量子场论

下册

〔法〕C. 依捷克森
J-B. 祖柏尔 著

科学出版社

量 子 场 论

下 册

〔法〕C. 依捷克森　J-B. 祖柏尔 著

杜东生　沈齐兴　徐德之　黄　涛 译

科 学 出 版 社

1 9 8 6

内 容 簡 介

本书是目前世界上量子场论方面流行的一本教学参考书．其特点是，既囊括了量子场论的主要内容，又包括了量子场论的最新发展，并且每章中都有大量的习题．每章后以“注记”的形式给出了一定数量的参考文献，以给出某种展望、提供材料的来源及进一步的阅读材料．本书分上、下两册出版，全书内容大致可分成两部分，前八章主要论述从标准的电动力学的量子化，直至微扰论重整化，后五章论述泛函方法、相对论束缚态、破缺对称性、非阿贝尔规范场及渐近行为．

本书可供大学物理专业高年级学生、研究生、大学教师及研究工作者参考．

Claude Itzykson and Jean-Bernard Zuber
QUANTUM FIELD THEORY
McGraw-Hill Inc. 1980

量 子 场 论

下 册

〔法〕C. 依捷克森 J-B. 祖柏尔 著
杜东生 沈齐兴 徐德之 黄 涛 译
责任编辑 王昌泰

科学出版社 出版
北京朝阳门内大街 137 号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
*
1986年10月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1986年10月第一次印刷 印张：14 3/8
印数：0001—3,700 字数：328,000
统一书号：13031・3308
本社书号：4863・13—3
定价：3.35 元

目　　录

上　　册

下　　册

第八章　重　整　化

对所有级图重整化是场论的核心．在讨论各种正规化方法以后，我们提出 Bogoliubov-Zimmermann 减除方案．给出了关于重整化积分收敛性（Weinberg 定理）证明的提示并研究了紫外行为和无质量理论．简略地讨论了复合算符的重整化．在这一章的最后一部分处理规范不变性和重整化的相互影响．

8-1　正规化和幂次计数法

8-1-1　引言

本章系统地研究重整化的步骤．基本原理已经在上一章量子电动力学中描述过了.我们看到,各种发散可以被吸收到重新定义的各种参量中去,如质量、耦合常数等．一个很方便的方法是我们先摆脱某些量子电动力学所特有的困难，即规范不变性问题，来研究标量理论的重整化．由于有对称性而产生的新问题将在这一章末仅对量子电动力学的情况进行讨论，对于其它内部对称性引起的问题将在第十一章和第十二章中讨论．

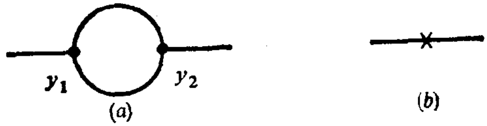

图 8-1　一个发散图形和相关的抵消项

量子场论的奠基者 Tomonaga, Feynman, Dyson, Schwinger 等，首先阐述和研究了重整化的本质和性质. 后来做出贡献的有 Salam，Weinberg，Bogoliubov，Parasiuk 和 Hepp. 近期 Zimmermann 和继他之后的一些科学家,进一步系统地给出了重整化的步骤，而 Epstein 和 Glaser 则提出了一个公理化方法.

这一问题的数学本质是清楚的. 在微扰计算过程中，由于缺乏对广义函数运算的细心处理，出现了发散困难. 例如图8-1a的截腿的自能图就是没有确切定义的表达式 $[G_F(y_1-y_2)]^2$. 当它出现时,这一表达式就没有确切的意义;在动量空间里,它的 Fourier 变换是对数发散的. 正象我们在第七章中见到的，这种发散积分必须被减除. 因为我们要求在位形空间里减除是定域的，这一运算相当于拉氏函数中的参量用一个无穷大量来重新定义. 因此，我们不使用原始拉氏函数中称之为"裸"参量的参量,而用有限的"重整化"的且可观察的参量来重新表达一切计算结果.

在上面的例子里,我们用

$$\Pi(y_1-y_2)=[G_F(y_1-y_2)]^2-S(y_1-y_2)$$

来代替 $G_F^2(y_1-y_2)$,其中 S 是集中在原点的一个广义函数，选取 S 使整个表达式Π有意义.这里选成正比于 δ 函数即可. 例如在 Fourier 表达式里

$$[G_F(y_1-y_2)]^2=\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}e^{ip\cdot(y_1-y_2)}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}$$

$$\cdot\frac{1}{(k^2-m^2+i\varepsilon)[(p-k)^2-m^2+i\varepsilon]},$$

将被一个确切定义的表达式

$$\Pi(y_1-y_2)=\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}e^{ip\cdot(y_1-y_2)}\int\frac{d^4k}{(2\pi)^4}$$

$$\times \left[\frac{1}{(k^2 - m^2 + i\varepsilon)[(p-k)^2 - m^2 + i\varepsilon]} - \frac{1}{(k^2 - m^2 + i\varepsilon)^2} \right]$$

所代替，于是形式上可以写作

$$\Pi(y_1 - y_2) = [G_F(y_1 - y_2)]^2 + A\delta(y_1 - y_2). \quad (8\text{-}1)$$

严格地说，常数 A 是一无穷大量，但是形式上在式(8-1)中的第二项可以看作图 8-1b 描述的零级抵消项的贡献． 对 Π 加上一定的归一化条件后，我们可以明确地确定常数 A．值得强调的是，由于减除是(从而抵消项是)定域的和实的，这一重整化步骤是可行的．

下面我们将见到，这一减除步骤可以用一个系统的办法来叙述． 如果在拉氏函数里为了消除 Green 函数的发散困难，仅需要有限类型的附加项，那么重整化理论将依赖于有限数目的参量．这样一个理论就称为可重整化或超可重整化的理论．要证明的是，重整化后的积分是有限的且满足定域性和幺正性限制，我们将对这些问题给出简洁的提示．

Dyson 和 Schwinger 提出了一个稍微不同的方法，该方法依赖于固有 Green 函数之间的一组积分方程(见 10-1 节)．遗憾的是，在中间步骤中它也包含有无穷相乘重整化常数．

最后，Epstein 和 Glaser 的最正统的步骤直接依赖于位形空间里定域场论的公理．这一方法没有数学上不确定的量，但隐含着相乘重整化结构．后一点在适当的解释下将导致重整化群的研究(见第十三章)．

8-1-2 正规化

为了对其它形式的、发散的表达式给以确切的意义，作为第一步，重要的是对微扰展开正规化．在作重整化减除以后，可以自由地去掉这一正规化．有好几种方法可达到这一目的．

最终的结果是有限的，且与方法的选择无关。

最简单的方法是作一 Wick 转动，并截断每一个圈的(欧氏）大四动量值．每一个这样的积分将限制在一个紧致的球内，$(k^2)^{\frac{1}{2}} < \Lambda$．这样，当然会使得每一个 Feynman 振幅是有限的，但是它破坏了我们心爱的 Poincaré（或者确切地是欧氏）不变性．因此，它仅仅在启发式地给出重整化思想时采用．另一方法是将时间、空间分立化，即假定位形空间变量 x_μ 仅取分立值，这些分立值，比如说相应于正规晶格的顶点．显然，小距离截断等价于大动量截断．这里也失去了转动不变性．

一个协变的正规化方法可以通过对 Feynman 传播子 $G_F(x-y,m)$ 代以形为

$$G_F^{reg}(x-y) = G_F(x-y,m) + \sum_k C_k G_F(x-y,\mathrm{M}_k) \qquad (8\text{-}2)$$

的表达式而得到，其中系数 C_k 是 m 和 M 的函数，适当地选择 C_k 可以去掉 G_F 中某些奇异性．一旦给定了一个收敛性的标准，我们就知道为了使一个给定的理论中的每一个 Feynman 图是有限的可以允许有怎样的奇异度，从而知道在式(8-2)求和中需要多少项．这里我们完全可以说任一给定的图通过这种减除步骤就可以成为有限的．就以引言中所考虑的自能贡献情况为例，如果作下述替代：

$$G_F(x-y,m) \to G_F(x-y,m) - G_F(x-y,M),$$

或在动量空间中作替代

$$\frac{1}{k^2-m^2} \to \frac{1}{k^2-m^2} - \frac{1}{k^2-\mathrm{M}^2},$$

在一般情况下，如果总的以 Λ 去标记所有辅助质量 M_k，则令截断参量 Λ 趋向无穷大时，就重新回到原来的传播子．

修改传播子的大动量行为也可以在它的参量表示式中进行。因此这就相当于修改小 α 积分区域为下述形式：

$$\int_0^\infty d\alpha e^{i\alpha(k^2-m^2+i\varepsilon)} \to \int_0^\infty d\alpha \rho_\Lambda(\alpha) e^{i\alpha(k^2-m^2+i\varepsilon)},$$

其中函数 $\rho_\Lambda(\alpha)$ 以及它的某些阶微商在 $\alpha=0$ 点为零。我们还要求当去掉截断时，即 $\Lambda\to\infty$ 时，对于所有 $\alpha>0$，有 $\rho_\Lambda(\alpha)\to 1$。例如，$\rho_\Lambda(\alpha)$ 可以取为 $\rho_\Lambda(\alpha)=\theta(\alpha-1/\Lambda^2)$ 或 $\rho_\Lambda(\alpha)=\alpha^{\lambda-1}$，这里当 $\Lambda\to\infty$ 时 $\lambda\to 1$；后一情况相当于动量空间中的传播子为 $(k^2-m^2+i\varepsilon)^{-\lambda}$。Speer 曾广泛地研究过这种类型的正规化。

在某些情况里，重要的是应用某些较巧妙的方法来保持某些不变性质，如规范不变性。在前一章提到的 Pauli-Villars 正规化就有这一性质。每一光子传播子被式 (8-2) 形式的求和式所代替。另一方面，费米子传播子仅是那些属于内部封闭费米子圈的被修改。较确切地说，对那些具有 $2n$ 个顶角的闭合圈，改成

$$\operatorname{tr}\left[\prod_{p=1}^{2n}\gamma_{\mu_p}S_F(z_p-z_{p-1},m)\right] - \sum_{s=1}^{S}C_s\operatorname{tr}\left[\prod_{p=1}^{2n}\gamma_{\mu_p}S_F(z_p-z_{p-1},M_s)\right], \tag{8-3}$$

其中 $z_0\equiv z_{2n}$ 在 8-4-2 节中将重新详细地考察这一正规化方案。

发散的 Feynman 积分在一个较小的时空维数里将是紫外收敛的。't Hooft 和 Veltman 的维数正规化方案中，是对任一整数时-空维数 d 计算 Feynman 积分，然后将积分结果解析延拓到 d 的任意实数值或复数值。在这一正规化方案里，紫

外发散以 d 的有理数或整数值上的极点形式出现．我们的最终兴趣是令 d 回到 4，这是物理时-空的维数，因此我们集中注意 $d=4$ 时的单极点和多极点． 这种延拓也可以在 Dirac 矩阵存在时定义，有一个例外就是 γ_5 矩阵，它对 $d=4$（或一般地对偶数时-空维数）是十分特殊的．这一方法的优点在于它自动地保持不涉及 γ_5 矩阵的内部对称性．技术上，我们所做的验证 Ward 等式的运算（见第七章或 8-4 节）如象积分变量移动，Lorentz 指标收缩等都是与正规化相一致的．

在作了到欧氏区域的 Wick 转动以后，用第六章得到的参量形式，解析延拓到 d 维时-空是很容易做到的．确实，我们可以在任意整数维 d 下计算方程(6-94)的振幅（此后省略欧氏动量的脱字号）：

$$(2\pi)^d\delta^d\left(\sum p\right)I_G(P)=\int\prod_{l=1}^{I}\frac{d^dk_l}{(2\pi)^d}$$

$$\cdot\frac{1}{k_l^2+m_l^2}\prod_v(2\pi)^d\delta^d\left(P_v-\sum_l \varepsilon_{vl}k_l\right). \qquad (8\text{-}4)$$

6-2-3的方法是很容易做下去的，其结果为

$$I_G(P)=\int_0^\infty\prod_{l=1}^{I}d\alpha_l\frac{\exp-\left[Q_G(P,\alpha)+\sum\alpha_l m_l^2\right]}{\left[(4\pi)^L\mathscr{P}_G(\alpha)\right]^{d/2}}, \qquad (8\text{-}5)$$

其中 Q_G 和 $\mathscr{P}_G$ 就是方程(6-86)和(6-87)定义的函数．如果 $I-dL/2$ $=L\left(1-\frac{d}{2}\right)+V-1>0$，对 α 的齐次性参量 λ 的积分在 $\lambda=0$ 时是收敛的：

$$I_G(P)=\int_0^\infty\frac{d\lambda}{\lambda}\lambda^{I-dL/2}\int_0^1\prod_{l=1}^{I}d\alpha_l$$

$$\cdot\frac{\exp-\lambda\left[Q_G(P,\alpha)+\sum\alpha_l m_l^2\right]}{\left[(4\pi)^L\mathscr{P}_G(\alpha)\right]^{d/2}}\delta\left(1-\sum\alpha\right)$$

$$=\Gamma\left(I-\frac{dL}{2}\right)\int_0^1\prod_{l=1}^{I}d\alpha_l\delta\left(1-\sum\alpha\right)$$

$$\cdot\frac{\left[Q_G(P,\alpha)+\sum\alpha_l m_l^2\right]^{dL/2-I}}{\left[(4\pi)^L\mathscr{P}_G(\alpha)\right]^{d/2}}. \qquad (8\text{-}6)$$