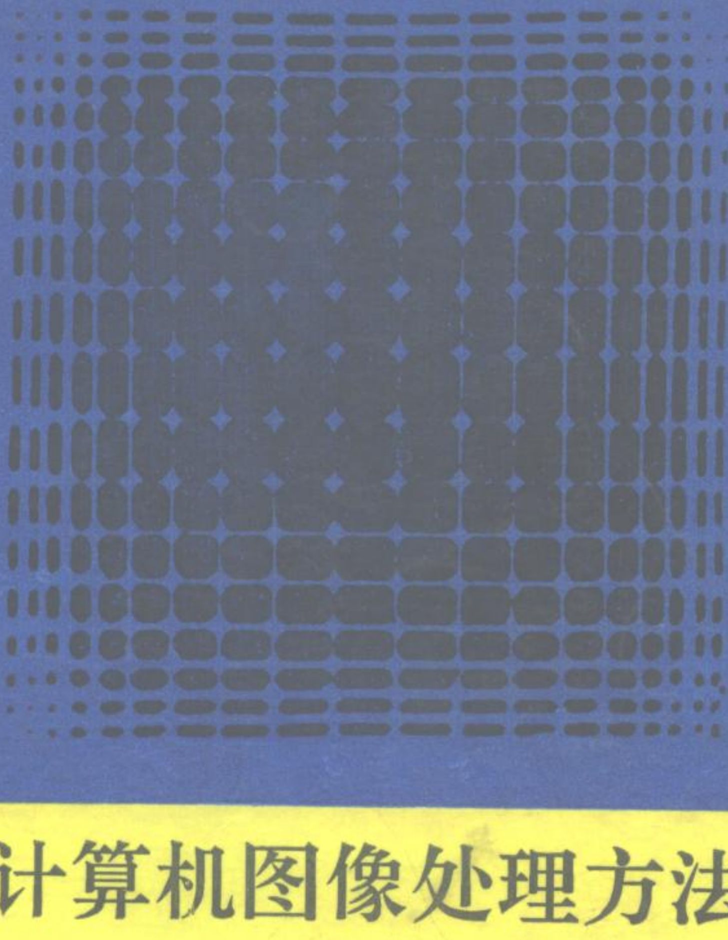

计算机图像处理方法

王兆华　著

宇航出版社

计算机图像处理方法

王兆华　　著

宇航出版社

(京)新登字 181 号

内 容 提 要

本书以二维 Walsh 变换和二维傅立叶变换的基本图形和其二维谱为基础，介绍了数字图像处理的分析方法和各种应用，并提出了二维重叠数字滤波法，以克服有限二维变换在边界处引起的不良效应。重叠数字滤波方法将有限离散变换和二维卷积联系在一起，利用这种方法可以根据图像处理的频域要求设计出各种计算模板，又可以对模板作谱分析，给各种计算模板以谱特性的物理意义。书中详细介绍了两种重叠数字滤波器的结构、设计方法和应用。还详细介绍了数字图像的二维抽取、内插和放大用的模板和各种常用模板的二维谱分析。

本书读者为从事数字滤波、数字信号处理和数字图像处理的教学和科研人员，也适于这些专业的大学生和研究生阅读。

计算机图像处理方法

王兆华　著

责任编辑：宋纯

*

宇航出版社出版发行

（北京和平里滨河路 1 号　邮政编码 100013）

各地新华书店经销

北京隆昌印刷厂印刷

*

开本：850×1168　1/32　印张：5.75　字数：154 千字

1993 年 6 月第 1 版第 1 次印刷　印数：1～2000 册

ISBN 7-80034-478-9/TP・028　定价：7.60 元

序 言

近日，我欣喜地得知王兆华教授的专著《计算机图像处理方法》即将出版。这本书汇集了王教授几十年教学与科研工作的经验与成果，为这一领域的研究增添了一本有用的参考书。

该书介绍的二维离散变换是一种十分有用的分析工具。在各种二维离散变换中，最常用的就是傅立叶变换和沃尔什变换。作者巧妙地将这两种变换和模板设计联系起来，从而既可以设计出能进行各种处理的模板，又可以对已用模板进行二维谱分析，使各种模板有明确谱特性的物理意义。这是作者在理论上有创造性的表现之一。

在实践探索中，王教授提出了重叠滤波的概念，并发展为一种方法。这种方法能够有效地克服有限变换的边缘效应，为实时图像处理提供了一种有效的手段。这是一种很有实用前景的技术途径。书中介绍了利用重叠滤波法设计内插模板的具体步骤，提供了二维和三维数据在各种抽取方式下的实用内插和放大模板，供读者参考和选用。

本书在理论上有新颖性，在实践上有独到之处。我相信本书出版后，越来越多的读者将会发现它的价值。

张其善

1991 年 8 月

目　　录

引　论

近年来，数字图像处理技术得到广泛应用，各种处理方法不断涌现出来。二维离散变换是其中的一种重要方法。十多年来，先后提出过许多种变换：傅立叶变换、沃尔什(Walsh)变换、哈尔(Haar)变换、斜变换、数论变换、霍特林(Hotelling)变换、余弦变换等。人们最初是想利用变换域系数集中的特性来压缩图像数据，但是，尽管有各种快速算法，正反变换在硬件上实现的复杂性使变换方法难以实用。

但离散变换仍不失去其生命力，它是一种十分有效的分析工具，它反映出时域图像信号的谱特性。在众多变换中，最主要的是傅立叶变换和 Walsh 变换。

由于二维 Walsh 变换简单、直观，一开始就吸引了许多学者的注意。但是 Walsh 变换后系数的集中性质并不好，因而与余弦变换等相比，近年来的研究进展不大。不过二维 Walsh 函数正交基一目了然，用它来表示图像物理性质清楚。它的值只有±1，不象傅立叶变换中含有无理数 π，故用 Walsh 变换设计的各种图像处理模板系数都是有理数、规则性强、易于归纳，所以 Walsh 变换作为一种分析及设计工具，仍具有独特的优点。

由于二维傅立叶变换的频谱物理意义十分明确，在二维滤波中始终占有主角的地位。但是它是三角函数，必含有无理数 π，所以，傅立叶变换设计的模板系数也是无理数、不规则、难以归纳。但是如果把二维 Walsh 变换和傅立叶变换结合起来，用 Walsh 变换来了解系数的规律和性质，由傅立叶变换来设计具体使用的实用

模板，则是非常有效的。

本书将 Walsh 变换和傅立叶变换作为图像处理中的一种分析方法，对图像处理的许多问题在频域上提出要求，进行分析或滤波，但真正实施起来，并不通过正交变换，而是在时域中进行。用这种方法可以设计出能进行各种处理的模板，也可以对已用模板作二维谱分析，使各种模板有明确的谱特性物理意义。

在图像处理中，常将图像分解成许多子图像进行处理。这种有限的正交变换处理方法在边缘处会引起图像质量的损伤，在 Walsh 变换中，斜线上会出现方块效应，在傅立叶变换中，在交界面上会出现 Gibbs 效应。为了克服边缘效应，已提出过许多方法，余弦变换是其中的一个。本书提出用重叠滤波的方法可以有效地克服边缘效应。在重叠滤波中，子图像是逐点逐行重叠的。如果子图像的尺寸是 $N\times N$，则对任一样点，与该样点有关的互相重叠的子图像有 N^2 个，这 N^2 个子图像的输出之和即为重叠滤波的输出。重叠滤波器最终表示为一个 $(2N-1)\times(2N-1)$ 的模板，对这个模板和原始图像做一般卷积即得处理后的结果，它不存在边缘效应，图像其它性质也有明显的改善。

本书将详细介绍重叠滤波的定义、物理意义、设计方法和应用。它既减少了运算量，又提高了图像质量，重叠滤波将有限正交变换和模板联系起来，为实时图像处理提供了一种有用的工具。全书采用直观的图形分析方法，避免复杂的数学公式，利于了解其物理意义，并掌握其设计方法，能应用它来解决各种图像处理的实际问题。

第一部分　沃尔什方法

沃尔什(Walsh)函数是一个完备的正交系，它只取+1及－1两个值，以简单、直观、奇特的性质和便于在数字计算机中处理的特点吸引着不少学者对它进行深入和广泛的研究，是一个可以和傅立叶函数系相媲美的完备正交函数系。随着数字信号处理理论及技术的发展，对不同问题不断用 Walsh 及傅立叶方法作对比研究，加深了对这二种函数的认识。在二维重叠数字滤波器的 Walsh 方法和傅立叶方法的对比研究中，Walsh 方法更显示出它的奇妙性质及特点。Walsh 函数的一种重要性质是并元移位，而重叠序率滤波器中样点逐个移位通过整个计算矩阵时，这种移位正是 Walsh 函数中的并元移位；重叠滤波器的输出相当于并元移位的重叠和。这种并元移位重叠和傅立叶函数中用的循环移位叠加性质完全不同。本部分将详细讨论并元移位的叠加性质，并引入了一个 Walsh 函数特有的并元移位重叠矩阵，使二维重叠序率滤波器的设计简单化和理论化，也加深了对二维 Walsh 函数的认识。

第一章　Walsh 函数及并元移位

1.1　Walsh 函数

Walsh 函数可以由 Rademacher 函数构成。

Rademacher 函数集是一个不完备的正交函数集，由它可以形成完备的 Walsh 正交函数集。

Rademacher 函数 $R(k,t)$ 是定义在区间 $0\leqslant t<1$ 上的函数

$$
\begin{aligned}
&R(0,t)=1\\
&R(k+1,t)=(-1)^{t_k}
\end{aligned}
\qquad (1.1)
$$

其中 t_k 是 t 的二进制表示式中小数点后第 k 位的数值，即

$$t=(0,t_0,t_1,\cdots t_k,\cdots)_2 \quad t_k(0,1) \qquad (1.2)$$

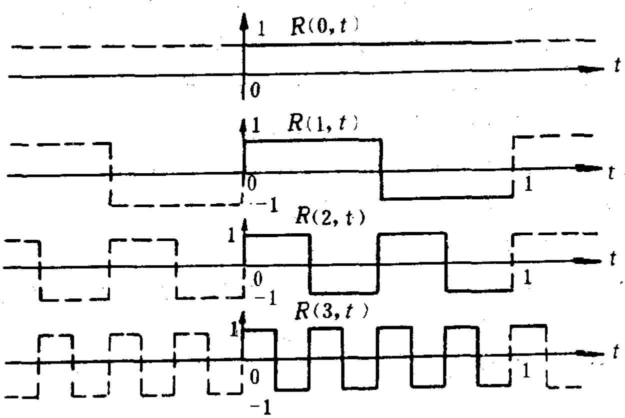

图 1-1　Rademacher 函数

图 1-1 画出了前 4 个 Rademacher 函数。这组函数还可由用矩阵形式表示

$$
\begin{bmatrix} R(0,t) \\ R(1,t) \\ R(2,t) \\ R(3,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{1.3}
$$

用 Rademacher 函数可以构成 Walsh 函数。它可以用不同方式来定义，以排列次序来分有三种：按序率即变号次数顺序排列，按自然顺序即 Paley 顺序排列和按 Hadamard 顺序排列。但最常用的还是按序率顺序排列的 Walsh 函数，它类同按频率顺序排列的傅立叶函数，在作谱分析时有明确的物理意义。所以这儿只介绍按序率顺序排列的 Walsh 函数 $\mathrm{Wal}(i,t)$和构造简单、有递推性质的 Hadamard 顺序排列的 $\mathrm{Wal_H}(i,t)$。

$\mathrm{Wal}(i,t)$由 Rademacher 函数构成。在区间 $0 \leqslant x < 1, n=0,1,2,\cdots,2^p-1$，定义

$$
\mathrm{Wal}(n,t) = \prod_{k=0}^{p-1} [R(k+1,t)]^{g(n)_k} \tag{1.4}
$$

这里 $g(n)_k$ 是将 n 写成 Gray 码时第 k 位的数值。

$n = \{g_{p-1}g_{p-2}\cdots g_2g_1g_0\}$

例如　求 $\mathrm{Wal}(5,t)(p=3)$

将　$n=5$ 写成 Gray 码为(111)

则　$g_2=1, g_1=1, g_0=1$　　因此

$\mathrm{Wal}(5,t) = R(1,t)R(2,t)R(3,t)$

图 1-2 显示了前 8 个 Walsh 函数。

在处理离散信号时，常用到离散 Walsh 函数。离散 Walsh 函数可以表示成矩阵形式。

先用指数形式来表示 Walsh 函数。以 $R(k+1,t)=(-1)^{t_k}$代入式(1,4)，可得指数形式的 $\mathrm{Wal}(n,t)$。但要注意 Rademacher 函数中 t 是小于 1 的，$t=(0,t_0t_1\cdots t_k\cdots t_{p-1})$，而在矩阵表示中 t 是大于 1 的，$t=(t_{p-1}\cdots t_k\cdots t_1t_0)$，两者中的 t_k 的次序正好相反。因此指数形式的 $\mathrm{Wal}(n,t)$中的 t_k 应用 t_{p-1-k}代之，即

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Wal}(n,t) &= \prod_{k=0}^{p-1}(-1)^{t_{p-1-k}\,g(n)_k} \\
&= \prod_{k=0}^{p-1}(-1)^{t_{p-1-k}(n_{k+1}\oplus n_k)}
\end{aligned}
\tag{1.5}
$$

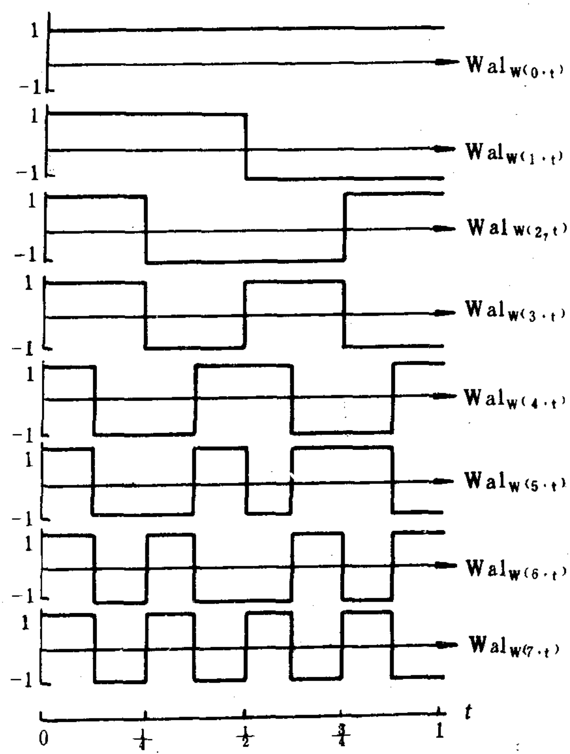

图 1-2　按 Walsh 排列的前 8 个 $\mathrm{Wal}(n,t)$函数

把前 N 个长为 N 的离散 Walsh 函数排列成 $N\times N$ 矩阵，以〔Wal_{2^p}〕表示。如 $2^p=8$ 时，

$$
[\mathrm{Wal}_8]=\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\
1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1\\
1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1\\
1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1\\
1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1\\
1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1\\
1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1\\
1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1
\end{bmatrix} \tag{1.6}
$$

按 Hadamard 排列的 Walsh 函数 $\mathrm{Wal}_H(n,t)$在结构上十分方便。n 从 0 递增到 2^p-1 的 $\mathrm{Wal}_H(n,t)$定义如下

$$
\mathrm{Wal}_H(n,t)=\prod_{k=0}^{p-1}[R(k+1,t)]^{(n_k)} \tag{1.7}
$$

式中(n_k)为 n 的二进制表示中反写后的第 k 位数值。

$\mathrm{Wal}_H(n,t)$的指数形式是

$$
\mathrm{Wal}_H(n,t)=(-1)^{\sum\limits_{k=0}^{p-1} t_k n_{p-1-k}} \tag{1.8}
$$

$\mathrm{Wal}_H(n,t)$的矩阵形式是

$$
[\mathrm{Wal}_8]_H=\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\
1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1\\
1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1\\
1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1\\
1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1\\
1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1\\
1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1\\
1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1
\end{bmatrix} \tag{1.9}
$$

式(1.9)又称 Hadamard 矩阵 $H(3)$，Hadamard 矩阵有递推关系，在运算时十分方便。

$$
H(1)=\begin{bmatrix} 1 & 1\\ 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{1.10}
$$

$$H(2)=\begin{pmatrix}H(1) & H(1)\\ H(1) & -H(1)\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix} \tag{1.11}$$

$$\vdots$$

$$H(k)=\begin{pmatrix}H(k-1) & H(k-1)\\ H(k-1) & -H(k-1)\end{pmatrix} \tag{1.12}$$

1.2 Walsh 函数的性质

Walsh 函数具有以下诸性质：

①单边带性质　把列率(序号的一半)看成类似频率的参量，那么列率的变化类似于频率的搬移。如果说不同频率的正(余)弦波相乘后出现频率和差项，形成双边带信号；那么，当两个不同列率的 Walsh 函数相乘后，会产生列率搬移，形成单边带信号。即

$$\mathrm{Wal}(n,t)\quad \mathrm{Wal}(m,t)=\mathrm{Wal}(n\oplus m,t) \tag{1.13}$$

$\oplus$表示模 2 相加。

即 $1\oplus1=0, 1\oplus0=1, 0\oplus1=1, 0\oplus0=0$

下面来证明这个性质。由 Walsh 函数定义式(1.4)

$$\begin{aligned}\mathrm{Wal}(n,t)\mathrm{Wal}(m,t)&=\prod_{k=0}^{p-1}[R(k+1,t)]^{g(n)_k}\\ &\quad\times\prod_{k=0}^{p-1}[R(k+1,t)^{g(m)_k}\\ &=\prod_{k=0}^{p-1}[R(k+1,t)]^{g(n)_k+g(m)_k}\end{aligned}$$

但$[R(k+1,t)^{1+1}=[R(k+1,t)]^{1\oplus1}=1[R(t+1,t)]^{1+0}=[R(k+1,t)]^{1\oplus0}=[R(k+1,t)]$所以幂次相加等于模 2 相加，故

$$\mathrm{Wal}(n,t)\mathrm{Wal}(m,t)=\prod_{k=0}^{p-1}[R(k+1,t)]^{g(n)_k+g(m)_k}$$

$$=\prod_{k=0}^{p-1}[R(k+1,t)]^{g(n)_k \oplus g(m)_k}$$
$$=\mathrm{Wal}(n\oplus m,t)$$

例如 $n=5,m=3$,则 $n=(101)_2,m=(011)_2,n\oplus m=(1\oplus 0,0\oplus 1,1\oplus 1)=(110)_2$

所以 $\mathrm{Wal}(5,t)\mathrm{Wal}(3,t)=\mathrm{Wal}(6,t)$

从图 1-2 也可看出

$\mathrm{Wal}(5,t)=(1,-1,-1,1,-1,1,1,-1)$

$\mathrm{Wal}(3,t)=(1,1,-1,-1,1,1,-1,-1)$

$\mathrm{Wal}(6,t)=(1,-1,1,-1,-1,1,-1,1)$

符合 Walsh 函数的乘法律式(1.13)。

②模 2 移位性质　将某 Walsh 的坐标 t 按模 2 方式移 m 位(即 $t\oplus m$)得到的新序列相当于两个序列的乘积。即

$$\mathrm{Wal}(n,t\oplus m)=\mathrm{Wal}(n,t)\mathrm{Wal}(n,m) \tag{1.14}$$

③正交完备性质　Walsh 函数具有正交性质。

$$\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1}\mathrm{Wal}(n,t)\mathrm{Wal}(m,t)=\begin{cases}1, m=n\\ 0, m\neq n\end{cases} \tag{1.15}$$

函数序列 $\mathrm{Wal}(n,t),n=0,1,2,\cdots,\infty$,组成一组封闭的正交函数序列,再也找不到任何其它一组不等于 $\mathrm{Wal}(n,t)$的函数序列与其正交。因此在区间 $0\leqslant t<1$ 内,任何绝对可积函数 $f(t)$均可展开成 Walsh 级数的和,即

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}C(n)\mathrm{Wal}(n,t) \tag{1.16}$$

$$C(n)=\int_0^t f(t)\mathrm{Wal}(n,t)\mathrm{d}t \tag{1.17}$$

称式(1.16)为 $f(t)$的 Walsh 级数;$C(n)$为 $f(t)$的第 n 次 Walsh 级数的系数。

④对称性　由式(1.6)可见

$$\mathrm{Wal}(n,t)=\mathrm{Wal}(t,n) \tag{1.18}$$

⑤Walsh 函数形成群　Walsh 函数形成一个乘法群。在 $N=2^p$ 的 Walsh 函数中,任意二个 Walsh 函数相乘后所得的 Walsh 函数

也必在其中。而且每 2^k 阶($k=0,1,2,\cdots,p-1$)Walsh 函数还形成一个子群。

1.3 离散一维 Walsh 变换

现在假定在式(1.16)级数中,只取前 $N=2^p$ 项就够了,则有

$$f(t)=\sum_{n=0}^{N-1}C(n)\mathrm{Wal}(n,t) \tag{1.19}$$

对式(1.19)中的 $f(t)$ 及 $\mathrm{Wal}(n,t)$ 在区间 $0\leqslant t\leqslant 1$ 中取样 N 次并以

$f(0),f(1),\cdots f(m),\cdots f(N-1)$

和 $\mathrm{Wal}(n,0),\mathrm{Wal}(n,1),\cdots,\mathrm{Wal}(n,m),\cdots,\mathrm{Wal}(n,N-1)$ 分别表示 $f(t)$ 和 $\mathrm{Wal}(n,t)$ 的各样点值,这样就把式(1.19)离散化了,得到

$$f(m)=\sum_{n=0}^{N-1}C(n)\mathrm{Wal}(n,m) \quad m=0,1,\cdots,N-1 \tag{1.20}$$

对式(1.17),用求和代替积分,并将其离散化,于是得

$$\begin{aligned} C(n)&=\sum_{m=0}^{N-1}f(m)\mathrm{Wal}(n,m)\Delta m \\ &=\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}f(m)\mathrm{Wal}(n,m) \end{aligned} \tag{1.21}$$

式(1.21)即为离散 Walsh 正变换。它将周期性离散信号

$f(0),f(1),\cdots,f(N-1)$(或称时间序列),变换为另一种序列

$C(0),C(1),\cdots,C(N-1)$

$C(n)$实际上就是信号 $f(m)$ 的 Walsh 级数展开中的系数。式(1.20)是离散 Walsh 逆变换,它将 $C(n)$序列还原为原来的离散信号 $f(m)$。

从式(1.21)得 Walsh 正变换的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} C(0) \\ C(1) \\ \vdots \\ C(N-1) \end{bmatrix} = \frac{1}{N}\left[\mathrm{Wal}_N\right]\begin{bmatrix} f(0) \\ f(1) \\ \vdots \\ f(N-1) \end{bmatrix} \tag{1.22}$$

其中$[\mathrm{Wal}_N]$为 N 阶 Walsh 矩阵,简写为$[W_N]$。式(1.22)可简写为

$$[C_N] = \frac{1}{N}[W_N][f_N] \tag{1.23}$$

Walsh 矩阵$[W_N]$的逆矩阵$[W_N]^{-1} = \frac{1}{N}[W_N]$,这样,逆变换式(1.20)的矩阵形式是

$$[f_N] = [W_N][C_N] \tag{1.24}$$

利用式(1.5),Walsh 正逆变换还可写成指数形式

$$C(N) = \frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1} f(t)(-1)^{\sum_{k=0}^{p-1} t_{p-k-k}(N_{k+1} \oplus n_k)} \tag{1.25}$$

$$f(t) = \sum_{n=0}^{N-1} C(n)(-1)^{\sum_{k=0}^{p-1} n_{p-1-k}(t_{n+1} \oplus t_n)} \tag{1.26}$$

上面三种 Walsh 变换的公式,使用最方便的还是矩阵形式。

离散 Walsh 变换有许多重要的性质,下面作一简要介绍。

用$[f(m)]$表示时间序列,用$[C(n)]$表示变换后的序列。这两个序列组成变换对,以下列符号表示之

$$[f(m)] \rightarrow [C(n)]$$

性质 1　直线性。即$[f_1(m)] \rightarrow [C_1(n)]$

$$[f_2(m)] \rightarrow [C_2(n)]$$

则$[f_1(m)] + [f_2(m)] \rightarrow [C_1(n)] + [C_2(n)]$

$$\tag{1.27}$$

性质 2　并元移位性(并元移位定理)。将序列$[f(m)]$作 l 位并元移位得到的序列,叫并元移位序列,以$[Z(m)_l]$表示,这里 $l, m = 0, 1, \cdots, N\text{-}1$

其中 $z(m)_l = f(m \oplus l)$