

積分方程及其應用

С. Г. МИХЛИН 著
陳傳璋 盧鶴紱譯

商務印書館

積分方程及其應用

C. Г. 米哈林著

陳傳璋譯
盧鶴紱

商務印書館

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы)出版的米哈林(С. Г. Михлин)著“積分方程及其應用”(Интегральные уравнения и их приложения к некоторым проблемам механики, математической физики и техники) 1949 年版譯出。原書爲“工程師物理數學叢書”之一。

本書由上海復旦大學陳傳章、盧鶴綏兩同志合譯。

積 分 方 程 及 其 應 用

米哈林著

陳傳章 盧鶴綏譯

★ 版權所有 ★

商 務 印 書 館 出 版

上海河南中路二一一號

(上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號)

新 華 書 店 總 經 售

商 務 印 書 館 印 刷 廠 印 刷

上海天通菴路一九〇號

(52801)

開本 850×1168 1/32 印張 10 12/16 字數 268,000
1955 年 8 月初版 印數 1—1,800 定價(8) ¥1.60

再版序言

第二版與第一版顯著的不同處，主要是在上篇（第一版的第一章）。在第二版中，我放棄了對積分方程的簡略式的敘述，而充分詳細的引入了必要的證明。無論在應用方面或者在理論本身的需要，都迫使我離開假設核是連續的這一傳統。我用核的平方的單積分的有界性這一假設來代替它；在這樣假設之下，逐次逼近級數和希爾伯特-施密特級數的一致收斂性保持有效。在我所作的假設下，嚴格的理論基礎要以利用勒白格積分的概念作前提。不熟悉勒白格積分理論的讀者，應當把所必須的積分的存在性，簡單地說為公理。

在關於應用的下篇（第一版的第二章）中，添加了若干新的小節；其中的二個是有關於三維的問題的。其餘的改變可歸之於：照例地在沒有證明的地方或僅僅提到過的地方，都給以充分詳細的證明。

第一版中印刷上的錯誤與若干缺點，在第二版中已改正了。計算也經過校驗，在必要的場合也有所修正。

Г. М. 戈魯淨教授與 Л. В. 卡托洛維奇教授向我指出第一版中的若干缺點。А. А. 達洛特尼青教授在書報評論中指出若干術語上的缺點。研究生 И. А. 依茨可維奇指出許多印刷上的錯誤。向他們表示我衷心的謝意。

С. 米哈林

列寧格勒 1948 年 5 月

初版序言

在最近二三十年中出現了許多著作，在其中，用積分方程的方法來解決一些理論上與在應用中的重要問題。

例如，只要指出在彈性靜力學理論方面，及流體動力學的流線問題方面的工作，已經足夠說明這一點。積分方程的方法在振動的理論中，在壓縮桿的剛性的問題中，以及其他許多問題中所起的重大作用，也是人所共知的。

據我看來，把在所說的時間內，在雜誌的文獻上積累起來的在積分方程應用方面的一般材料加以系統化的必要性已經成熟。本書也就是這樣系統化的嘗試。

本書由份量並不相同的兩章所構成。第一章包括積分方程理論的基本事實與其解的逐次逼近法。在這一章中，含有積分主值的奇性積分方程理論佔有特殊的位置。這一理論已充分完善地被製訂起來，它有着極豐富的應用，但到現在為止，在積分方程的教程中還沒有它的位置。我認為有必要在這裏對於這個理論的基本元素作一簡述。

第一章以其不少的部分來包含通常在積分方程教程中所敘述的材料，照例地，在這樣場合，我僅僅敘述結果，而介紹讀者到相應的教程中找尋證明。

在每一有可能性的地方，理論的結果常用數字例子來闡明。

在篇幅上大大超過前章的第二章是關於應用方面的。在目錄中，已清楚地列舉了在第二章中所解決的問題。這裏指出：我是主要地注意於彈性體的問題與流體動力學的問題。這不僅是由於作者個人的愛好，而且是因為積分方程在這兩個領域中的應用也最多。再者，我主要地限於討論直線與平面上的問題。人們有時也不是沒有一定根據地以

其效果的不夠來非難積分方程的方法。對於三維的問題,這個責難是特別有效的。爲了希望把所討論的範圍限於可能求出有效解答的情況,我不得不放棄對空間問題的討論。

對於每一缺點的指出,我將非常感謝。

C. 米哈林

列寧格勒 1944 年 7 月

目 錄

再版序言	7
初版序言	8

上篇 積分方程的解法

第一章 弗列德和蒙型的方程	11
§ 1. 積分方程的分類	11
§ 2. 逐次逼近法、解核概念	16
§ 3. 涅爾特拉型方程	23
§ 4. 有退化核的積分方程	26
§ 5. 弗列德和蒙方程的一般情況	29
§ 6. 積分方程組	37
§ 7. 積分的近似公式的採用	38
§ 8. 弗列德和蒙定理	41
§ 9. 弗列德和蒙解核	53
§ 10. 弱奇性方程	64
第二章 對稱方程(希爾伯脫-施密特定理)	72
§ 11. 對稱核	72
§ 12. 關於對稱方程的基本定理	78
§ 13. 希爾伯脫-施密特定理	81
§ 14. 由銳茨方法以決定第一特徵值	87
§ 15. 從核的跡以決定第一特徵值	94
§ 16. 克洛格方法	100
§ 17. 次一特徵值的決定	104
§ 18. 可對稱化的核	108
§ 19. 對稱積分方程的解	108
§ 20. 特徵值存在定理	110

第三章 奇性積分方程	118
§ 21. 積分主值	118
§ 22. 柯西核與希爾伯特核	122
§ 23. 複合奇性積分的公式	125
§ 24. 有希爾伯特核的奇性積分方程	128
§ 25. 有柯西核的奇性積分方程	131
§ 26. 非閉的單連通境界的情況	131
§ 27. 非閉的且非單連通的境界的情況	137
§ 28. 奇性積分方程組	138

下篇 積分方程的應用

第一章 狄銳希勒的問題及它的應用	140
§ 29. 對於單連通區域的狄銳希勒問題	140
§ 30. 例 橢圓的內部變成圓的保角映射	144
§ 31. 對於複連通區域的狄銳希勒問題	148
§ 32. 變態的狄銳希勒問題及牛曼問題	153
§ 33. 實體桿與空心桿的扭轉	156
§ 34. 正方形截面的桿的扭轉	158
§ 35. 流線問題	160
§ 36. 經兩橢圓柱體的流動	162
§ 37. 複連通區域的保角映射	168
§ 38. 在空間中的狄銳希勒問題與牛曼問題	172
第二章 雙調和方程(格臨函數的應用)	179
§ 39. 引到雙調和方程的問題	179
§ 40. 雙調和函數的複數表示	182
§ 41. 格臨函數及施窪而茨核	187
§ 42. 第一與第三問題到積分方程的歸結	194
§ 43. 積分方程的研究	198
§ 44. 單連通區域的情況	202
§ 45. 同焦點的橢圓環	204
§ 46. 雙卵形線的外域	209

§ 47. 關於逐次逼近級數的收斂性	215
第三章 廣義的施窪而茨交替法	224
§ 48. 平面上複連通區域的狄銳希勒問題	224
§ 49. 三維區域的情況	229
§ 50. 廣義的施窪而茨交替法	230
§ 51. 在地面附近空氣流過飛機翼的流線運動	236
§ 52. 彈性理論問題上的應用	237
§ 53. 在外圓周上均勻壓縮的偏心圓環	244
第四章 與勢相似的積分的一些應用	248
§ 54. 在彈性的平面理論中柯西型積分的應用(穆斯黑里施維利方程)	248
§ 55. 具有一系列無限多截段的彈性平面	254
§ 56. 勞端西拉方程	260
§ 57. 波方程的狄銳希勒問題	266
§ 58. 熱勢與它們的應用	270
§ 59. 逐次逼近級數的收斂性	275
第五章 對稱積分方程理論的應用	278
§ 60. 關於絃的固有振動的問題	278
§ 61. 密度依照線性律改變的絃的振動	282
§ 62. 影響函數(格臨函數)	285
§ 63. 棒的扭轉振動, 有聚集質量情況的計算	289
§ 64. 壓縮棒的剛性(棒的縱向彎曲)	291
§ 65. 在彈性半空間上剛體的衝體的壓力	294
第六章 奇性積分方程理論的一些應用	301
§ 66. 希爾伯脫問題	301
§ 67. 半平面的希爾伯脫問題	303
§ 68. 關於兩彈性半平面的接連問題	307
§ 69. 關於兩彈性半平面的接連問題(一般情況)	313
§ 70. 在彈性半平面上剛體的衝體的壓力	315
§ 71. 多個衝體的情況	318
§ 72. 彈性理論的混合問題	319

§ 73. 區域變爲圓的有理保角映射的情況.....	324
§ 74. 流過已知形狀的弧的流線運動問題.....	328
文獻.....	338

積分方程及其應用

C. Г. 米哈林著

陳傳璋譯
盧鶴紱

商 務 印 書 館

本書係根據蘇聯國立技術理論書籍出版社(Государственное издательство технико-теоретической литературы)出版的米哈林(С. Г. Михлин)著“積分方程及其應用”(Интегральные уравнения и их приложения к некоторым проблемам механики, математической физики и техники) 1949 年版譯出。原書爲“工程師物理數學叢書”之一。

本書由上海復旦大學陳傳章、盧鶴綏兩同志合譯。

積 分 方 程 及 其 應 用

米哈林著

陳傳章 盧鶴綏譯

★ 版權所有 ★

商 務 印 書 館 出 版

上海河南中路二一一號

(上海市書刊出版業營業許可證出字第〇二五號)

新 華 書 店 總 經 售

商 務 印 書 館 印 刷 廠 印 刷

上海天通菴路一九〇號

(52801)

開本 850×1168 1/32 印張 10 12/16 字數 268,000
1955 年 8 月初版 印數 1—1,800 定價(8) 洋 1.60

目 錄

再版序言	7
初版序言	8

上篇 積分方程的解法

第一章 弗列德和蒙型的方程	11
§ 1. 積分方程的分類	11
§ 2. 逐次逼近法、解核概念	16
§ 3. 涅爾特拉型方程	23
§ 4. 有退化核的積分方程	26
§ 5. 弗列德和蒙方程的一般情況	29
§ 6. 積分方程組	37
§ 7. 積分的近似公式的採用	38
§ 8. 弗列德和蒙定理	41
§ 9. 弗列德和蒙解核	53
§ 10. 弱奇性方程	64
第二章 對稱方程(希爾伯脫-施密特定理)	72
§ 11. 對稱核	72
§ 12. 關於對稱方程的基本定理	78
§ 13. 希爾伯脫-施密特定理	81
§ 14. 由銳茨方法以決定第一特徵值	87
§ 15. 從核的跡以決定第一特徵值	94
§ 16. 克洛格方法	100
§ 17. 次一特徵值的決定	104
§ 18. 可對稱化的核	108
§ 19. 對稱積分方程的解	108
§ 20. 特徵值存在定理	110

第三章 奇性積分方程	118
§ 21. 積分主值	118
§ 22. 柯西核與希爾伯特核	122
§ 23. 複合奇性積分的公式	125
§ 24. 有希爾伯特核的奇性積分方程	128
§ 25. 有柯西核的奇性積分方程	131
§ 26. 非閉的單連通境界的情況	131
§ 27. 非閉的且非單連通的境界的情況	137
§ 28. 奇性積分方程組	138

下篇 積分方程的應用

第一章 狄銳希勒的問題及它的應用	140
§ 29. 對於單連通區域的狄銳希勒問題	140
§ 30. 例 橢圓的內部變成圓的保角映射	144
§ 31. 對於複連通區域的狄銳希勒問題	148
§ 32. 變態的狄銳希勒問題及牛曼問題	153
§ 33. 實體桿與空心桿的扭轉	156
§ 34. 正方形截面的桿的扭轉	158
§ 35. 流線問題	160
§ 36. 經兩橢圓柱體的流動	162
§ 37. 複連通區域的保角映射	168
§ 38. 在空間中的狄銳希勒問題與牛曼問題	172
第二章 雙調和方程(格臨函數的應用)	179
§ 39. 引到雙調和方程的問題	179
§ 40. 雙調和函數的複數表示	182
§ 41. 格臨函數及施窪而茨核	187
§ 42. 第一與第三問題到積分方程的歸結	194
§ 43. 積分方程的研究	198
§ 44. 單連通區域的情況	202
§ 45. 同焦點的橢圓環	204
§ 46. 雙卵形線的外域	209

§ 47. 關於逐次逼近級數的收斂性	215
第三章 廣義的施窪而茨交替法	224
§ 48. 平面上複連通區域的狄銳希勒問題	224
§ 49. 三維區域的情況	229
§ 50. 廣義的施窪而茨交替法	230
§ 51. 在地面附近空氣流過飛機翼的流線運動	236
§ 52. 彈性理論問題上的應用	237
§ 53. 在外圓周上均勻壓縮的偏心圓環	244
第四章 與勢相似的積分的一些應用	248
§ 54. 在彈性的平面理論中柯西型積分的應用(穆斯黑里施維利方程)	248
§ 55. 具有一系列無限多截段的彈性平面	254
§ 56. 勞端西拉方程	260
§ 57. 波方程的狄銳希勒問題	266
§ 58. 熱勢與它們的應用	270
§ 59. 逐次逼近級數的收斂性	275
第五章 對稱積分方程理論的應用	278
§ 60. 關於絃的固有振動的問題	278
§ 61. 密度依照線性律改變的絃的振動	282
§ 62. 影響函數(格臨函數)	285
§ 63. 棒的扭轉振動, 有聚集質量情況的計算	289
§ 64. 壓縮棒的剛性(棒的縱向彎曲)	291
§ 65. 在彈性半空間上剛體的衝體的壓力	294
第六章 奇性積分方程理論的一些應用	301
§ 66. 希爾伯脫問題	301
§ 67. 半平面的希爾伯脫問題	303
§ 68. 關於兩彈性半平面的接連問題	307
§ 69. 關於兩彈性半平面的接連問題(一般情況)	313
§ 70. 在彈性半平面上剛體的衝體的壓力	315
§ 71. 多個衝體的情況	318
§ 72. 彈性理論的混合問題	319

§ 73. 區域變爲圓的有理保角映射的情況.....	324
§ 74. 流過已知形狀的弧的流線運動問題.....	328
文獻.....	338

再版序言

第二版與第一版顯著的不同處，主要是在上篇（第一版的第一章）。在第二版中，我放棄了對積分方程的簡略式的敘述，而充分詳細的引入了必要的證明。無論在應用方面或者在理論本身的需要，都迫使我離開假設核是連續的這一傳統。我用核的平方的單積分的有界性這一假設來代替它；在這樣假設之下，逐次逼近級數和希爾伯特-施密特級數的一致收斂性保持有效。在我所作的假設下，嚴格的理論基礎要以利用勒白格積分的概念作前提。不熟悉勒白格積分理論的讀者，應當把所必須的積分的存在性，簡單地說為公理。

在關於應用的下篇（第一版的第二章）中，添加了若干新的小節；其中的二個是有關於三維的問題的。其餘的改變可歸之於：照例地在沒有證明的地方或僅僅提到過的地方，都給以充分詳細的證明。

第一版中印刷上的錯誤與若干缺點，在第二版中已改正了。計算也經過校驗，在必要的場合也有所修正。

Г. М. 戈魯淨教授與 Л. В. 卡托洛維奇教授向我指出第一版中的若干缺點。А. А. 達洛特尼青教授在書報評論中指出若干術語上的缺點。研究生 И. А. 依茨可維奇指出許多印刷上的錯誤。向他們表示我衷心的謝意。

С. 米哈林

列寧格勒 1948 年 5 月