩固和加强实验误差和数据处理的训练，在本书的开头扼要地介绍了以概率论和数理统计为基础的实验误差和数据处理方法。编写中注意在内容方面切合一般物理实验的应用，力求讲清基本概念，避免繁琐的数学推证。

本书的编写分工如下(按实验大单元出现先后排列)：实验误差和数据处理、实验一、二、三、四、七、九、十、二十一由曹尔第同志

编写；原子核物理实验基本知识、实验十一、十二、十三、十四、二十三、二十八、三十以及附表(二)由杨燮龙同志编写；X射线分析基本知识、低温实验基本知识、实验十五、十六、十七、十八、二十五、二十六由王梅生同志编写；波谱学实验基本知识、实验十九、二十二、二十四、二十七由俞永勤同志编写；微波基本知识、实验五、六、八、二十、二十九由翁斯灏同志编写。最后由曹尔第同志统稿。

本书的出版体现了我室十多年来实验教学成果的总结。从实验室建设到长期的教学实践及教学改革，都是由本室全体同志共同努力完成的。除了直接参加本书编写的同志之外，顾元吉、王纯伦、吕正芳、赵建民、林迪万、吴正、张敷功等同志在这方面也都付出了辛勤的劳动。在本书编写过程中顾元吉同志审阅了部分内容，并提出不少宝贵的意见；本书大部分的插图由吴正同志完成，在此一并致以衷心的感谢。

由于编写时间匆促，我们的水平也有限，书中难免有缺点、遗漏或错误，恳求读者批评指正。

编　　者

1990年 3月

# 目　录

# 实验误差和数据处理

## §1 引 言

物理量的测量目的是获得其最接近客观真值的测量结果。然而，在任何情况下，测得值总是或多或少地偏离真值，即总是出现误差。在一定条件下对同一物理量进行多次测量时，测量误差的正、负和大小总保持不变，或者是按一定规律变化，这种性质的误差称为系统误差。

在测量中也会发现，即使系统误差很小或几乎被消除，但在相同条件下对同一物理量进行多次测量时，测得值总是在某一数值附近起伏，表现了随机性。这种随机性可能来自两方面原因。一方面是测量中受实验技术水平的限制，总是存在着观测者尚不能完全控制的某些偶然因素，如环境条件的变化、仪器性能的起伏、外界微小的干扰等等，使测量出现随机误差，从而使物理量的实测值带有随机性；另一方面是物理现象本身可能存在固有的随机性质，致使物理量的实际数值出现随机起伏。在后者的情况下，测得值的离散程度往往大大超过随机误差可能造成的离散，而不能用提高测量精密度的办法予以消除，这时测量结果的随机性就主要反映了物理现象本身的固有随机性质。在测量放射性物质的衰变时，计数率的统计涨落就是明显的例子。

不论是随机误差还是物理量本身实际数值的统计涨落，它们都服从统计规律，因此需用概率论与数理统计方法来处理。而系统误差总是和某一具体测量过程的某一步骤联系在一起的，必须对具体的测量过程进行具体分析，并没有统一通用的方法。下面将扼要地介绍如何运用概率论与数理统计学的一些基本概念和方法来

处理实验数据，并简单介绍有关系统误差的发现与消除的方法。

## §2 误差理论基础

### 一、随机变量及其分布

1．随机事件及其概率

在一定条件下，对某一物理量进行测量，由于测量中存在无法控制的某些偶然因素或被测对象的随机性，因此某一测得值 $A$ 可能出现也可能不出现，我们称 $A$ 为随机事件。

如果在一定条件下进行了 $N$ 次重复测试，其中测得值 $A$ 出现了 $N_A$ 次，则比值 $\frac{N_A}{N}$ 称为随机事件 $A$ 的频率。若重复进行很多组这样测试，发现随机事件 $A$ 的频率 $\frac{N_A}{N}$ 总是在某一确定值的上下起伏，每组测试次数 $N$ 越大，则起伏的幅度就越小。因此说，随机事件的频率存在一个极限值，此值称为事件 $A$ 的概率，以 $P_r(A)$ 表示。

2．随机变量及样本

测量的结果可随机地取不同数值的量称为随机变量。在一定条件下，对某一物理量的测量，被测的量就是一个随机变量，而每一次的测得值就是随机变量的取值。

随机变量的全部可能取值的集合称为母体或总体。如测试共进行了 $N$ 次，得到的 $N$ 个随机数 $(x_1, x_2, \cdots, x_N)$ 称为子样或样本。

随机数仅可取得有限个或可数的一列数值的随机变量称为离散随机变量，随机数可取某一区间内的任何数值的随机变量称为连续随机变量。

3．分布函数和概率密度函数

在一定的条件下，某一随机变量的某一取值能否出现，是无法

确定的，但是它出现的可能性，也就是它的出现概率是有确定数值的。因此在研究随机变量的问题中，我们不仅需要知道随机变量的全部可能值，还必须了解各种可能取值出现的概率，即随机变量的概率分布。

随机变量$X$的概率分布可以用分布函数$P(x)$来表示。随机变量$X$取值小于或等于$x$的随机事件的概率$P_r(X\leqslant x)$等于分布函数在$x$处的值，即

$$P(x)=P_r(X\leqslant x),$$

显然分布函数必满足

$$P(x=-\infty)=0,\ P(x=\infty)=1。$$

对于离散型随机变量$X$，它只能取可数的数值$x_1$，$x_2$，…，除了用分布函数外，还常用概率函数$p(x)$来描述它的概率分布。概率函数在某一点$x$处的值等于随机变量$X$取值$x$的概率，即

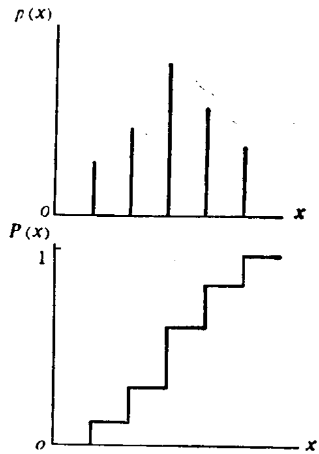

图 E.1　离散型随机变量的概率函数(上)及分布函数(下)

$$p(x)=P_r(X=x),$$

所以有　$P(x)=\sum\limits_{x_i<x}p(x_i)$ 及 $\sum\limits_{x}p(x_i)=P(x=\infty)=1$（对$x$的所有可能取值求和），离散型随机变量概率函数和分布函数的形状如图 E.1 所示。

对于连续型随机变量，定义概率密度函数

$$p(x)=\frac{dP(x)}{dx},$$

即随机变量的值落入某一点附近一无限小区间$dx$内的概率，等于该点的概率密度与此无限小区间的乘积。显然有

$$\int_{-\infty}^{\infty}p(x)dx=1,$$

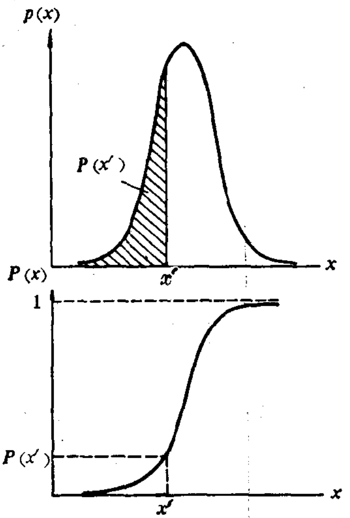


图 E.2 连续随机变量的概率密度曲线(上)及分布函数曲线(下)

这就是归一化条件。

随机变量在某一区间$[a, b]$内取值的概率为

$$P_r(a \leqslant x \leqslant b) = \int_a^b p(x)\,dx。$$

由图 E.2 可见，密度曲线在横轴上任一点 $x'$ 左侧曲线下包围的面积，就是分布函数曲线在 $x'$ 点的数值。由于归一化条件，密度曲线下的总面积为 1 。分布函数曲线为单调上升到 1 的曲线。

4. 随机变量分布的数字特征量

随机变量的概率分布是对于随机变量的一种完全的描述。如果一个随机变量的概率密度函数的形式已知，那么只要给出函数式中的各个参数(称为分布参数)的数值，则随机变量的分布就完全确定了。物理实验中，这种分布参数常常就是需要研究的物理量。在各种数字特征量中，最重要的就是随机变量的数学期望值和方差。

(1) 数学期望值。随机变量 $x$ 的数学期望值$\langle x \rangle$定义为

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x p(x)\,dx。$$

它的物理意义是作无穷多次重复测量时，测量结果的平均值。它是随机变量概率密度分布曲线的重心位置，随机变量则围绕着期望值取值。对于单峰对称的分布曲线，期望值就是曲线的峰值位置。

离散型随机变量的期望值为

$$\langle x \rangle = \sum_x x p(x_i)。$$

（2）方差。随机变量 $x$ 的方差 $\mathrm{Var}(x)$ 定义为

$$\mathrm{Var}(x)=\langle(x-\langle x\rangle)^2\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\langle x\rangle)^2 p(x)dx。$$

对于离散型随机变量，方差为

$$\mathrm{Var}(x)=\sum_x (x-\langle x\rangle)^2 p(x_i)。$$

方差的平方根称为随机变量的标准误差，记为

$$\sigma(x)=[\mathrm{Var}(x)]^{\frac{1}{2}},$$

因此方差又可写为 $\sigma^2(x)$。方差或标准误差的大小表征随机变量的数值在期望值左右分布的离散程度。方差越小，随机变量的数值在期望值附近分布得越集中；反之，方差越大则数值越分散。

（3）协方差。两个随机变量 $x$ 和 $y$ 的协方差定义为：

$$\begin{aligned}\mathrm{Cov}(x,y)&=\iint_{-\infty}^{\infty}(x-\langle x\rangle)(y-\langle y\rangle)p(x,y)dxdy\\&=\langle(x-\langle x\rangle)(y-\langle y\rangle)\rangle,\end{aligned}$$

它表征在测试中二随机变量取值的相关程度。$p(x,y)$ 称为联合概率密度函数。根据概率论，若 $x$ 与 $y$ 为互相独立的随机变量，则 $p(x,y)$ 等于 $x$ 和 $y$ 的概率密度函数的乘积，即 $p(x,y)=p(x)\cdot p(y)$。可见，当 $x$ 和 $y$ 相互独立时，必有 $\mathrm{Cov}(x,y)=0$。但反之，$\mathrm{Cov}(x,y)=0$，$x$ 和 $y$ 可为互相独立的，也可能不是互相独立的。若 $\mathrm{Cov}(x,y)\neq 0$ 则 $x$，$y$ 必定不互相独立，或说它们之间存在某种联系。

通常用相关系数 $\rho(x,y)$ 来描述 $x$ 和 $y$ 的相关程度：

$$\rho(x,y)=\frac{\mathrm{Cov}(x,y)}{\sigma(x)\sigma(y)},$$

其中 $\sigma(x)$、$\sigma(y)$ 分别为 $x$ 和 $y$ 的标准误差。

可以证明：$|\rho(x,y)|\leqslant 1$。当 $\rho(x,y)=0$ 时，则 $x$ 与 $y$ 互不相关。若 $\rho(x,y)\neq 0$ 则表明 $x$ 与 $y$ 之间存在一定程度的线性相关。当 $\rho(x,y)>0$ 时，若一个随机变量增加，另一个随机变量有按线性增大的趋势，称 $x$ 与 $y$ 正相关；当 $\rho(x,y)<0$ 时，则一个

变量随另一个变量的增大而有减小趋势，称 $x$ 与 $y$ 负相关。$|\rho(x, y)|$ 之值越接近于1时，这种线性相关性就越明显。当 $|\rho(x, y)|=1$ 时，则二个变量为完全线性相关，$x$ 与 $y$ 之间存在线性关系。

5．几种常用的分布

(1) 泊松分布。设随机事件 $A$ 的概率为 $p$，$N$ 次独立试验中，事件 $A$ 总共发生 $k$ 次这样一个随机事件，记作事件 $k$，而 $k$ 可取值为 0,1,2,…，显然 $k$ 是一个离散型随机变量。若 $k$ 的概率函数为：

$$p(k,m)=\frac{m^k}{k!}e^{-m}, \quad (k=0,1,2,\cdots\cdots)$$

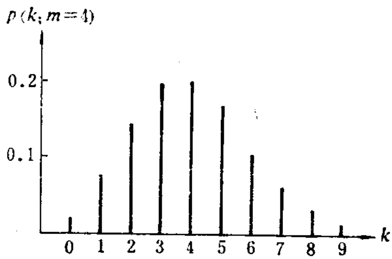

图 E.3 泊松分布

则 $k$ 服从泊松分布。式中 $m$ 为分布参数。随机变量 $k$ 的期望值为

$$\langle k\rangle=\sum_{k=0}^{\infty}kp(k;m)=m,$$

方差为：

$$\sigma^2(k)=\sum_{k=0}^{\infty}(k-m)^2p(k,m)=m,$$

标准误差为：

$$\sigma(k)=\sqrt{m}。$$

可见泊松分布只有一个参数 $m$，它同时是分布的方差又是数学期望值。图 E.3 是期望值等于 4 的泊松分布图。

在物理实验中，泊松分布是一种常见的分布。例如放射性物质在一定时间间隔 $T$ 内的放射性衰变粒子数 $k$，便服从泊松分布。在此情况中，可把时间间隔 $T$ 内每一个原子是否衰变看作一次试验，放射物质的总原子数为 $N$，则测得衰变的粒子数可以看作是 $N$ 次试验的总结果，而每个原子的衰变都是互相独立进行的。

(2) 正态分布。正态分布又称高斯分布，是一种最常见的连

续型分布。正态分布的概率密度函数是：

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right],\quad (-\infty<x<\infty)$$

式中参数 $\sigma>0$。正态分布的分布函数是

$$P(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx,$$

服从正态分布的随机变量 $x$ 的期望值、方差和标准误差分别是：

$$\langle x\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}x\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx=\mu,$$

$$\sigma^2(x)=\langle(x-\mu)^2\rangle$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-\mu)^2\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx=\sigma^2,$$

$$\sigma(x)=[\sigma^2(x)]^{\frac{1}{2}}=\sigma。$$

可见正态分布有两个参数，期望值 $\mu$ 和方差 $\sigma^2$。通常用 $n(x;\mu,\sigma^2)$ 表示正态分布的概率密度函数；用 $N(x;\ \mu,\ \sigma^2)$ 表示正态分布的分布函数。

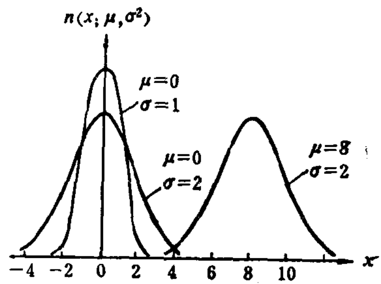


图 E.4 不同参数值的正态概率密度曲线

正态分布的概率密度曲线是单峰对称曲线。其期望值 $\mu$ 决定了分布的位置，如果在测量中消除了测量的系统误差，$\mu$ 就是被测物理量的真值。而参数 $\sigma$ 就是分布的标准误差，表征测得值偏离期望值 $\mu$ 的离散程度，$\sigma$ 的大小对应于分布曲线的“胖”和“瘦”，不同参数的正态密度曲线如图 E·4 所示。

通常可应用正态概率密度函数计算随机变量 $x$ 在某一区间 $(x_1,\ x_2)$ 内的概率，可由积分

$$P(x_1,x_2)=\int_{x_1}^{x_2}n(x;\mu,\ a^2)dx$$

求得。为了计算方便，往往进行变量代换，令

$$u=\frac{x-\mu}{\sigma}, \tag{E.1}$$

则正态概率密度函数变为：

$$p(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}},$$

这时随机变量 $u$ 服从标准化正态分布，记为 $n(u;\ 0,1)$，它的期望值 $\mu=0$，方差 $\sigma^2=1$，相应的标准正态分布函数为：

$$N(u;0,1)=P(u)=\int_{-\infty}^{u}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}u^2}\,du。 \tag{E.2}$$

关于 $N(u;0,1)$ 的数值可由标准正态分布函数 $N(u;0,1)$ 数值表（参考李锡碚，《实验的数学处理》的附表）查得。例如计算随机变量 $x$ 在 $(\mu-\sigma)$ 到 $(\mu+\sigma)$ 区间的概率值。根据关系 $u=\frac{x-\mu}{\sigma}$，可得 $u=\pm1$。先由 $N(u;\ 0,\ 1)$表查得区间 $(-\infty,\ u=1)$ 的概率数值：

$$N(1;\ 0,\ 1)=0.8413,$$

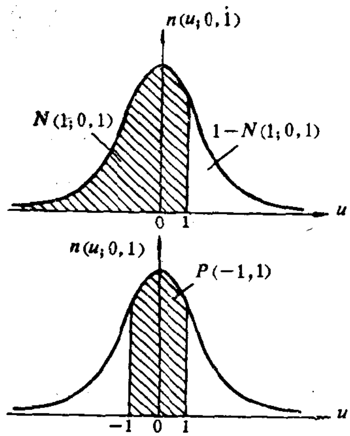


图 E.5 计算 $n(u;\ 0,\ 1)$在$(-1,1)$区间的概率 $P(-1,\ 1)$

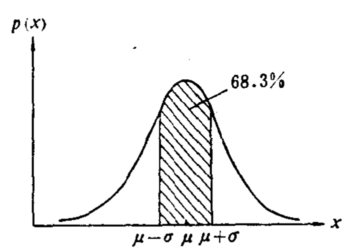


图 E.6 $x$ 在期望值 $\mu$ 两侧 $\pm\sigma$ 宽度内取值的概率值

而所求的 $u$ 在$(-1,1)$区间的概率则为：

$$P(\mu-\sigma,\ \mu+a)=N(1;\ 0,\ 1)-[1-N(1;\ 0,\ 1)]$$
$$=2N-1=0.683=68.3\%,$$

如图 E.5 所示。以上结果便是随机变量 $x$ 在期望值附近一个标准误差 $\sigma$ 宽度内取值的概率值，如图 E·6 所示。

根据概率统计理论可以证明，若一个随机变量$X$是由大量的、互相独立的随机变量 $x_1$，$x_2$，…，$x_N$ 之和 $\sum_{i=1}^{N} x_i$ 所构成，而每一个随机变量 $x_i$ 对总的随机变量 $X$ 的影响又都不大，则当 $N\to\infty$ 时，这 $X$ 必渐近地服从正态分布。所以在对某一物理量测量中，由于受大量的不能控制的偶然因素的影响，在测量次数很多时，其测得值的取值必然近似地遵从正态分布。

概率统计理论还证明，期望值为 $m$ 的泊松分布函数，当期望值足够大时，泊松分布函数趋于期望值及方差皆为 $m$ 的正态分布函数，即

$$P(k;\ m)\to N(k;\ m,\ m),$$

因此这时可以利用正态分布表计算有关泊松分布的各种概率值。同样条件下，泊松分布的概率密度函数也趋于正态概率密度函数（期望值及方差皆为 $m$），即

$$p(k;\ m)\cong n(k;\ m,\ m),$$

所以，服从泊松分布的随机变量 $k$，当 $m$ 值很大时（实际上当 $m\gtrsim 10$ 时），便趋于正态分布 $n(k;\ m,\ m)$。

此外，还有不少其它随机变量的极限分布也是正态分布。因此说正态分布是研究与分析误差问题最重要的一种分布。

(3) $\chi^2$ 分布。随机变量 $\chi^2$ 的概率密度函数为

$$p(\chi^2;\ \nu)=\frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}(\chi^2)^{\frac{\nu}{2}-1}\ e^{-\frac{x^2}{2}}\quad(\chi^2\geqslant 0)$$

时，随机变量 $\chi^2$ 服从自由度为 $\nu$ 的 $\chi^2$ 分布，并记作 $\chi^2(\nu)$。式中

的 $\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)$是变量为$\frac{\nu}{2}$的 $\Gamma$ 函数。

随机变量 $\chi^2$ 的期望值和方差分别为：

$$\langle\chi^2\rangle=\nu,\quad \sigma^2(\chi^2)=2\nu。$$

可以证明，当 $\nu\to\infty$ 时，$\chi^2$ 分布趋于正态分布，即

$$p(\chi^2,\ \nu)\to n(\chi^2;\ \nu,\ 2\nu),$$

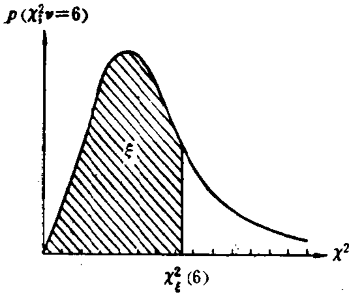


图 E.7　$\chi^2$ 的概率密度曲线

一般 $\nu>30$ 时，就可以用正态分布代替 $\chi^2$ 分布。图 E·7 画出了 $\nu=6$的 $\chi^2$ 分布概率密度曲线，图中的斜线部分的面积 $\xi=P[\chi^2\leqslant\chi^2_\xi(\nu)]=\int_0^{\chi^2_\xi}\chi^2(\nu)d\chi^2$。

$\xi$ 值与 $\chi^2_\xi$ 及 $\nu$ 有关，其值可由 $\chi^2$ 分布的 $\chi^2_\xi(\nu)$ 数值表(参考李锡碚，《实验的数学处理》的附表)直接查得。

(4) $t$ 分布。当随机变量 $t$ 的概率密度函数为

$$p(t;\ \nu)=\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}\quad(-\infty<t<\infty)$$

时，随机变量 $t$ 服从自由度为 $\nu$ 的 $t$ 分布。$t$ 的期望值及方差分别为：

$$\langle t\rangle=0,\ \sigma^2(t)=\frac{\nu}{\nu-2}。\ (\nu>2)$$

自由度为 1 或 2 的 $t$ 分布不存在有限的方差(方差为无穷大)。

$t$ 分布的概率密度对于 $t=0$ 为对称分布，$\nu=4$ 的 $t$ 分布概率

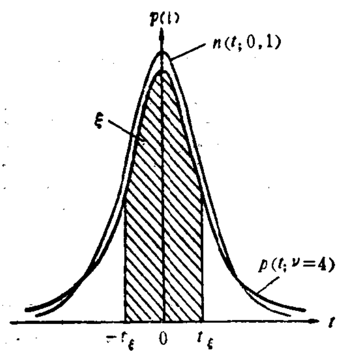


图 E.8　$t$ 分布概率密度曲线和标准正态概率密度曲线