通信原理与技术

TONG XIN YUANLI YU JISHU

陆荣春　编著

上海大学出版社

通信原理与技术
陆荣春 编著
上海大学出版社

通信原理与技术

陆荣春　编著

上海大学出版社
·上　海·

内容提要

本书围绕信息传输中的有效性和可靠性，较为全面地描述有关基本理论和工程技术问题。全书共分十章。第二章和第三章讨论随机过程和随机信号的统计特性及信号的检测理论。第四章至第十章较为详细地分析了目前在通信系统中广泛采用的各类调制和解调技术，以及它们的抗噪声性能，其中第四章至第六章为模拟信号的传输(包括电视信号)，第七章是模拟信号的抽样及抽样值的传输，第八章至第十章则是数字信号的传输。

本书可作为高等院校电子类的无线电技术、电子工程、信息工程和通信等专业的教材，也可供同类专业的研究生及从事信息传输和通信工程工作的技术人员参考。

2P25/3347

图书在版编目(CIP)数据

通信原理与技术/陆荣春编著.—上海：上海大学出版社，2000.8
ISBN 7-81058-214-3

Ⅰ.通… Ⅱ.陆… Ⅲ.①通信理论②通信技术 Ⅳ.TN91

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 40967 号

上海大学出版社出版发行
(上海市延长路 149 号　邮政编码 200072)
上海市印刷七厂一分厂印刷　　各地新华书店经销
开本 787×1092　1/16　印张 15.75　字数 383 000
2000 年 8 月第 1 版　2000 年 8 月第 1 次印刷
印数：1～1 100
定价：25.00 元

前　言

本书主要讨论信息传输的有关基本理论和工程技术问题。全书紧密围绕信息传输的主要质量指标——有效性和可靠性展开讨论，共分十章：第二章和第三章讨论随机过程和随机信号的统计特性及信号的检测理论；第四章至第十章是本书的主要内容，较为详细地分析目前在通信系统中广泛采用的各类调制和解调的原理和技术，以及它们的抗噪声性能，其中有模拟信号的 AM、DSB、SSB、VSB 和 FM 调制和解调，模拟信号的脉冲波调制 PAM、PDM、PPM 和 PFM，数字信号的 PCM 编译码，以及数字信号的频带传输 ASK、FSK 和 PSK(DPSK)调制解调。从内容安排考虑，第四章至第六章为模拟信号的传输，第七章是模拟信号的抽样及抽样值的传输，第八章至第十章为数字信号的传输。

本书讨论的内容比较完整，也具有一定的实用性和先进性。全书较为详细地讨论了在工程中广泛采用的各类调制技术，也介绍了当前发展比较迅速或有发展前途的新技术的基本原理。本书的一个显著特点是特别注重结合工程实际，及时介绍同类教材中极少讨论的内容，如调频广播中的立体声技术、光纤传输系统中传送模拟电视信号的 PFM 技术等。本书还专列两章分别讨论彩色电视信号的形成和传输(第六章)及数字基带信号传输的基本原理(第九章)。

本书侧重讨论信息传输的基本原理及工程应用，介绍分析问题及解决问题的思维方法。由于电子技术的迅速发展，电子器件和电子线路的不断更新，因而书中较少涉及具体的器件和线路。根据本书叙述的原理和方法，读者可以设计出性能优良的线路。

为让读者更好理解和掌握有关概念及原理，第二章至第十章均附有习题，这些习题均经精选而与教材内容密切配合。本书与上海交通大学出版社出版的《信息传输技术实验指导书》可配套使用。

本书是编者根据多年来的教学经验及科研总结，并经多次修改编写成的。第一版《信息传输基础》早于 1991 年出版，现更名为《通信原理与技术》，并修改出版。本书的内容自成系统，结构简洁，特别注意归纳总结，注重让学生掌握理解问题和分析问题的方法，习题和实验与教材内容配置较为得当。本书可作为高等院校电子类的无线电技术、电子工程、信息工程和通信等专业的教材，也可供同类专业的研究生及从事信息传输和通信工程工作的技术人员参考。

在本书的编写过程中，陈惠民教授、胡华春副教授提出了许多宝贵意见并给予了具体帮助，蔡永青、龚国英等同志也为本书付出了诸多劳动，这里谨表示感谢。限于编者的水平和经验的不足，书中难免存在缺点，恳请广大读者批评指正。

编　者

2000 年 3 月

目　　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第一章 绪 论

自古以来,人们总是采用各种方式进行信息传递。在所有方式中,通过“电”来传递信息的方式得到了日益广泛的发展。其主要原因是用这种方式传递信息具有迅速、有效、准确和可靠的特点。因此,通信(communication)和电通信(tele-communication)在传递信息的意义上几乎成了同义词。

本书考虑的是利用通信系统将信息从一地传输到另一地,目的在于描述信息传输的基本原理及方法,而这些原理和方法几乎已经应用到现代所有的通信系统。因此,本书主要寻求建立一个系统的原理框图,并分析其指标性能,而不是设计具体的电原理图。

本章将介绍一些基本的概念。

1-1 信息传输的基本概念

一、信息传输的概念

信息,也称为消息,可以有各种不同的形式,如语声、音乐、符号、文字、数据和图像等。信息的传输,也有多种形式,如电报、电话、传真、广播、电视和数据传输等,甚至雷达、导航、遥控和遥测,也属信息传输的范畴。

一个典型的信息传输系统如图 1-1 所示。

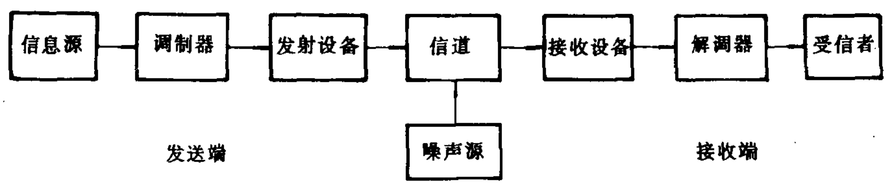

图 1-1 信息传输系统模型

信息传输系统中的各原理框图的主要功能是:

信息源:将各种消息(语声、音乐、文字、图像等)转换成电信号,该信号通常称为基带信号。

调制器:因基带信号具有较低的频谱分量,一般不适宜在信道中进行远距离传输。为此,必须对它进行某种变换,该变换过程称为调制。完成该功能的部件称调制器。调制器输出的信号称为频带信号。

发射设备:对调制后的信号进行功率放大,以进行远距离传输。

信道:传输信号的媒介物,它可以是有线信道,如架空明线、电缆、波导、光缆等;也可以是无线信道,如短波、散射、流星余迹、微波中继、卫星通信、红外、激光等。

接收端完全是发送端的逆过程，它将接收到的信号转换成相应的基带信号，而受信者再将该基带信号转换成相应的消息，供给用户。

图 1-1 中的噪声源是信道、线路及设备中的各种噪声、干扰、衰落和失真等非有用信号的集中表示。把它从系统中分出来是为了便于分析问题，且不会影响系统中主要问题的讨论。

二、信号的基本类型

1.确知信号、随机信号　确知信号是这样一种信号，它在任何时刻的电压值(或电流值)具有确定的数值，它可以用某一时间函数来描述，如 $\sin\omega_0 t$、$\cos\omega_0 t$、$e^{-|t|}$ 等。

随机信号的特征是在它实际发生以前有某种程度的不确定性，它在任何给定时刻的电压值(或电流值)是不确定的。这样的一个信号可以属于某个信号的集合，而集合中的每一个信号是不同的。如信号 $\sin(\omega_0 t+\theta)$(θ 在$[0,2\pi]$内均匀分布)就是随机信号。

2.基带信号、带通信号　将信息源发出的信息(如语声、文字、图像等)转换成电波形，就称为信息信号(information signal)。信息信号的频谱从直流(DC)扩展到某一定值(一般低于几 MHz)，因此信息信号也称低通信号，工程上常称为基带信号。

常用的基带信号有一般的话音信号(0.3 ~ 3.4kHz)、高质量的单声和立体声语音信号(0.04 ~ 15kHz)、电视图像信号(405 行为 4MHz，625 行为 6MHz)。

带通信号就是传递信息的信号(information carrying signal)。它的频谱分量在载频附近占有一定的宽度，称为有效带宽。若在该有效带宽外的频率分量为零，则该信号称为限带带通信号；若有效带宽比载频小得多，则称窄带带通信号。如调幅信号和调频信号就是典型的带通信号。

3.周期信号、非周期信号　周期信号 $f(t)$意味着在任何时间 t 均满足条件

$$f(t)=f(t+T_0) \tag{1-1-1}$$

式中，T_0 为常数，T_0 的最小数值称为信号 $f(t)$的周期，其定义为信号 $f(t)$的一个完整循环的时间间隔。如信号 $\sin\omega_0 t$、$\cos\omega_0 t$、周期脉冲序列等均为周期信号。

不存在任何常数 T_0 以满足方程式(1-1-1)条件的信号称为非周期信号。如信号 t、$e^{-|t|}$、单个脉冲等均为非周期信号。

4.能量信号、功率信号　从电工学知道，一个信号加于电阻 R 所消耗的瞬时功率与该信号的电压(或电流)的幅值的平方成正比。假设电阻 R 等于 1Ω，可以不考虑信号 $f(t)$是电压还是电流，在 1Ω 电阻上消耗的瞬时功率 P 与信号$f(t)$的关系可表示为

$$P=|f(t)|^2 \tag{1-1-2}$$

定义信号的总能量为

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-1-3}$$

信号的总平均功率为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-1-4}$$

式中，T 为任意时间间隔。

当且仅当存在信号的总能量，即满足条件

$$0<E<\infty$$

则称该信号为能量信号。

当且仅当存在信号的总平均功率，即满足条件

$$0 < P < \infty$$

则称该信号为功率信号。

应该指出，同一个信号不可能既是能量信号，又是功率信号。能量信号的平均功率为零，而功率信号的总能量为无穷大。一般情况下，时间无限的信号，如周期信号和随机信号是功率信号；而时间受限的信号，如非周期信号(并非全部)是能量信号。

5.模拟信号、数字信号　模拟信号指信号随时间是连续变化的，而且其幅值(电压或电流)也是连续的。将语声、图像等模拟信息转换成基带波形，就成为模拟信号。调幅信号和调频信号就是模拟信号，模拟信号也称连续信号。

在时间和幅值上均为离散的信号称数字信号，如电报符号、数据序列等就是数字信号。数字信号也称为离散信号。

应该指出，模拟信号可以转换成数字信号，即模数转换，其过程是先将模拟信号在时间和幅值上离散，成为量化抽样值，再进行编码，用一组特定的脉冲群去表示该抽样值，就成为数字信号，如 PCM 信号、ΔM 信号。

1-2　信息传输中的基本问题

实际工程中传输的信号是多样的，但基本上可以分成两类：一类是传输模拟信号的系统，称为模拟信息传输系统，或称模拟通信系统；另一类是传输数字信号的系统，称为数字信息传输系统，或称数字通信系统。

对于一个模拟信息传输系统，要讨论的基本问题有基带信号的特性、调制与解调原理、信道与噪声的统计特性及其对信号传输的影响及各类调制方式系统的抗干扰性能。

对于数字信息传输系统，除了讨论上述诸问题外，还要研究以下几个特殊问题差错控制编码、信息传输的保密及收发系统的同步。

一个信息传输系统的质量如何，主要考察的是它的性能指标。描述系统性能的指标有很多项，如信息传输的有效性、可靠性、系统的适应能力、经济效益及使用维护等。但从研究信息的传输角度分析，主要指标有两个：信息如何传输及传输得如何，即一是传输的有效性，二是传输的可靠性。前者指信息传输的“速度”问题，后者指信息传输的“质量”问题。

模拟信息传输系统的传输速度，主要取决于消息所包含的信息量及对消息的处理，处理的目的在于单位时间内传输更多的消息。所以，信息传输速度可以用单位时间内传输的信息量来表示。传输质量是用接收端收到的信号复制品(replica) 与发送端发出信号的误差程度来衡量的。这种误差最常用的是均方误差，误差值越小，说明复制的信号越逼真。

在实际的信息传输系统中，造成上述误差的主要原因是由乘性干扰和加性干扰引起的。所谓乘性干扰，是由于信道传输特性不理想而产生的对信号的干扰，这种干扰只有在信号传输过程中才反映出来。描述由乘性干扰产生的误差，常用更具体的指标，例如，对于话音信号，就用保真度、可懂度、清晰度等指标。所谓加性干扰，是由于信道及设备中诸如宇宙噪声、热噪声等对信号的干扰，这种干扰不论有否信号，它始终存在，且可用仪器测量其平均功率。描述由加性干扰产生的误差，通常用信号平均功率与噪声平均功率之比，即信号噪声功率比衡量。可

以认为，在相同的比较条件下，某个系统接收机输出的信噪功率比高，则它的抗信道干扰能力就强。

对于数字信息传输系统，因传输的是二元制或多元制的数字信码序列。它的传输速度通常以信码传输速率来衡量，称信码速率或传码率，定义为单位时间内传输信码的数目，单位为波特，常用符号 B 表示。从信息传输角度出发，传输速度也可用信息传输速率来衡量，称为信息传输速率或传信率，定义为单位时间内传输的信息量，单位为比特/秒，或用符号 bit/s、bps 表示。

应该指出，传码率与传信率都是传输速度的指标，它们有着不同的概念，但在数值上有一定的联系。只有对于二元制信码，因一位二元制数码含有 1bit 的信息量，此时传码率与传信率在数值上相等，只是单位不同。

数字信息传输系统的传输质量用信码或信息的差错概率来衡量，即误码率或误信率。所谓误码率，是指单位时间内接收到的错误信码数目与同一时间内传输信码总数目的比值，常用 $m\times10^{-K}$ 表示（m 为常数，$K=1,2,3,\cdots$）。所谓误信率，是指单位时间内接收到的错误信息量与同一时间内传输总信息量的比值，也称误比特率。

1-3 调制与解调

为了有效传输信息，要对基带信号进行变换以适合于信道传输，这个变换就是通过发送端的调制器来实现的。在接收端恢复原基带信号的过程称为反调制，即解调。一个信息传输系统，由于采用不同的调制解调器，这就决定了该系统性能上的差异。本书讨论的大部分内容就是分析调制解调的形式及系统性能，故先介绍调制的基本知识。

一、调制目的

调制的根本目的是将基带信号转换成更适合传输的形式。具体说来，调制目的表现在以下四方面：

1.搬移频率 可以根据需要，一次或多次将要传输的基带信号"搬移"到适合于信道传输的频段。也可以把几种信号经处理后叠加或复合在一起同时传输，以达到一个系统同时传送多路信号的目的，提高信道频带利用率。

2.改变信号所占频带宽度 可以通过选择载频而避免与其他信号发生干扰，并保证有效地应用频谱。国际和国内都规定一个频谱分配表，如调幅波段规定电台的载频范围为 535～1605kHz，调频波段为 88～108MHz，甚高频（VHF）电视波段为 48～223MHz，超高频（UHF）电视波段为 470～960MHz，国际卫星广播波段为 41～43GHz 和 84～86GHz。

3.易于辐射 提高载频，能设计出更合理、更有效的辐射天线，也便于设计发射设备中的大功率放大器。

4.改善系统性能 根据系统指标及传输信息的实际可能性，可选择适当的调制方式，以最大限度抑制随机噪声和干扰波的影响，提高系统性能。

二、调制方法

传输模拟信息的调制方法有连续波调制和脉冲波调制两种，传输数字信息的调制方法有

试读结束：需要全本请在线购买：www.ertongbook.com

编码或数字调制和数字信号载波调制两种。

1.连续波调制　设一形式为 $A_0\cos(\omega_c t+\theta_0)$的载波,其中 θ_0 为初相位,ω_c 为角频率,A_0 为峰值振幅。基带信号可以改变载波的振幅或相位,从而使载波携带信息。调制后的信号称为已调信号,它是一个带通信号,因载频通常比基带信号的最高频率高得多。

如果载波振幅是基带信号的线性函数,称为幅度调制。在幅度调制中,发送载波的称为常规调幅,通常就称为调幅(AM)。如果不发送载波,只传送基带信号的两个边带频谱分量,则称为双边带抑制载波调幅(AM-DSB-SC),简称双边带调幅,用符号 DSB 表示。若只传送基带信号的一个边带频谱分量,则称为单边带抑制载波调幅(AM-SSB-SC),常用 SSB 表示。若传送基带信号一个边带频谱分量的大部分和另一个边带的极小部分,则称为残余边带抑制载波调幅(AM-VSB-SC),常用 VSB 表示。

连续波调制的另一种形式是载波相位叠加一个附加相位项。如果附加相位正比于基带信号,则称相位调制(PM)。若该相位正比于基带信号的积分波形,则称频率调制(FM)。相位调制和频率调制统称为角度调制。

2.脉冲波调制　脉冲波调制就是脉冲序列波形的某一参数是基带信号的函数。若该脉冲序列的幅度、宽度和位置随基带信号线性变化,则相应的调制分别称为脉冲幅度调制(PAM)、脉冲宽度调制(PDM)和脉冲位置调制(PPM)。

连续波调制和脉冲波调制都属于模拟调制,因为载波的被调参数随基带信号连续变化。

3.编码或数字调制　编码调制包含将基带信号抽样、量化和编码的模数转换过程,即将基带信号数字化,故编码调制也称数字调制。数字调制有许多种形式,最重要也是应用最广泛的是脉冲编码调制(PCM)。PCM 可以是二元制的,即脉冲只能有两个值(0 电平、E 电平或 E 电平、$-E$ 电平);也可以是多元制的(设 μ 元制、$\mu>2$),此时,脉冲有 μ 个可能值。

数字调制的其他形式(PCM 的变种),有差分脉冲编码调制(DPCM)、增量调制(ΔM)、总和增量调制(ΣΔM)和自适应增量调制(AΔM)等。

4.数字信号载波调制　与连续波调制相类似,若用脉冲或数字基带信号分别改变载波的幅度、频率或相位,就相应得到振幅键控(ASK),或称通断键控(OOK)、频移键控(FSK)及相移键控(PSK),相移键控的变种有差分相移键控(DPSK)。

数字信号载波调制常称为数字信号频带传输系统。

第二章　随机信号的统计特性

2-1　随机信号与随机过程

信息传输系统所传输的信号有两大类:确知信号和随机信号。前者是指信号一旦发生,可以用仪器测量它的有关参量或者可以预先确定知道它的发生。后者指该信号的发生不能用仪器测定其某一参量,更无法预知该信号发生的确定性。随机信号在数学上的描述就是随机过程,常用符号$\xi(t)$表示。也就是说,随机过程是时间 t 的函数。显然,若在任一给定的时刻 t_1 观察该过程$\xi(t_1)$,则该过程与 t 无关,就成为一个随机变量。在整个时间域内观察,随机过程包含无限多的随机变量。

既然随机过程包含无限多的随机变量,就完全可以采用对随机变量的分析方法,描述随机过程的统计特性。

2-2　随机过程的统计特性

随机过程的统计特性可由常用统计函数和一般统计平均函数来描述。常用统计函数主要有分布函数和分布密度,一般统计平均函数主要有均值、方差、相关函数及协方差函数,下面分别进行讨论。

一、分布函数和分布密度

设随机过程 $\xi(t)$,在任意给定时间 t_1 上 $\xi(t_1)$是一个随机变量,定义 $\xi(t_1)\leqslant x_1$ 的概率 $P[\xi(t_1)\leqslant x_1]$为随机过程 $\xi(t)$的一维分布函数,记为

$$F_1(x_1,t_1) = P[\xi(t_1) \leqslant x_1] \tag{2-2-1}$$

如果存在函数 $f_1(x_1,t_1)$,使下式

$$F_1(x_1,t_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x'_1,t_1)\mathrm{d}x'_1 \tag{2-2-2}$$

成立,则称 $f_1(x_1,t_1)$为随机过程的一维分布密度。

随机过程在 t_1 时刻 $\xi(t_1)\leqslant x_1$ 和在 t_2 时刻 $\xi(t_2)\leqslant x_2$ 同时出现的概率 $P[\xi(t_1)\leqslant x_1,\xi(t_2)\leqslant x_2]$称为随机过程 $\xi(t)$的二维分布函数,记为

$$F_2(x_1,x_2;t_1,t_2) = P[\xi(t_1) \leqslant x_1,\xi(t_2) \leqslant x_2] \tag{2-2-3}$$

如果存在函数 $f_2(x_1,x_2;t_1,t_2)$,使

$$F_2(x_1,x_2;t_1,t_2) = \int_{-\infty}^{x_1}\int_{-\infty}^{x_2} f_2(x'_1,x'_2;t_1,t_2)\mathrm{d}x'_1\mathrm{d}x'_2 \tag{2-2-4}$$

成立,则称 $f_2(x_1,x_2;t_1,t_2)$为随机过程的二维分布密度。

当要描述随机过程在不同时刻的内在联系时,应考虑随机过程在 n 个时刻,$t_1,t_2,\cdots,t_n$ 的多维随机变量 $\xi(t_i)(i=1,2,3,\cdots,n)$ 的统计特性,用类似方法,定义随机过程 n 维分布函数为

$$F_n(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n)=$$
$$P[\xi(t_1)\leqslant x_1,\xi(t_2)\leqslant x_2,\cdots,\xi(t_n)\leqslant x_n] \tag{2-2-5}$$

使下式

$$F_n(x_1,x_2,\cdots x_n;t_1,t_2,\cdots t_n)=$$
$$\int_{-\infty}^{x_1}\int_{-\infty}^{x_2}\cdots\int_{-\infty}^{x_n}f_n(x_1',x_2',\cdots,x_n';t_1,t_2,\cdots,t_n)\mathrm{d}x_1'\mathrm{d}x_2'\cdots\mathrm{d}x_n' \tag{2-2-6}$$

成立的 $f_n(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n)$ 称为 $\xi(t)$ 的 n 维分布密度。

显然,n 越大,描述随机过程的统计特性越详尽。

二、统计平均函数

对于任意给定的时间 t_1,在随机过程 $\xi(t)$ 的所有样本函数的集合域内取平均,称为随机过程的集合平均或统计平均。

随机过程 $\xi(t)$ 的有关统计平均函数定义如下:

1.均值(数学期望)　随机过程 $\xi(t)$ 在时间 t_1 的一阶原点矩

$$E[\xi(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}xf_1(x,t)\mathrm{d}x \tag{2-2-7}$$

称为 $\xi(t)$ 的均值,它一般是时间的函数,记为 $a(t)$。$a(t)$ 表示 $\xi(t)$ 在各个时刻取得随机变量分布的中心位置。因为 t_1 是任意给定的,故可将 t_1 改写为 t,相应的取值 x_1 改写为 x。

2.均方值　随机过程 $\xi(t)$ 在时间 t_1 的二阶原点矩

$$E[\xi^2(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}x^2f_1(x,t)\mathrm{d}x \tag{2-2-8}$$

称为 $\xi(t)$ 的均方值,它一般是时间 t 的函数。ξ 的均方值表示随机过程在任何时刻所取得随机变量的总平均功率。

3.方差　随机过程 $\xi(t)$ 在时刻 t_1 的二阶中心矩

$$D[\xi(t)]=E\{[\xi(t)-a(t)]^2\}=$$
$$\int_{-\infty}^{\infty}[\xi(t)-a(t)]^2f(x,t)\mathrm{d}x \tag{2-2-9}$$

称为 $\xi(t)$ 的方差,记为 $\sigma^2(\mathrm{t})$,它同样也可能是时间 t 的函数。$\xi(t)$ 的方差描述了在各时刻取值所得随机变量“交流”部分的功率,它反映变量对均值的偏离程度。

根据随机变量方差与均值的关系,随机过程的方差与均值也有以下相应关系式:

$$D[\xi(t)]=E[\xi^2(t)]-\{E[\xi(t)]\}^2 \tag{2-2-10}$$

上式表示随机过程在任何时刻 t 上取值的“交流”部分功率贡献等于其总平均功率减去“直流”部分功率贡献。

4.相关函数　随机过程的均值、方差和均方值仅刻画了过程在各个孤立时刻统计特性的重要数字特征。当描述两个不同时刻状态的随机过程之间的内在联系时,就需要利用二维分布密度引入新的数字特征。

随机过程 $\xi(t)$在任何两个不同时刻 t_1 和 t_2 取值的二阶原点混合矩

$$E[\xi(t_1)\xi(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_2(x_1,x_2;t_1,t_2)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \tag{2-2-11}$$

称为 $\xi(t)$的自相关函数,一般简称相关函数,用 $R(t_1,t_2)$表示。若令 $t_2 = t_1 + \tau$,则 $R(t_1,t_2) = R(t_1,t_1+\tau)$,它取决于起始时刻 t_1 及时间间隔 τ。

两个随机过程 $\xi(t)$、$\eta(t)$分别在时刻 t_1、t_2 上随机变量 $\xi(t_1)$、$\eta(t_2)$的二阶原点混合矩

$$E[\xi(t_1)\eta(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} xyf_{\xi\eta}(x,y;t_1,t_2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{2-2-12}$$

称为 $\xi(t)$及 $\eta(t)$的互相关函数,记 $R_{\xi\eta}(t_1,t_2)$。式中:$f_{\xi\eta}(x,y;t_1,t_2)$为 $\xi(t)$及 $\eta(t)$的二维联合分布密度;x、y 分别是$\xi(t)$及 $\eta(t)$在时刻 t_1 及 t_2 的取值。互相关函数表示随机过程 $\xi(t)$及 $\eta(t)$在两个不同时刻取值的相关程度。

5.协方差　随机过程 $\xi(t)$在任何两个不同时刻 t_1、t_2 取值的二阶中心混合矩称为 $\xi(t)$的自协方差函数,记为

$$B(t_1,t_2) = E\{[\xi(t_1) - a(t_1)][\xi(t_2 - a(t_2)]\} \tag{2-2-13}$$

自协方差函数也称中心自相关函数,一般简称协方差函数,或相关矩。

两个随机过程 $\xi(t)$、$\eta(t)$分别在不同时刻 t_1、t_2 上的随机变量的二阶中心混合矩

$$B_{\xi\eta}(t_1,t_2) = E\{[\xi(t_1) - a_\xi(t_1)][\eta(t_2) - a_\eta(t_2)]\} \tag{2-2-14}$$

称为 $\xi(t)$、$\eta(t)$的互协方差函数。

相关函数 $R(t_1,t_2)$与协方差函数 $B(t_1,t_2)$有以下关系:

$$\begin{aligned}B(t_1,t_2) = {} & E\{[\xi(t_1) - a(t_1)][\xi(t_2) - a(t_2)]\} = \\ & E[\xi(t_1)\xi(t_2)] - a(t_1)E[\xi(t_2)] - a(t_2)E[\xi(t_1)] + a(t_1)a(t_2) = \\ & R(t_1,t_2) - a(t_1)a(t_2)\end{aligned}$$

从上式可以看出:

(1)$B(t_1,t_2)$与 $R(t_1,t_2)$只差一个常数(随机过程在两个时刻取值的均值之积),因此,它们均描述随机过程相同的统计特性,即随机过程在两个任何时刻的相关程度。但 $R(t_1,t_2)$描述过程在两个时刻取值的相关程度,而 $B(t_1,t_2)$描述过程在两个时刻取值离差的相关程度。

(2)当 $a(t_1)$及 $a(t_2)$中任一个为零时,$B(t_1,t_2) = R(t_1,t_2)$。

(3)当 $t_1 = t_2 = t$ 时,$R(t_1,t_2) = R(t) = E[\xi^2(t)]$,它就是过程的均方值,即总平均功率。

$$B(t_1,t_2) = B(t) = R(t) - a^2(t) = E[\xi^2(t)] - a^2(t) = \sigma^2(t)$$

可见,当 $t_1 = t_2 = t$ 时,协方差函数就是方差。

上式表明,在同一时刻,随机过程的相关函数表征过程的总平均功率,协方差函数表征过程的“交流”功率贡献,它等于总平均功率与“直流”功率贡献之差。

2-3　平稳随机过程

随机过程的分布密度有不同的统计特性,按其不同特性可分为平稳随机过程、独立过程、独立增量过程和马尔可夫过程。本节仅讨论应用最广泛的平稳随机过程。

一、平稳随机过程的定义

如果随机过程 $\xi(t)$的 n 维分布密度与时间起点的选择无关,即对于任何 n 及任何时间间隔 τ,$\xi(t)$的 n 维分布密度满足

$$\begin{aligned} &f_n(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1,t_2,\cdots,t_n) = \\ &\qquad f_n(x_1,x_2,\cdots,x_n;t_1+\tau,t_2+\tau,\cdots,t_n+\tau) \end{aligned} \tag{2-3-1}$$

则称 $\xi(t)$为平稳随机过程。

显然,平稳随机过程的统计特性经过时间平移 τ 后仍保持不变。

二、平稳随机过程的特性

1.平稳随机过程的一维分布统计特性　根据平稳随机过程定义,因为时间间隔 τ 是任意取的,若取 $\tau=-t_1$,则过程 $\xi(t)$的一维分布密度为

$$f_1(x_1,t_1) = f_1(x_1,t_1+\tau) = f_1(x_1,0) = f_1(x_1) \tag{2-3-2}$$

$\xi(t)$的均值为

$$E[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x)\mathrm{d}x = a_\xi \tag{2-3-3}$$

$\xi(t)$的方差为

$$D[\xi(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-a_\xi)^2 f_1(x)\mathrm{d}x = \sigma^2 \tag{2-3-4}$$

上述结果表明,平稳随机过程的一维分布密度与 t 无关,$\xi(t)$的均值、方差也与 t 无关。

2.平稳随机过程的二维分布统计特性　若仍取时间间隔 $\tau=-t_1$,则平稳随机过程 $\xi(t)$的二维分布密度为

$$\begin{aligned} f_2(x_1,x_2;t_1,t_2) &= f_2(x_1,x_2;t_1+\tau,t_2+\tau) \\ &\overset{\tau=-t_1}{=\!=\!=} f_2(x_1,x_2;0,t_2-t_1) \\ &\overset{\tau'=t_2-t_1}{=\!=\!=} f_2(x_1,x_2;\tau') \\ &\overset{\tau=\tau'}{=\!=\!=} f_2(x_1,x_2;\tau) \end{aligned} \tag{2-3-5}$$

式中,记 $\tau'=t_2-t_1$,因 τ'仅表示时间间隔,故仍记为 τ。

$\xi(t)$的相关函数

$$\begin{aligned} R(t_1,t_2) &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1x_2f_2(x_1,x_2;t_1,t_2)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 = \\ &\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1x_2f_2(x_1,x_2;\tau)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 = R(\tau) \end{aligned} \tag{2-3-6}$$

上述结果表明,平稳随机过程的二维分布密度只与时间间隔 τ 相关,而相关函数也仅是单变量 τ 的函数。

3.广义平稳随机过程　如果平稳随机过程 $\xi(t)$满足下列条件:

(1)$\xi(t)$的均值和方差与时间无关,即 $E[\xi(t)] = a_\xi =$ 常数,$D[\xi(t)] = \sigma_\xi^2 =$ 常数

(2)$\xi(t)$的相关函数仅与时间间隔 τ 有关,即

$$R(t_1,t_2) = R(\tau)$$

则称 $\xi(t)$为广义平稳随机过程。所谓“广义”,是指对过程 $\xi(t)$的数字特征而言的,条件是较

宽的，故广义平稳随机过程也称为宽平稳随机过程。

4.狭义平稳随机过程　随机过程 $\xi(t)$的分布密度满足前面对平稳随机过程定义式(2-3-1)的 $\xi(t)$，称为狭义平稳随机过程。显然，狭义平稳随机过程的统计特性与时间起点无关，而与时间间隔 τ 有关。因此，狭义平稳随机过程是在严格意义下的平稳随机过程，故有时也称为严平稳随机过程。

从上述分析可知，狭义平稳随机过程必定是广义平稳随机过程；反之，则不一定成立。读者在后面会看到，对于高斯过程，狭义平稳随机过程与广义平稳随机过程是等价的。

本书以后讨论的平稳随机过程，如无特别说明，均指广义平稳随机过程。

5.各态历经性　设随机过程 $\xi(t)$，对于给定时间 t_1，在 $\xi(t)$的集合域内求平均称为统计平均。对于固定的样本值，在整个时间范围内求平均称为时间平均。随机过程 $\xi(t)$统计平均的数字特征也有相应的时间平均，若用符号$\langle\cdot\rangle$表示求时间平均，则 $\xi(t)$均值的时间平均为

$$\langle\xi(t)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\xi(t)\mathrm{d}t = \overline{a} \tag{2-3-7}$$

方差的时间平均为

$$\langle[\xi(t)-\overline{a}]^2\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}[\xi(t)-\overline{a}]^2\mathrm{d}t = \overline{a}^2 \tag{2-3-8}$$

相关函数的时间平均为

$$\langle\xi(t)\xi(t+\tau)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\xi(t)\xi(t+\tau)dt = \overline{R(\tau)} \tag{2-3-9}$$

对于平稳随机过程 $\xi(t)$，只要满足一些较宽的条件，则 $\xi(t)$数字特征的统计平均可以用这过程的某一个样本函数的时间平均来代替。

如果平稳随机过程 $\xi(t)$的统计平均 $E[\cdot]$与时间平均$\langle\cdot\rangle$满足下列关系：

$$\langle\xi(t)\rangle = E[\xi(t)],\text{即 } a_\xi = \overline{a} \tag{2-3-10}$$

$$\langle\xi(t)\xi(t+\tau)\rangle = E[\xi(t)\xi(t+\tau)],\text{即 } R(\tau) = \overline{R(\tau)} \tag{2-3-11}$$

则称该平稳随机过程具有各态历经性。各态历经性意指过程中的任一实现，好像经历了过程的所有可能状态。因此，各态历经性也称过程的遍历性，或称埃尔古德(Ergodic)性。要考察具有各态历经性的随机过程，不必在给定时间 t_1 对所有样本进行考察，而只需对某一样本在所有时间内进行考察，从而把“统计平均”化为“时间平均”。上述概念可用下列例子说明，如测量接收机的噪声，不必用数量极多的相同接收机在同一条件下同时测量，并求其统计平均，而只需用一台接收机在不变的条件下进行长时间测量，然后求时间平均，从而使计算大为简化。

在工程中所遇到的平稳随机过程都满足这些条件，因此都具有各态历经性。

6.平稳随机过程自相关函数 $R(t_1,t_2)$的性质

(1)平稳性：由式(2-3-6)得 $R(t_1,t_2)=R(\tau)$，即相关函数仅是时间间隔 $\tau=t_2-t_1$ 的单变量函数。

(2)极限值：

当 $\tau=0$ 时，$R(0)=E[\xi^2(t)]$，$\xi(t)$的均方值，即 $R(0)$表示 $\xi(t)$的总平均功率。

当 $\tau\neq0$ 时，$|R(\tau)|\leqslant R(0)$，$R(\tau)$以 $R(0)$为上界。该式可由关系式 $E[\xi(t)\pm\xi(t+\tau)]^2\geqslant0$ 证得。

(3)对称性：$R(\tau)=R(-\tau)$，即 $R(\tau)$是 τ 的偶对称函数。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com