

# 金属与合金中的扩散

B. 3. 布加科夫

科学出版社

75.21  
153

# 金屬與合金中的擴散

B. 3. 布加科夫 著

何 壽 安 譯

*Букатов*

科 學 出 版 社

1958

## 金屬與合金中的擴散

B. 3. 布加科夫著

何壽安譯

\*

科學出版社出版 (北京朝陽門大街 117 號)

北京市書刊出版業營業許可證出字第 061 號

科學出版社上海印刷廠印刷 新華書店總經售

\*

1958年12月第一版 書號: 1537 字數: 127,000

1958年12月第一次印刷 開本: 850×1168 1/32

(滬)10001-5,004 印張: 5

統一書號: 13031·929

定價: (10)0.85 元

## 引 論

在有關金屬的學說中，擴散問題是最重要的問題之一。金屬與合金的熔化及凝固、熱加工與熱處理、範性形變和再結晶，以及其他許多過程都與擴散有着某種程度的聯系。

擴散現象在金屬或合金的各種表面化學處理的操作中起了直接的與基本的作用，而這些操作在技術上的作用正在與日俱增。

早在金屬學的初期，在這門知識的奠基者——切爾諾夫(Чернов)，奧斯蒙特(Осмонд)，列夏傑爾(Ле-Шателье)，洛勃脫-奧斯汀(Robert-Austin)等人——的著作中就已經很注意擴散問題。久而久之，對於這一個問題也愈來愈加注意了；當研究金屬學各個領域時，都不能不考慮擴散問題。

祇有在不久以前(從本世紀的20年代起)，擴散的研究才開始走上嚴格的科學道路，這個道路是以原子在液體中與固體中的熱運動的物理觀念為基礎的。從那時候起，擴散實驗方面的研究工作逐漸地不再是經驗性質的了。將原子流動性和晶體點陣中的原子狀態聯系起來的那些已十分確定的常數的測定，使得有可能在擴散現象的許多實驗結果之間進行比較，並給擴散現象的近代理論作出估價。而理論也就確定了在實驗工作中應解決的問題的範圍。金屬中的原子流動性與金屬結構和特性的某些關係，現在已經能想法確定；這也使得有可能由個別的問題過渡到較為一般的問題上。

以實驗研究為基礎的解釋也在本書中提到，這些實驗是和某些具有原則性意義的一般的金屬擴散問題有關係的。

按照該問題的現狀，本書分成兩篇。其中第一篇是討論“原子”擴散問題。所謂原子擴散是這樣一種過程，它與擴散物質的原子在單相內的流動性有關係，擴散的結果只形成具有金屬溶劑點陣的固溶體。本書的這一部分討論了三個問題：擴散係數隨溫度

的變化，結構對擴散速度的影響以及擴散係數與擴散金屬濃度的關係。

這些問題對於我們說來都是極重要的問題，而且在頗大的程度上是決定金屬中擴散過程進行的問題。

擴散係數隨溫度的變化，是研究擴散過程的一個基本環節，在這方面我們把原子的動性和原子在晶體點陣中的狀態聯繫起來，因此，在實用和理論方面有一件工作是很有意義的，這就是在隨溫度改變的過程中看看那些是最重要的決定性因素。通過詳細分析金屬擴散的現有數據並加以系統化的途徑，我們就可以研究擴散係數與溫度的關係。

關於金屬結構在擴散過程中所起的作用也是一個很重要的問題。結構肯定是有影響的，但是它的影響程度與特點並不是在所有情況下都已充分闡明。在本書中，這一問題主要是根據本人的實驗研究來敘述的。

末了，本書第一篇的最後一部分（即擴散係數與濃度的關係）討論經典擴散定律對金屬的適用限度的問題。

本書的第二篇講到金屬“反應”擴散的研究，這是這樣的一種擴散：擴散的結果會形成一些結構與擴散金屬不同的新相。

無疑，關於反應擴散所產生新相的性質，新相生成的次序以及新相的長大規律等問題，對於說明反應擴散的機構來說都是最重要的。這些問題都是研究的對象。

對於難熔固體金屬與易熔融液體金屬間的相互作用的研究則注意得較少。這裏所指的相互作用是在金屬表面上得到保護層的許多技術過程的基礎，所以在實用方面有很大的意義。因此本書最後一章（用在鐵上鍍鋅為例）討論了固體金屬與液體金屬反應的動力學。

我們在研究反應擴散時所提出的基本任務如下：闡明那些是決定擴散層結構的主要因素、確定該層生長的規律、以及尋找一條普遍的研究道路以研究和固態-液態金屬反應有關的那些技術過程的動力學。

## 序 言

“金屬與合金中的擴散”這一本小冊子是 B. 3. 布加科夫與他的同事研究金屬擴散最主要的與最基本的問題的總結。在總結時，引用了有關每一問題的現有國內外文獻。

布加科夫的博士論文是這本小冊子的基礎。

本書分作兩篇：第一篇金屬的原子擴散；第二篇金屬的反應擴散。

第二篇中的第一章與第二章是 B. 3. 布加科夫與 Д. Я. 格魯斯金合寫的。

本書具有很重要的理論意義與實踐意義，它不但對於物理學家與金屬學家有裨益，對於這些專業的高年級大學生也是有裨益的。

本書的作者是一位天才的年青蘇聯科學家，他在他的工作上表現得很有成就。

希特勒的侵略與敵人對列寧格勒的封鎖，剝奪了這位出色的科學家與優秀的人 B. 3. 布加科夫的生命。

Д. 格魯斯金

# 目 錄

序言	
引論	i

## 第 一 篇

### 金屬的原子擴散

第一章 原子在金屬晶體點陣中的流動性	1
§ 1. 原子擴散	1
§ 2. 金屬的自擴散	1
§ 3. 擴散統計理論發展中的幾個基本要點	5
第二章 自擴散係數與互擴散係數和溫度的關係的分析	15
§ 1. 金屬的自擴散	15
§ 2. 他種原子在晶體點陣中的擴散(互擴散)	24
第三章 擴散與金屬的結構	44
§ 1. 擴散速度與晶體方向的關係(擴散的各向異性)	45
§ 2. 擴散與金屬晶體的結構缺陷	54
§ 3. 晶粒大小對擴散係數的影響	56
第四章 擴散係數與濃度的關係	63
結論	74

## 第 二 篇

### 金屬的反應擴散

第一章 反應擴散時所形成的相的性質	79
§ 1. 可溶度範圍外的擴散可能性的決定	79
§ 2. 反應擴散時所形成相的性質的研究	86
§ 3. 結論	98

第二章	反應擴散時擴散層的長大規律.....	102
第三章	鐵與液態鋅的反應(鐵的鍍鋅理論)	
	鐵與液態鋅反應的理論意義與實踐意義.....	112
	A. 文獻概述.....	114
	§ 1. 鐵-鋅合金系的狀態圖及該系中各相的結構.....	114
	§ 2. 有關鍍鋅層組織及鐵與液態鋅反應的文獻資料.....	118
	B. 鐵與液態鋅反應的實驗研究.....	121
	§ 3. 基體材料(底板)的結構與擴散層組織的聯系.....	121
	§ 4. 鐵與液態鋅起反應時,擴散層的形成與長大的動力學.....	124
	§ 5. 鋅槽中的 A1 對鍍鋅層的強度與組織的影響.....	141
結論	.....	145
文獻目錄	.....	149
附錄	.....	152



# 第一篇

## 金屬的原子擴散

### 第一章

#### 原子在金屬晶體點陣中的流動性

##### § 1. 原子擴散

一種金屬原子在另一種金屬晶體點陣中移動的擴散稱爲原子擴散。這種形式的擴散要比其它的擴散易於加以物理解釋，因此研究得比較充分。在原子擴散中，只形成一個具有溶劑晶體點陣的固溶體；而和基體結構不同的新相的形成則不包括在這種擴散中。由此可見，在這種情況下，擴散物質在金屬溶劑中的最大濃度不能超過所形成的固溶體在擴散溫度下的極限濃度。

原子擴散在定量方面的意義，就是確定擴散係數——它是描述擴散過程速度的基本量。研究擴散過程的基本目的是爲了要找出擴散係數的定量計算法，找出那些量是決定擴散係數與溫度關係的量。而同時以晶體點陣原子的確定運動機構爲出發點。

在純金屬的晶體點陣中，原子的運動是一個特別簡單的情況。

這種被稱爲“自擴散”的情況是關於金屬擴散問題的一切近代理論研究的出發點。

##### § 2. 金屬的自擴散

以爲固態晶體原子的運動只限於在其平衡位置附近作振動的這種假說是不能夠說明一系列衆所週知的現象的，其中包括金屬的擴散和鹽類電解導電。因此，現在，原子的運動分成兩種形式：

1) 在平衡位置附近的振動；2) 原子由一個平衡位置到另一個平衡位置的移動，也就是說，平衡位置應該看作為亞穩定的位置。當然，這樣一種觀念不僅包括鑽進某種金屬點陣的別種原子，也包括金屬本身的原子，不管點陣中有否別種原子存在。這種情況就可以說是自擴散。

早在這種觀念產生以前(1877年)，切爾諾夫<sup>[1]</sup>就已經肯定：接觸得很好的兩塊相同的金屬(如鐵)，在加熱到  $650^{\circ}\text{C}$  時便能够在固體狀態下沾成一塊。嗣後在 1899 年，自擴散現象存在的事實又被奧斯汀提出。由於那時候不可能把同一金屬的原子標上記號，從而追蹤它們在晶體點陣中的運動，故在實驗上難以定量地證明這現象的存在。這種困難在 1920 年由海維賽(Hevesy)和他的同事所克服。

為了決定自擴散係數，海維賽等利用鉛的放射性同位素，鉛同位素的輻射作用使得它的原子和穩定的鉛原子區別開來。放射性方面的實質是這樣：在無放射性的鉛板(或者鉛鹽，例如  $\text{PbI}_2$ ， $\text{PbCl}_2$  等等)表面上凝聚一層鉛的放射性同位素(例如  $\text{ThB}$ )，並通過測定在塗有熒光物的幕上的閃光次數或空氣的游離程度來測量射線的強度。

當放射性的鉛原子從表面向鉛板內部擴散時，無論閃光次數也好或者是空氣的游離程度也好都要減低；這減低情況就決定了放射性鉛由於擴散而鑽進平常(無放射性的)鉛中的速度。 $\beta$  粒子在鉛中的自由路程長度(1/30 毫米左右)或  $\text{RaB}$  的自由路程長度( $3 \cdot 10^{-5}$  毫米左右)是計算自擴散係數的基本數據。

用放射性方法來決定擴散係數，其準確度達  $10^{-13}$  厘米<sup>2</sup>/秒。作者曾經用所敘述的方法在不同溫度下測量了鉛的自擴散係數。

按照我們所得到的數據，鉛的自擴散係數比其他金屬在鉛中的擴散係數小得多。

鉛自擴散係數隨溫度的變遷，肯定也是遵照指數律的，以後經過屢次驗證，它可以用公式

$$D = 5.76 \cdot 10^5 e^{-\frac{14025}{T}} \text{ 厘米}^2/\text{天}$$

來表示，這裏  $D$  是在溫度  $T$  (絕對溫標) 下鉛的自擴散係數，而  $e$  是自然對數的底。

作為普遍的形式，這方程可以表作：

$$D = Ae^{-Q/RT} \quad (1)$$

我們在下面會看到，方程式 (1) 不但對自擴散的情況是正確的，而且直到現在對於所有一種金屬在另一種金屬中擴散的情況也是正確的。它和表示單分子反應速度的方程相似；這裏所引入的常數就是對照這一反應來解釋的。係數  $A$  平常稱為“與溫度無關的因素”<sup>1)</sup>，它形式上是等於溫度為無窮大時的擴散係數。係數  $Q$  是過程底最重要的特徵值，稱為“鬆散熱”<sup>\*</sup>，它和化學反應學說中的激活熱相像。晶體點陣鬆散這一觀念是與  $Q$  的量聯系起來的，而所謂鬆散者就是原子間的約束減弱因而原子脫離平衡位置的可能性增大的意思。

從方程(1)看出，鬆散熱在實驗上是根據在  $\ln D$  與  $1/T$  坐標中所構成的曲綫的傾斜角的正切來決定的。

海維賽和他的同事在鉛自擴散方面的工作引起了一系列有關晶體點陣中原子動性的理論研究。

不過，擴散理論的發展，由於實驗資料的不足，尤其是自擴散那部份材料的不足而受到嚴重的阻礙。

理論研究中最重要的是比較各種金屬的自擴散係數及其溫度過程的參量(特別是  $Q$ )。但是直到人工放射性發現以前，鉛就是一種具有放射性同位素的、可以作為研究自擴散時指示物的唯一金屬。

只有在發現人工放射性，即以重粒子(質子、中子、氘)轟擊金屬以得到更多金屬的放射性同位素成為可能以後，情況才發生改變。這些放射性同位素在發現以後不久就作為指示物在化學、物理、化學物理、生物及其他課目的各不同領域中得到了廣泛的使

1) 在下面會看到，這顯然並不是完全正確的。

\* 即激活熱——譯者。

用。當然也曾經考慮到用它們來決定金屬自擴散係數。

在這方面的先驅工作之一是烏拉爾物理技術研究所的擴散實驗室中塞格路勃斯基 (А. Загубский)<sup>[4]</sup> 所作的，他測定了金在不同溫度下的自擴散係數。

金之所以被選作研究的對象，主要是由於方法上的考慮：因為擴散實驗甚至於在高溫下也需要較長的時間，故必須選擇一種既有顯著的放射性又有較長的半衰期的元素。金的放射性同位素完全滿足這些條件，它的半衰期是 65 小時。

爲了得到放射性的金子，A. 塞格路勃斯基把金片放在盛有鉍粉與放射物的石蠟槽中使金片經 10—12 小時的照射。然後用電解法在放射性金片上鍍一層厚約 0.01 毫米的普通金，隨後把金片擱在爐中，並在恆定的溫度下經過一定的時間。由於擴散的結果，在電鍍層中出現了放射性原子，每層中的放射性原子數是用電解法取下這一層，再根據  $\beta$  射線的強度來測定。

放射性的強度是用蓋格計數器來測量的。知道了在離分界面各不同距離處的放射性原子濃度以後，就可以計算出放射性的金在平常金中的擴散係數。

在不同的溫度下進行了類似的測量後，A. 塞格路勃斯基找到了金的自擴散係數與溫度的關係，這關係也像鉛的自擴散係數一樣，具有指數關係，並且可以用公式

$$D = 1.36 \cdot 10^4 e^{-\frac{53000}{RT}}$$

來表示，也就是說，在這情況中的係數  $A$  等於  $1.36 \cdot 10^4$ ，而鬆散熱  $Q = 53000$  卡/克分子。

麥開 (Mc. Kay)<sup>[5]</sup> 也研究過金的自擴散係數，他所用的方法基本上和塞格路勃斯基的方法沒有兩樣，同時他找出自擴散係數與溫度的關係如下：

$$D = 0.87 \cdot 10^3 e^{-\frac{51000}{RT}},$$

也就是說，

$$A = 0.87 \cdot 10^3 \text{ 厘米}^2/\text{天},$$

而

$$Q = 51000 \text{ 卡/克分子.}$$

這些結果和塞格路勃斯基的結果沒有什麼重大的差別。

最近也出現一些研究銅自擴散的工作。其中的一個是羅林 (Rolling)<sup>[6]</sup> 所做的，他用氘轟擊而得到的銅的放射性同位素  $\text{Cu}^{64}$  作為指示物。

經擴散後的放射性的分佈是用逐層取下的方法並用靜電計測量。

作者<sup>[6]</sup> 確定了三種溫度下的擴散係數的數值，並計算出鬆散熱為：

$$Q = 61400 \text{ 卡/克分子.}$$

研究銅自擴散的第二個工作是斯德格曼 (Steigman) 蕭克萊 (Shockley) 與尼克 (Nic) 所做的<sup>[7]</sup>。他們用中子轟擊鋅所得的銅的同位素作指示物。

經擴散後放射性銅的分佈是按照  $\beta$  粒子流的變化來決定的。同時，知道了  $\beta$  粒子在銅中的吸收係數，就可以決定自擴散係數，這樣，他們得到

$$Q = 57200 \text{ 卡/克分子,}$$

$$A = 11 \text{ 厘米}^2/\text{秒.}$$

這些結果和羅林的結果稍有差別。

### § 3. 擴散統計理論發展中的幾個基本要點

我們在上面已經指出，固體中的擴散現象和固體電介質中的電解導電現象早已表明：原子在晶體點陣中的運動並不限於在平衡位置附近的振動。這便要進行固體中原子移動的新理論的探討。海維賽的鉛自擴散實驗，證明固體原子的前進移動是真實的，這一實驗給這問題的理論發展提供了第一個實驗根據。

海維賽給出了第一個最簡單的原子移動圖形；按照他的概念，這種移動的來源是由於原子相互地調換位置的結果。

勃勞內 (Braunne)<sup>[8]</sup> 利用這一圖形，企圖根據簡單的統計觀

念來探討熱運動的定量理論。他從這樣的基本原則出發，即當固體中的某些原子的振幅比某平均值  $r_0$  大時，這些原子就能夠和相毗連的原子調換位置。振幅  $r < r_0$  的原子實際上是無法改變位置的，而只有振幅  $r > r_0$  的原子才有一定改變位置的幾率。這幾率的數值決定於公式：

$$\frac{dN}{N} = e^{-\frac{E}{kT}},$$

這裏的  $E$  是振幅等於  $r_0$  的原子的能量，而  $N$  是在 1 立方厘米中的總原子數。由此可見，在單位時間內相互調換位置的原子數目，因而擴散係數均決定於方程：

$$D = C e^{-\frac{E}{kT}}. \quad (1)$$

勃勞內在進一步發展他自己的理論時企圖找出表示能量  $E$  的式子。他將振動的不對稱性略去不計，給出了表示這能量的式子：

$$E = a^2 r_0^2,$$

於是

$$D = C e^{-\frac{a^2 r_0^2}{kT}}.$$

勃勞內把  $r_0$  的值和  $r_s$  的值聯系起來， $r_s$  是固體熔解時原子的平均振幅，並且假設  $r_0 = b r_s$ ，這裏的  $b$  是接近於 1 的數。

勃勞內以這一表式在擴散過程和熔解過程之間作了類比，着重指出了這兩種現象之間的直接聯系，並且認為，按照林德曼 (Линдeman) 的看法，熔解是在平均振幅到達某一定數值時開始的，這個數值和原子重心間的距離有簡單的關係。

在熔點時的原子勢能一方面等於  $a^2 r_s^2$ ，而另一方面又等於  $3kT_s$ ，這裏的  $T_s$  是熔解溫度，由此求得：

$$a^2 = \frac{3kT_s}{r_s^2} = \frac{3b^2 kT_s}{r_0^2},$$

故在溫度  $T$  時擴散係數等於

$$D_T = C e^{-\frac{3b^2 T_s}{T}}. \quad (2)$$

如果比較一下方程(1)與方程(2)，就得到

$$\frac{Q}{R} = 3b^2T, \quad (3)$$

這就是說，從勃勞內的理論出發，鬆散熱應該與熔解溫度成正比。

海維賽的假設(勃勞內把它應用在他自己的理論中)說：擴散過程祇是由相鄰原子直接成對調換位置來實現，這樣的假設是會碰到許多困難的。首先是任何原子單獨移動(不受鄰近原子影響)的可能性就完全被這個假設所排除。

其次，顯而易見的，兩相鄰原子同時移動的幾率應該是很小的。最後，只用原子調位的這樣一個過程就難以說明離子性晶體所特有的現象——電解導電<sup>1)</sup>。由於這樣，就使人要設想原子在晶體點陣中的另外一種移動方式。

這種移動方式的概念首先是 A. Ф. 約飛(Июффе)提出的，它是 Я. И. 弗侖克耳<sup>2)</sup>(Френкель)所研討的擴散定量理論的基礎。

照弗侖克耳的說法，原子的熱運動是下述過程的總和：

1. 原子在正常平衡位置附近振動；

2. 具有足夠能量的原子(或離子)可以從本身在點陣中的正常位置移到“反常的”位置中，也就是說，移到陣點間隙中。Я. И. 弗侖克耳稱這個過程為原子的“離位過程”。原子或離子的離位幾率，或單位時間內由正常位置進入反常位置的幾率以  $\alpha$  表之。

3. 離位的原子在越過勢壘到另一個自由(正常的或反常的)位置以前可以在該反常位置附近振動。

4. 離位原子可能從反常位置跳到相距為  $\delta$  的同樣也是反常的位置中。這個跳動的幾率以  $\alpha'$  表之。

5. 離位的原子也可以跳到空陣點(即空穴)上(幾率為  $\beta$ )。

Я. И. 弗侖克耳稱這個過程為離位原子的“締合過程”。

6. 最後，因為在熱平衡下有若干原子佔據陣點間隙，從而在晶體點陣中有着相應數量的空陣點(空穴)，故可能有空陣點(空穴)的移動。以  $\alpha''$  代表原子(離子)從正常位置越過勢壘跳到同樣也是正常的位置的幾率。

1) 因為這種調位是不可能離子晶體中產生總電流的。

弗侖克耳把原子從一個正常位置跳到另一個正常位置的過程叫作點陣中的空穴擴散或自由位置擴散。這兩種過程——空位(空穴)的移動及原子或離位原子在陣點間隙中的運動——就實現了晶體的擴散與電解導電。顯然,每秒鐘內點陣空位與移動着的離位原子相遇的幾率是與  $n'$  及  $n''$  成正比的,即

$$\beta = \gamma n' n'', \quad (1')$$

這裏  $n''$  是單位體積中的空位的數目,  $n'$  是單位體積中離位原子的數目,  $\gamma$  是比例係數。

當離位原子均勻地分佈在晶體中時,則  $n' = n''$ ,  $\beta = \gamma n'^2$ 。倘若認為,在一般情況下離位原子數隨時間的改變是以公式

$$\frac{dn'}{dt} = \alpha(n_0 - n') - \gamma n'^2 \quad (2')$$

表示,這裏  $n_0$  是單位體積中的總原子數,  $(n_0 - n')$  是單位體積中未離位的原子數,那麼在定態時便得

$$\gamma n'^2 + \alpha n' - \alpha n_0 = 0,$$

由此得

$$n' = \frac{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\gamma\alpha n_0}}{2\gamma}. \quad (3')$$

在平常的溫度與壓力下,單位體積中的離位原子數目比起單位體積中的原子總數是很少的,所以可以近似地寫作:

$$\frac{n'}{n_0} \cong \sqrt{\frac{\alpha}{\gamma n_0}}. \quad (3'')$$

其次,弗侖克耳把這個理論和他所導出的從固體表面蒸發分子的公式做了對比,認為  $\alpha$ 、 $\alpha'$  及  $\alpha''$  等數值和溫度的關係是遵照指數定律的,即

$$\frac{1}{\alpha} = \tau = \tau_0 e^{\frac{u_0}{kT}},$$

這裏  $\tau$  是原子(或離子)逗留在正常平衡位置中的平均時間,  $\tau_0$  是它的自由(熱)振動的週期,  $u_0$  是使原子離開“正常”平衡位置到反常位置中或陣點間隙中所需的功。



表示  $\alpha'$  與  $\alpha''$  的式子也有相類似的形式，即

$$\frac{1}{\alpha'} = \tau' = \tau_0' e^{\frac{u_0'}{kT}}; \quad \frac{1}{\alpha''} = \tau'' = \tau_0'' e^{\frac{u_0''}{kT}}.$$

爲了估計係數  $\tau$ ，假設  $\rho$  是原子的“有效”直徑，而且只有當離位原子與自由位置的距離  $\leq \rho$  時才發生原子締合過程。設離位原子在遇到自由位置之前在晶體點陣中走過了路程  $\bar{L}$ 。顯然，原子的有效截面等於  $\pi\rho^2$ ，而有效體積是  $\pi\rho^2\bar{L}$ 。那麼原子在遇到空陣點前所走的平均長度  $\bar{L}$ （比照氣體運動論中的自由路程平均長度）是由公式

$$n''\pi\rho^2\bar{L} = 1$$

來決定。

離位原子要通過跳動來走過整個這段平均路程  $\bar{L}$ ，而每跳一次移動一小段  $\delta$ ——這是兩間隙位置間的距離，其值差不多等於晶體點陣中的兩相鄰原子間的距離；故離位原子在點陣內運動的平均速度  $\bar{v}$  則等於

$$\bar{v} = \frac{\delta}{\tau'} = \frac{\delta}{\tau_0'} e^{-\frac{u_0'}{kT}},$$

因爲可以認爲：走過路程  $\delta$  的平均時間是和  $\tau'$  相同的。因此，走過平均路程  $\bar{L}$  的時間是  $t = \frac{\bar{L}}{\bar{v}} = \frac{\tau'}{n''\pi\rho^2\delta}$ 。現在把離位原子的數目  $n'$  除以  $t$ ，我們就得到單位時間內單位體積中的遇到的離位原子數，即

$$\frac{n'}{t} = \frac{n'n''\pi\rho^2\delta}{\tau'} = \beta = \tau n'n'',$$

由此得到：

$$\tau = \frac{\pi\rho^2\delta}{\tau'}.$$

但是  $\pi\rho^2\delta$  是原子體積的數量級，也就是說，可以近似地認爲

$$\pi\rho^2\delta = \frac{q}{n_0}, \quad \text{這裏 } q \cong 1.$$

方程式(3')改寫作