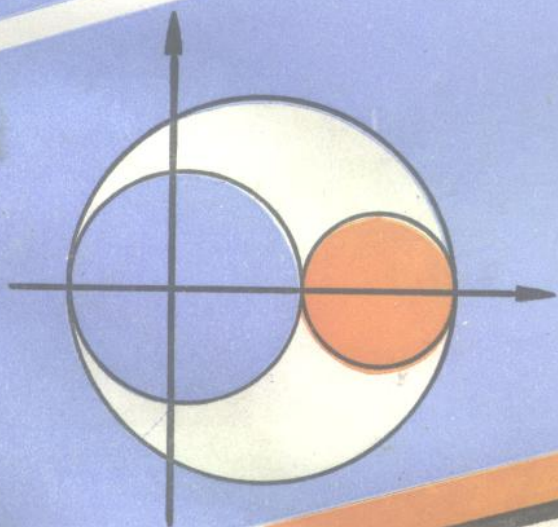


材料力学800题

胡增强 主编

Cailiaolixue



中国矿业大学出版社

(苏)新登字第 010 号

内 容 提 要

本书是学习材料力学的参考书,以材料力学的基本内容为主,共收集各种类型的习题 800 题。

全书共分十三章,每章均包括“内容提要”和“习题解析”两部分。主要介绍分析、演算材料力学学习题的原理和方法,以加深读者对材料力学基本概念的理解、提高求解材料力学问题的能力。

本书主要供高等工科院校、电视大学和职工大学的学生学习材料力学课程时阅读,尤其适合报考工科专业硕士研究生的学生系统复习时阅读,也可供一般工程技术人员参考。

材料力学 800 题

胡增强 杨英 胡柔 倪锦亚 姚学诗 编

责任编辑:安乃勇 钟 敏

中国矿业大学出版社出版发行

新华书店经销 中国矿业大学印刷厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 25.625 字数 788 千字

1994 年 10 月第一版 1994 年 10 月第一次印刷

印数 1—3000 册

ISBN 7 - 81021 - 949 - 9

O · 64

定价:15.00 元

前 言

材料力学是一门与机械、土建、航空、交通等工程实际密切相关的技术基础课程。学习材料力学,一要搞清基本概念,掌握基本理论和基本方法;二要重视实践,其中包括分析、演算一定数量的习题。通过习题加深对基本概念的理解、掌握基本理论和基本方法的应用,从而提高分析问题和解决问题的能力。

本书以材料力学课程教学基本要求的内容为主,共分为十三章。每章均分为“内容提要”和“习题解析”两个部分。“内容提要”简要地叙述了各章的基本概念、基本公式和基本内容,是各章内容的小结;“习题解析”分析、解答了相关章节的大量习题。为了便于阅读、查找,习题按章、节的序号编排。习题解答中列出了解题步骤,有的还附有简要的分析或说明。在解题方法方面,主要以教学要求为主,并不一定是最佳解法。每节中最后带有*号的习题,供教学要求较高或学有余力的读者参考。本书中的习题主要选自国内、外近期的材料力学教材和习题集,共收集了各种类型、不同深度的习题 800 道。其中:

- 第一章 拉伸与压缩 74 道题
- 第二章 剪切 31 道题
- 第三章 扭转 70 道题
- 第四章 平面图形几何性质 46 道题
- 第五章 弯曲内力 51 道题
- 第六章 弯曲应力 66 道题
- 第七章 弯曲变形 80 道题
- 第八章 应力、应变状态分析 80 道题
- 第九章 强度理论 23 道题

第十章 组合变形 67 道题

第十一章 压杆稳定 66 道题

第十二章 交变应力 34 道题

第十三章 能量方法 112 道题

本书由胡增强、杨英、胡柔、倪锦亚、姚学诗编写,由胡增强担任主编,负责全书的通稿、定稿。值本书出版之际,谨向本书所选习题的各书编著者,以及为本书出版付出辛勤劳动的编辑、描图等同志,致以深切的谢意。书中难免会有错漏之处,敬希读者批评指正。

编 者

1994 年 3 月于南京

目 录

前 言	(1)
-----------	-----

第一章 拉伸与压缩	(1)
-----------------	-----

内容提要	(1)
------------	-----

§ 1.1 轴向拉伸(压缩)杆横截面上的内力	(1)
------------------------------	-----

§ 1.2 轴向拉伸(压缩)杆横截面上的应力	(2)
------------------------------	-----

§ 1.3 轴向拉压杆斜截面上的应力	(4)
--------------------------	-----

§ 1.4 材料在拉伸、压缩时的机械性能	(5)
----------------------------	-----

§ 1.5 轴向拉压杆的强度	(7)
----------------------	-----

§ 1.6 轴向拉压杆的变形	(8)
----------------------	-----

§ 1.7 轴向拉伸(压缩)时的静不定问题	(10)
-----------------------------	------

习题解析	(12)
------------	------

第二章 剪切	(85)
--------------	------

内容提要	(85)
------------	------

§ 2.1 剪切及其实用计算	(85)
----------------------	------

§ 2.2 挤压及其实用计算	(86)
----------------------	------

§ 2.3 纯剪切的观念	(87)
--------------------	------

习题解析	(88)
------------	------

第三章 扭转	(118)
--------------	-------

内容提要	(118)
------------	-------

§ 3.1 圆轴扭转时,横截面上的内力分量	(118)
-----------------------------	-------

§ 3.2 圆轴扭转时,横截面上的应力 强度条件	(119)
--------------------------------	-------

§ 3.3 圆轴扭转时的变形 刚度条件	(121)
§ 3.4 非圆截面杆的扭转	(122)
§ 3.5 圆杆形密圈螺旋拉压弹簧	(124)
习题解析	(126)
第四章 平面图形的几何性质	(182)
内容提要	(182)
§ 4.1 静矩 形心	(182)
§ 4.2 惯性矩 惯性积 惯性半径	(183)
§ 4.3 平行移轴定理与转轴公式	(185)
§ 4.4 主惯性轴 主惯性矩	(186)
习题解析	(188)
第五章 弯曲内力	(217)
内容提要	(217)
§ 5.1 平面弯曲的概念	(217)
§ 5.2 梁横截面上的内力分量——剪力与弯矩	(218)
§ 5.3 载荷集度与剪力、弯矩间的平衡微分关系及其应用	(219)
习题解析	(221)
第六章 弯曲应力	(272)
内容提要	(272)
§ 6.1 弯曲正应力 正应力强度条件	(272)
§ 6.2 弯曲剪应力 剪应力强度条件	(274)
§ 6.3 开口薄截面的弯曲中心	(276)
习题解析	(278)
第七章 弯曲变形	(332)
内容提要	(332)
§ 7.1 弯曲变形与位移	(332)
§ 7.2 用积分法求梁的挠度和转角	(333)

§ 7.3 用叠加原理求梁的挠度和转角	(334)
§ 7.4 弯曲的静不定问题	(335)
习题解析	(336)
第八章 应力 应变分析	(406)
内容提要	(406)
§ 8.1 应力状态的概念	(406)
§ 8.2 平面应力状态下的应力分析	(408)
§ 8.3 空间应力状态的概念	(411)
§ 8.4 平面应力状态下的应变分析	(412)
§ 8.5 各向同性材料的应力—应变关系	(414)
§ 8.6 弹性变形能	(415)
习题解析	(416)
第九章 强度理论	(471)
内容提要	(471)
§ 9.1 强度理论的概念	(471)
§ 9.2 常用的四个强度理论	(471)
§ 9.3 莫尔强度理论 强度理论的应用	(472)
习题解析	(473)
第十章 组合变形	(489)
内容提要	(489)
§ 10.1 组合变形的概念	(489)
§ 10.2 斜弯曲	(490)
§ 10.3 轴向拉压与变曲的组合	(492)
§ 10.4 扭转和弯曲的组合	(495)
习题解析	(496)
第十一章 压杆稳定	(560)
内容提要	(560)

§ 11.1 平衡稳定性的概念	(560)
§ 11.2 等直压杆的临界压力与临界应力	(561)
§ 11.3 压杆的稳定校核	(564)
§ 11.4 纵横弯曲的概念	(566)
习题解析	(566)
第十二章 交变应力	(625)
内容提要	(625)
§ 12.1 交变应力及疲劳破坏的概念	(625)
§ 12.2 持久极限及其影响因素	(627)
§ 12.3 构件的疲劳强度校核	(634)
习题解析	(635)
第十三章 能量方法	(663)
内容提要	(663)
§ 13.1 杆件的弹性变形能	(663)
§ 13.2 长氏定理 ^①	(666)
§ 13.3 虚功原理 单位力法	(668)
§ 13.4 莫尔定理 图形互乘法	(670)
§ 13.5 互等定理	(672)
§ 13.6 力法及其正则方程	(673)
§ 13.7 用能量法求解冲击问题	(675)
习题解析	(677)
附录 I 截面图形的几何性质	(782)
附录 II 梁在简单载荷作用下的变形	(787)
附录 III 型钢表	(793)

第一章 拉伸与压缩

[内 容 提 要]

§ 1.1 轴向拉伸(压缩)杆横截面上的内力

一、轴向拉伸(压缩)的力学模型

轴向拉伸(压缩)是杆件的基本变形之一,其力学模型如图 1-1 所示。

构件特征 构件为等截面的直杆。

受力特征 外力的作用线与杆件的轴线相重合。

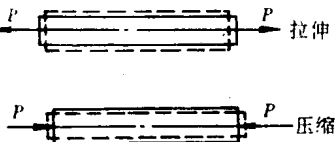


图 1-1

变形特征 受力后杆件沿其轴线方向均匀伸长(缩短),即杆件任意两横截面沿杆件轴线方向产生相对的平行移动。

二、内力 截面法

内力 由外力作用所引起的、构件本身任意两部分相互之间的作用。

截面法 截面法是求内力的一般方法,用截面法求内力的步骤为:

- (1) 截开 在需求内力的截面处,假想地沿该截面将构件截分为二。
- (2) 替代 任取一部分,其弃去部分对留下部分的作用,以作用在截开面上相应的内力来代替。
- (3) 平衡 考虑留下部分的平衡,由平衡条件求出该截面上的未知内力值。

轴力 轴向拉压杆横截面上的内力,其作用线必定与杆件轴线相重合,称为轴力(图 1-2)。轴力的记号习惯上用 N 表示。

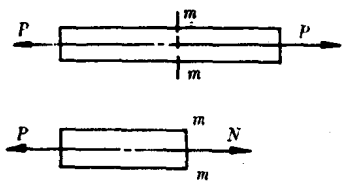


图 1-2

轴力符号 轴力 N 规定以拉力为正, 压力为负。注意, 列平衡方程时, 力的正负, 以其使物体产生的运动趋势规定; 内力的正负, 以其使物体产生的变形趋势来规定。两者的意义不同, 在计算中, 若未知内力的方向始终假定为内力的正向, 则由平衡方程求得

的内力正负号, 就直接反映了内力的正负。

轴力图 表示沿杆件轴线各横截面上轴力变化规律的图线。注意, 轴力图应与杆件轴线等长, 且在图中标注各段轴力的正负号和数值。

§ 1.2 轴向拉伸(压缩)杆横截面上的应力

一、应力

应力的定义 由外力作用所引起的, 构件某一截面上某一点处的内力集度。图 1-3 表示构件在任意力系作用下, 某一截面上点 O 处的应力:

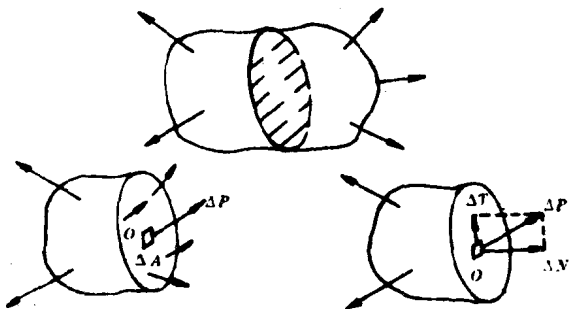


图 1-3

全应力

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (1-1a)$$

正应力 垂直于截面的应力分量,用记号 σ 表示。

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \frac{dN}{dA} \quad (1-1b)$$

剪应力 相切于截面的应力分量,用记号 τ 表示。

$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \frac{dT}{dA} \quad (1-1c)$$

应力的特征

1. 应力定义在物体的假想截面或其边界上的一点处。
2. 应力的量纲为单位面积的力;应力的单位为牛顿每平方米(N/m^2),即帕(Pa)。
3. 应力为矢量,等效于材料的一部分对另一部分的作用。但应力分量为标量,且规定

正应力 σ :以离开截面的拉应力为正,指向截面的压应力为负;

剪应力 τ :以其对截面内一点产生顺时针力矩时为正,反之为负。

二、轴向拉压杆横截面上的应力

分布规律 轴向拉压杆横截面上的应力垂直于截面,为正应力。且正应力在整个横截面上均匀分布(图 1-4)。

正应力公式 由变形的几何相容关系、力与变形间的物理关系和内力与应力间的静力关系三方面考虑,得到轴向拉压杆横截面上正应力的计算公式为

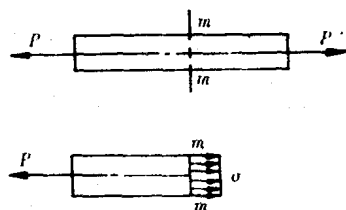


图 1-4

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (1-2)$$

正应力公式的讨论

1. N 为所求截面上的轴力;
 A 为该截面的面积。

2. 对于阶梯形杆(图 1-5a),
各段中间横截面上的正应力,可

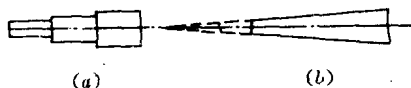


图 1-5

按式 1-2 计算;对于截面连接变化的锥形杆(图 1-5b),当杆件两侧棱边的夹

角 $\alpha \leq 20^\circ$ 时,应用式(1-2)计算所得的正应力,其误差约为 3%。

3. 在外力作用点附近,其应力分布与外力的作用方式有关;在杆件外形突然变化处,将产生局部应力聚增的应力集中现象,都不能应用式 1-2。但其影响范围都不超过杆件的最大横向尺寸。

§ 1.3 轴向拉压杆斜截面上的应力

一、斜截面应力

任意斜截面 $m-m$ (图 1-6) 的截面积为 A_α , 斜截面上的应力均匀分布, 其全应力及应力分量为:

$$\text{全应力} \quad p_\alpha = \frac{N}{A_\alpha} = \sigma_0 \cos \alpha \quad (1-3a)$$

$$\text{正应力} \quad \sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (1-3b)$$

$$\text{剪应力} \quad \tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \quad (1-3c)$$

符号规定

α 由横截面外法线转至斜截面外法线的夹角, 以逆时针转动为正;

σ_α 方向角为 α 的斜截面上的正应力, σ_0 表示横截面上的正应力, 均以拉应力为正;

τ_α 方向角为 α 的斜截面上的剪应力, 以其对截面内一点产生顺时针力矩时为正。

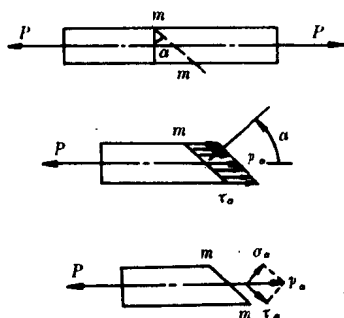


图 1-6

二、轴向拉压杆内的最大、最小应力

正应力 最大正应力发生在 $\alpha=0^\circ$ 的横截面上; 最小正应力发生在 $\alpha=90^\circ$ 的纵截面上, 其值分别为

$$(\sigma_\alpha)_{\max} = \sigma_{\alpha=0^\circ} = \sigma_0$$

$$(\sigma_\alpha)_{\min} = \sigma_{\alpha=90^\circ} = 0$$

剪应力 最大剪应力发生在 $\alpha=\pm 45^\circ$ 的斜面上; 最小剪应力发生在 $\alpha=$

0°的横截面和 $\alpha=90^\circ$ 的纵截面上,其值分别为

$$|\tau_\alpha|_{\max} = \tau_{\alpha=\pm 45^\circ} = \frac{\sigma_0}{2}$$

$$|\tau_\alpha|_{\min} = \tau_{\alpha=0^\circ, 90^\circ} = 0$$

注意,剪应力的正、负,仅表示其指向不同,对于材料的剪切强度来说是相同的。

§ 1.4 材料在拉伸、压缩时的机械性能

一、低碳钢的静拉伸试验

应力—应变曲线 以一定规格的试样,通过试验机施加力 P ,测量试样标距 l 的伸长 Δl 。以应力 $\sigma = \frac{P}{A}$ 为纵坐标,应变(单位长度的伸长量) $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$ 为横坐标,得低碳钢拉伸时的应力—应变曲线如图 1-7 所示。

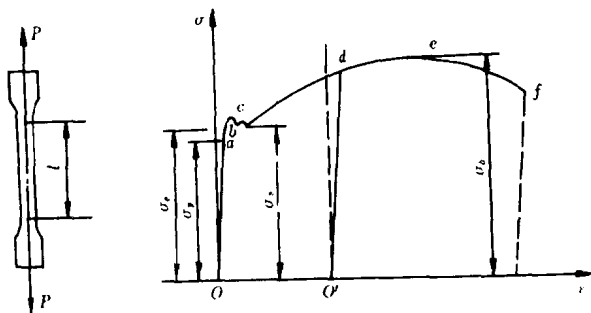


图 1-7

弹性变形与塑性变形

弹性变形 卸除外力后能完全消失的变形。

塑性变形 卸除外力后不能消失的永久变形。通常所说的塑性变形,是指由外力作用引起的、与时间无关的不可恢复的永久变形。

变形的四个阶段

弹性阶段 ob 只产生弹性变形,不引起塑性变形;

屈服阶段 bc 应力基本保持不变,应变显著增加;

强化阶段 ce 必须增大应力,应变才能增加;

局部变形阶段 ef 试样产生颈缩,变形集中在颈缩区。

机械性能

强度指标 比例极限 σ_p —— 应力与应变成正比的最高应力值。

弹性极限 σ_e —— 只产生弹性变形的最高应力值。

屈服极限 σ_s —— 应力基本保持不变,应变显著增加时的最低应力值。

强度极限 σ_b —— 材料在断裂前所能承受的最高应力值。

弹性指标 弹性模量 $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$ (1-4)

塑性指标 伸长率 $\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$ (1-5)

断面收缩率 $\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$ (1-6)

式中, l_1 为试样拉断后的标距长度; A_1 为试样拉断后颈缩处的最小横截面面积。

卸载定律及冷作硬化

卸载定律 不论试样变形处在哪一阶段,卸载时的应力与应变均呈线性关系。

冷作硬化 试样加载达到强化阶段后卸载,再次加载时,材料的比例极限(或弹性极限)提高,而塑性降低的现象。如图 1-7 中曲线 $d'ef$ 所示。

二、铸铁的静拉伸试验

应力——应变曲线 应力与应变之间无明显的直线段,在应变很小时就突然断裂,其应力—应变曲线如图 1-8 所示。

机械性能 试验中只能测得强度极限 σ_b , 没有屈服阶段和颈缩现象。弹性模量通常以总应变为 0.1% 时的割线斜率来度量。

三、低碳钢的压缩试验

应力——应变曲线 低碳钢压缩时的应力—应变曲线如图 1-9 所示。

机械性能 弹性模量 E 、比例极限 σ_p 和屈服极限 σ_s 与拉伸时基本相同。屈服阶段后,试样越压越扁,无颈缩现象,测不到强度极限。

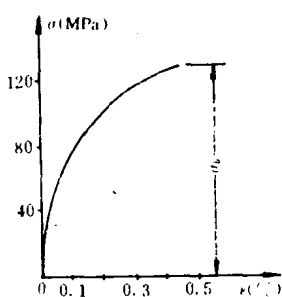


图 1-8

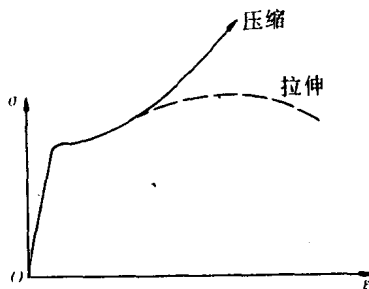


图 1-9

四、铸铁的压缩试验

应力—应变曲线 应力与应变之间无明显的直线阶段和屈服阶段，但有明显的塑性变形，其应力—应变曲线如图 1-10 所示。

机械性能 抗压时的强度极限约为抗拉强度极限的 4~5 倍。弹性模量通常以某一应力值时的割线斜率来度量。

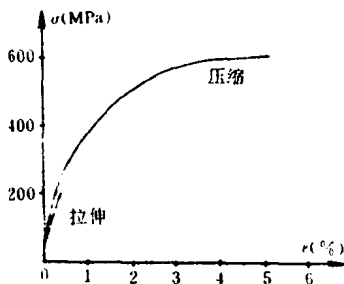


图 1-10

§ 1.5 轴向拉压杆的强度

一、许用应力

在保证正常工作条件下，材料容许承受的工作应力的最高值。许用正应力用 $[\sigma]$ 表示，许用剪应力用 $[\tau]$ 表示。

塑性材料

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} \quad (1-7a)$$

脆性材料

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b} \quad (1-7b)$$

式中 n_s 和 n_b 为分别对应于屈服极限和强度极限的安全系数。

二、轴向拉压杆的强度计算

强度条件 构件的最大工作应力不得超过材料的许用应力。

轴向拉压杆的强度条件

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{N}{A} \right)_{\max} \leq [\sigma] \quad (1-8)$$

强度计算的三类问题

强度校核 $\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$

截面设计 $A \geq \frac{N}{[\sigma]}$

许可载荷计算 $N \leq [\sigma]A$ 由 N 计算 $[P]$

§ 1.6 轴向拉压杆的变形

一、位移、变形与应变

位移的定义

线位移 受力物体形状改变时,一点位置移动的直线距离。图 1-11a 中 A 点的线位移为 u ; B 点的线位移为 $u + \Delta u$ 。

角位移 受力物体形状改变时,一线段方向改变的角度。图 1-11b 中线段 $\overline{AB}$ 的角位移为 α ; $\overline{AC}$ 的角位移为 β 。

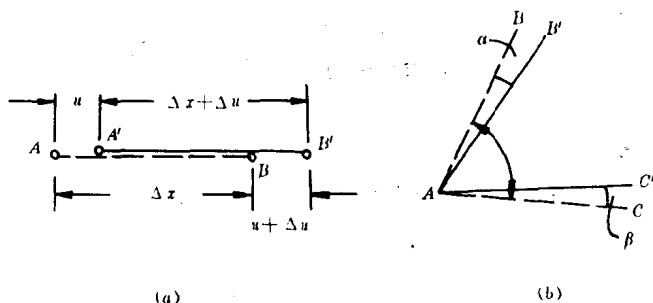


图 1-11

变形的定义

线变形 受力物体形状改变时,两点间长度的改变量。图 1-11a 中点 A、B 间(即线段 $\overline{AB}$)的线变形为 Δu 。

角变形 受力物体形状改变时,两线段间夹角的改变量。图 1-11b 中线段 $\overline{AB}$ 与 $\overline{AC}$ 间的角变形为 $\alpha + \beta$ 。

应变的定义

线应变 受力物体形状改变时,一点处沿某一方向微小线段的相对线变形,用记号 ϵ 表示。

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (1-9a)$$

剪应变 受力物体形状改变时,一点处两相互垂直微小线段的直角改变量,用记号 γ 表示。

$$\gamma = \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle C'AB' \right) \quad (1-9b)$$

二、轴向拉压杆的变形

杆件在轴向拉压时,在平行和垂直杆轴方向产生均匀的线变形,而没有角变形。在轴向拉伸时,沿轴向伸长、横向缩短;在轴向压缩时,沿轴向缩短、横向伸长,如图 1-12 所示。

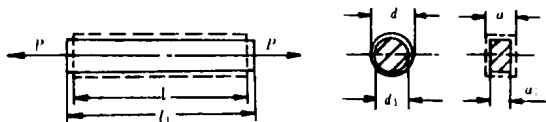


图 1-12

$$\text{轴向线变形} \quad \Delta l = l_1 - l \quad (1-10a)$$

$$\text{轴向线应变} \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1-10b)$$

$$\text{虎克定律} \quad \Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad \text{或} \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (1-11)$$

注意:

- (1) 虎克定律适用于应力不超过材料比例极限的弹性范围。
- (2) 在计算 Δl 的 l 长度内, N 、 E 、 A 均应为常数。
- (3) EA 称为杆件的抗拉刚度。表征杆件抵抗拉压弹性变形的能力。