

威布尔模型族

特性、参数估计和应用

蒋仁言 编著



科学出版社

0041530

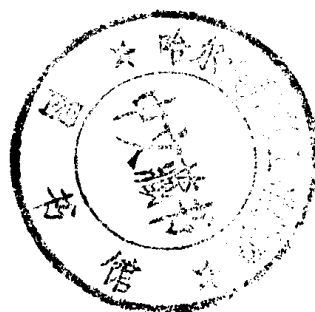
丁-3

415530

威布尔模型族

——特性、参数估计和应用

蒋仁言 编著



00415530

科学出版社

1998

内 容 简 介

本书主要包括三个部分：第一部分介绍可靠性建模的基本方法、数据结构和分析的一般知识；第二部分着重叙述二参数和三参数威布尔分布；第三部分介绍由威布尔分布所组成的复杂模型：混合模型、竞争风险模型、并联模型、分段模型和类威布尔模型。

图书在版编目 (CIP) 数据

威布尔模型族 —— 特性、参数估计和应用/蒋仁言编著.

-北京: 科学出版社, 1998

ISBN 7-03-006624-3

I. 威… II. 蒋… III. 韦伯分布 IV.O211.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 07880 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

新世纪印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1998 年 10 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

1998 年 10 月第一次印刷 印张: 15 1/4

印数: 1—2 000

字数: 350 000

定价: 31.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

本书是一本关于可靠性建模（或统计建模）的专著，是基于作者在澳大利亚昆士兰大学完成的博士学位论文，经适当的补充和内容调整整理而成的。

可靠性建模是可靠性理论的重要组成部分，复杂可靠性建模是建模复杂系统失效的重要工具。

复杂系统的失效原因往往不只一个。简单的可靠性模型不能很好地描述这类失效，这已为大量的研究所证明。由于威布尔分布数学处理方便，物理背景明确，并为实践证明其具有广泛的适应性，故以它为基础所形成的复杂可靠性模型已受到较为广泛的应用。然而，这些模型的种种特性尚未得到充分研究，本书正是弥补了这一不足。

本书的主要内容为

第一至三章：提供基本概念及有关的背景知识。

第四章：对四类复杂可靠性模型提供一个完整的文献综述。

第五至十章：着重介绍由两个或三个威布尔分布所形成的混合模型、竞争风险模型、并联模型和分段模型。对于每一个模型，主要从下面三个方面予以研究：

- (1) 模型在威布尔概率纸上的图形形状及其模型参数的图形估计法；
- (2) 模型的密度函数的参数研究；
- (3) 模型的失效率函数的参数研究。

模型在概率纸上的图形特征是选择模型的重要依据，图形参数估计法是确定模型的重要手段。密度函数和失效率函数的参数研究对于模型选择、模型检验及失效特征分析非常有用。

第十一章：着重讨论了由威布尔分布经时域变换或修改而形成的一类模型——所谓的类威布尔分布。

第十二章：总结全书并提出一些进一步研究的题目。

本书所介绍的模型新颖，总结了形成复杂可靠性模型的方法，介绍了交错截尾数据的处理方法。其图形参数估计方法与计算机图形界面结合，使数据分析形象、直观、较为精确，便于工程技术人员使用。结合模型的特性和参数研究，本书提供了大量的应用实例，它们涉及机械、电子、材料、生物及医学等广泛的领域，具有重要参考价值和启发作用。

本书的读者对象为：可靠性理论工作者；从事可靠性工作的应用统计人员；从事产品和系统开发、运行、维修、售后服务的工程技术人员；高等学校工业工程、运筹学、系统工程、应用统计及其它有关专业的高年级本科生、研究生及教师。

最后，借此机会对我的导师 D.N.P. Murthy 教授表示衷心的感谢，没有他的指导就不会有本书的出版；感谢苏汉元和张利军两位同志帮助打印本书的手稿；向为本书出版提供便利的科学出版社致谢。

蒋 仁 言

1997 年 8 月

目 录

前 言	
第一章 概述	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 系统的特征化	(1)
1.3 系统的数学建模	(2)
1.3.1 元件级建模	(2)
1.3.2 系统级建模	(3)
1.4 可靠性模型的应用	(4)
1.5 范围	(4)
1.6 概要	(5)
第二章 建模失效数据	(7)
2.1 引言	(7)
2.2 建模过程	(7)
2.3 失效数据的类型	(8)
2.3.1 试验数据	(8)
2.3.2 现场数据	(8)
2.4 数据的统计分析	(9)
2.4.1 样本统计量	(9)
2.4.2 数据图	(11)
2.5 失效模型	(14)
2.5.1 建模失效时间	(14)
2.5.2 建模失效数	(16)
2.6 模型选择	(17)
2.6.1 概率纸图	(17)
2.6.2 基于图形选择模型	(18)
2.7 模型参数估计	(19)
2.7.1 图形法	(19)
2.7.2 解析方法	(19)
2.8 模型的检验	(21)
第三章 威布尔分布	(22)
3.1 引言	(22)
3.2 威布尔分布	(22)
3.2.1 二参数威布尔模型	(22)
3.2.2 三参数威布尔模型	(22)

3.2.3	威布尔模型的适用性	(22)
3.2.4	威布尔模型的应用	(23)
3.3	二参数和三参数威布尔模型的概率图	(23)
3.3.1	二参数威布尔模型	(23)
3.3.2	三参数威布尔模型	(23)
3.4	建模与参数估计	(25)
3.4.1	建模	(25)
3.4.2	图形参数估计	(25)
3.4.3	数例	(25)
3.4.4	一种新的参数估计方法(用于三参数模型)	(26)
3.5	各种参数估计的统计方法	(27)
3.5.1	矩法	(28)
3.5.2	极大似然法	(28)
3.5.3	贝叶斯方法	(29)
3.5.4	其它统计方法	(29)
3.5.5	图形方法	(30)
3.6	参数研究	(31)
3.6.1	密度函数的参数特征化	(31)
3.6.2	失效率函数的研究	(32)
第四章	文献述评	(34)
4.1	引言	(34)
4.2	威布尔混合模型	(34)
4.2.1	文献分类与述评	(35)
4.2.2	对一些文献的评论	(38)
4.2.3	小结	(40)
4.3	威布尔竞争风险模型	(41)
4.3.1	文献述评	(42)
4.3.2	小结	(43)
4.4	威布尔并联模型	(43)
4.4.1	文献述评	(44)
4.4.2	小结	(44)
4.5	威布尔分段模型	(44)
4.5.1	文献述评	(44)
4.5.2	小结	(46)
第五章	两重威布尔混合模型	(47)
5.1	引言	(47)
5.2	威布尔概率图(WPP)	(47)
5.2.1	两重威布尔混合模型和 WPP 图	(47)
5.2.2	WPP 图 ($\beta_1 < \beta_2$)	(48)
5.2.3	参数估计 ($\beta_1 < \beta_2$)	(56)

5.2.4	WPP 图 ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_0$)	(57)
5.2.5	参数估计 ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_0$)	(60)
5.2.6	失效数据建模	(61)
5.2.7	实例	(62)
5.3	具有位置参数的两重混合模型	(66)
5.3.1	具有位置参数的两重混合模型	(66)
5.3.2	一个特殊的具有一个位置参数的模型	(66)
5.4	对一些早期文献的评论	(68)
5.4.1	对文献[58]的评论	(68)
5.4.2	对 Cran (1976, [21]) 一文的评论	(69)
5.4.3	对 Jensen 和 Petersen (1982, [53]) 一文的评论	(70)
5.4.4	对 Jiang 和 Keceioglu (1992, [54]) 一文的评论	(71)
5.5	密度函数的参数研究	(72)
5.5.1	混合模型的概率密度函数	(72)
5.5.2	情况 (a) ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_0$)	(74)
5.5.3	情况 (b) ($\beta_1 = 1, \beta_2 > 1$)	(77)
5.5.4	情况 (c) ($0 < \beta_1 < \beta_2 \leq 1$)	(82)
5.5.5	情况 (d) ($0 < \beta_1 < 1 < \beta_2$)	(82)
5.5.6	情况 (e) ($1 < \beta_1 < \beta_2$)	(84)
5.5.7	小结	(89)
5.6	失效率函数的参数研究	(90)
5.6.1	混合模型的失效率	(91)
5.6.2	情况 (a) ($\beta_1 = \beta_2 = \beta_0$)	(93)
5.6.3	情况 (b) ($\beta_1 = 1, \beta_2 > 1$)	(96)
5.6.4	情况 (c) ($0 < \beta_1 < \beta_2 \leq 1$)	(99)
5.6.5	情况 (d) ($0 < \beta_1 < 1 < \beta_2$)	(99)
5.6.6	情况 (e) ($1 < \beta_1 < \beta_2$)	(102)
5.6.7	小结	(109)
第六章	三重和任意 N 重威布尔混合模型	(112)
6.1	引言	(112)
6.2	任意 N 重威布尔混合模型的渐近特性	(112)
6.3	三重威布尔混合模型	(114)
6.3.1	概述	(114)
6.3.2	特殊的三重威布尔混合模型	(114)
6.3.3	WPP 图	(115)
6.4	图形参数估计方法	(120)
6.4.1	逐步分离子样法	(120)
6.4.2	一次子样分离法	(121)
6.5	数例	(122)
第七章	威布尔竞争风险模型	(126)

7.1	引言	(126)
7.2	两重威布尔竞争风险模型的 WPP 图	(126)
7.3	图形参数估计方法和应用实例	(128)
7.3.1	参数估计	(128)
7.3.2	实例	(128)
7.4	密度函数的参数研究	(129)
7.4.1	情况 (a) ($\beta_1 < \beta_2 < 1$)	(130)
7.4.2	情况 (b) ($\beta_1 < 1$ 和 $\beta_2 > 1$)	(130)
7.4.3	情况 (c) ($\beta_1 = 1$ 和 $\beta_2 > 1$)	(131)
7.4.4	情况 (d) ($1 < \beta_1 < \beta_2$)	(134)
7.5	失效率函数的参数研究	(138)
7.5.1	情况 (a) ($\beta_1 < \beta_2 \leq 1$)	(138)
7.5.2	情况 (b) ($\beta_1 < 1$ 和 $\beta_2 > 1$)	(139)
7.5.3	情况 (c) ($\beta_1 = 1$ 和 $\beta_2 > 1$)	(139)
7.5.4	情况 (d) ($1 < \beta_1 < \beta_2$)	(139)
7.6	N 重威布尔竞争风险模型	(139)
7.6.1	渐近结果	(139)
7.6.2	WPP 图和参数估计	(140)
7.6.3	失效率函数	(141)
7.7	小结	(141)
第八章	威布尔并联模型	(143)
8.1	引言	(143)
8.2	两重威布尔并联模型的 WPP 图	(143)
8.2.1	WPP 图的一般特征	(143)
8.2.2	$\beta_1 \neq \beta_2$	(145)
8.2.3	$\beta_1 = \beta_2$	(147)
8.3	图形参数估计和应用实例	(148)
8.3.1	参数估计	(148)
8.3.2	应用实例	(149)
8.4	密度函数的参数研究	(151)
8.4.1	情况 (a) ($\beta_a \leq 1$)	(152)
8.4.2	情况 (b) ($\beta_a > 1$ 和 $\beta_2 \leq 1$)	(152)
8.4.3	情况 (c) ($\beta_1 > 0$ 和 $\beta_2 > 1$)	(152)
8.5	失效率函数的参数研究	(154)
8.5.1	情况 (a) ($\beta_1 = \beta_2$)	(157)
8.5.2	情况 (b) ($1 = \beta_1 < \beta_2$)	(160)
8.5.3	情况 (c) ($\beta_a = 1$)	(161)
8.5.4	情况 (d) ($\beta_a < 1$)	(162)
8.5.5	情况 (e) ($\beta_1 < 1 < \beta_a$)	(162)
8.5.6	情况 (f) ($1 < \beta_1 < \beta_2$)	(163)

8.6	N 重威布尔并联模型	(164)
8.6.1	渐近结果	(164)
8.6.2	WPP 图和参数估计	(167)
8.6.3	失效率函数	(167)
8.7	小结	(168)
第九章	两重威布尔分段模型	(169)
9.1	引言	(169)
9.2	由两个威布尔分布形成的分段模型	(169)
9.2.1	分段模型 I	(169)
9.2.2	分段模型 II	(170)
9.3	模型 I 的 WPP 图及参数估计	(170)
9.3.1	WPP 图	(170)
9.3.2	参数估计	(172)
9.3.3	实例 1	(172)
9.4	密度函数的参数特征化	(174)
9.5	模型 I 的失效率函数的参数特征化	(177)
9.6	分段模型 II 的 WPP 图和参数估计	(180)
9.6.1	WPP 图	(180)
9.6.2	参数估计	(181)
9.6.3	实例 2	(182)
9.7	分段模型 II 的密度函数的参数特征化	(182)
9.8	模型 II 的失效率的参数特征化	(185)
9.9	小结	(186)
第十章	三重威布尔分段模型	(187)
10.1	引言	(187)
10.2	三重威布尔分段模型的数学定义	(187)
10.2.1	模型 A	(187)
10.2.2	模型 B	(188)
10.3	密度函数的形状	(188)
10.3.1	模型 A 的密度函数	(189)
10.3.2	模型 B 的密度函数	(190)
10.4	失效率函数的形状	(190)
10.4.1	模型 A 的失效率	(190)
10.4.2	模型 B	(193)
10.5	WPP 图和参数估计	(193)
10.5.1	模型 A 的 WPP 图	(193)
10.5.2	模型 A 的参数估计	(197)
10.5.3	模型 B 的 WPP 图	(199)
10.5.4	模型 B 的参数估计	(199)
10.5.5	讨论	(199)

10.6	实例	(199)
10.7	小结	(202)
第十一章	广义的类威布尔模型	(203)
11.1	引言	(203)
11.2	截短的威布尔模型	(203)
11.3	反威布尔分布	(204)
11.4	修改的威布尔模型	(204)
11.4.1	五参数威布尔分布	(204)
11.4.2	指数化的威布尔模型	(206)
11.5	小结	(213)
第十二章	威布尔模型族研究总结及展望	(214)
12.1	总结	(214)
12.2	展望	(215)
附录 A	第五章中的一些结果的推导	(216)
附录 B	第七章中的一些结果的推导	(221)
附录 C	第八章中的一些结果的推导	(223)
附录 D	第九章中的一些结果的证明	(227)
附录 E	作者发表的与本书内容有关的论文	(228)
参考文献		(229)

第一章 概 述

1.1 引言

所有系统，无论是物理的或是生物的，都随使用年限而退化并最终失效。失效的时间是不确定的，即它是一个随机变量。可靠性理论研究这样的不可靠系统的失效。

可靠性方面的文献浩繁，大量的理论模型已被开发和研究，并应用于实际问题。但是，理论与实际脱节的现象还很严重。这表现在下面几个方面：

1. 大量地使用简单模型。这些简单模型包括正态分布、对数正态分布、威布尔分布、指数分布、 Γ 分布、极值分布等。实际上，很多的实际数据不能用这些分布来很好地描述，结果是只能“凑合”出一个模型来。

2. 新的模型研究不充分。虽然已有一些文献发表了多种复杂模型，但是对模型性能的研究很不充分，多使用解析方法（如极大似然法）估计模型参数。没有产生一些较客观的准则去帮助选择模型和判定模型的合法性。

3. 复杂模型应用不便。复杂模型往往卷入更多的参数，其参数估计往往没有明确的解析表达，需要用到数值方法和计算机软件，参数的区间估计和假设检验也无成熟的方法。这也是一些理论模型得不到广泛使用的原因所在。

4. 实际的数据多是截尾的。很多建模者不熟悉截尾数据的分析，结果往往采用不恰当的方式去处理它们。

本书着重介绍了几个由若干个威布尔分布组成的复杂模型以及它们的参数研究。对于每个模型，我们研究它的各种图形特征以帮助判定对于一组数据它是否是一个恰当的模型，并获得图解参数估计。这样，本书在理论模型与实际应用之间架起了一座桥梁。

本章介绍一些基本概念并给出全书的概貌。在1.2节我们介绍特征化一个系统的基本方法。1.3节讨论系统的建模，相应的模型称为可靠性模型。1.4节通过介绍各种可靠性模型的实际应用来阐明系统可靠性建模的意义。1.5节和1.6节分别给出全书的范围和概要。

1.2 系统的特征化

一个物理系统是由总成组成的，总成是由零件或部件组成的。零件或总成的失效导致系统的失效。失效的原因往往是多种多样的，如结构缺陷、工艺缺陷、使用不当、老化等等。每种失效原因可以由某种或多种失效机理所致，例如，退化可能由于疲劳、蠕变、裂纹扩张、磨损或者腐蚀等等所致。

系统或元件的失效时间是不确定的。特征化这个时间可以采用两种基本方法。一个是统计的方法或称之为“黑箱”方法；另一个是物理方法，或称之为“白箱”方法。“黑

箱”方法简单地将失效时间作为一个随机变量并使用一个恰当的概率分布函数（或叫做失效分布）去描述。与此相反，“白箱”方法基于引起失效的机理去导出其数学模型。例如，发动机曲轴往往由于断裂而失效。而断裂往往由于曲轴中存在初始裂纹，然后裂纹扩展并引起应力集中，最后由于应力超过强度而发生断裂。据此而建立的失效数学模型可能包含结构参数、物理参数和运动参数。

使用“黑箱”方法建模，完全依据失效数据样本。所以它是一种依赖于数据的经验建模方法。而“白箱”方法能被看作为一种物理建模的方法，它需要对其失效机理有很好的了解。对于实际问题的建模，“既不能单凭统计分析也不能完全依靠物理推理，而是两者的结合”（Smith [98]）。换言之，应该使用“灰箱”的方法。

1.3 系统的数学建模

数学建模就是把系统的失效特征翻译成数学描述，即数学模型。这样的模型对于进行系统的设计、运行、维修等方面的分析和优化是必需的。我们分元件级和系统级讨论建模的问题如下。

1.3.1 元件级建模

1. “黑箱”方法。令 T 是到失效的时间，由于失效的时间是不确切的， T 是一个随机变量。我们可以用一个分布函数 $F(t, \theta)$ 来描述它，即

$$F(t, \theta) = \text{Prob}(T \leq t)$$

换言之，失效分布函数是失效发生在给定的时间 t （ t 是一个数值）或它以前的概率。在下一章我们介绍几种常用的分布函数。上式中符号 θ 代表分布函数中的所有参数，它通常是一个向量组，即包含若干个参数。有时，我们省去不写，即简单地将 $F(t, \theta)$ 写作为 $F(t)$ 。

与 $F(t)$ 相联系的还有三个其它的函数，它们是：

可靠性函数 $R(t) = 1 - F(t) = \text{Prob}(T > t)$ ；

概率密度函数（或失效密度函数） $f(t) = dF(t)/dt = -dR(t)/dt$ ；

失效率函数（或风险函数） $r(t) = f(t)/R(t)$ 。

在可靠性问题中， t 定义在 $(0, \infty)$ 范围内。我们有下面的关系

$$R(t) = \exp[-\int_0^t r(t) dt]$$

这样，一旦 4 个函数中的任何一个被确定，则其它 3 个也就被确定了。因此，当我们谈建模失效数据时，可以指的是确定其中的任何一个。通常人们首先确定 $R(t)$ 或 $r(t)$ 。

2. “白箱”方法。建模往往基于主要的失效机理，并卷入到比较复杂的随机问题的计算。我们用下面的例子来说明。一个元件承受时间域上的随机冲击，每一次冲击引起一个随机的损伤。当总的积累损伤超过某一临界值时，元件失效。

假设冲击的发生遵循密度为 λ 的泊松过程（Poisson Process），第 i 次冲击所引起的损伤为 X_i 。 $X_i, i = 1, 2, \dots$ ，是随机变量，其分布函数为 $G(x)$ 。令 $Y(t)$ 是在时间 t 时的累积损伤， γ 是发生失效的临界值。在这种情况下，元件的可靠性函数是

$$R(t) = \sum_{k=0}^{\infty} [(\lambda t)^k \exp(-\lambda t) / k!] G^{(k)}(\gamma), \quad 0 \leq t < \infty$$

其中 $G^{(k)}(\gamma)$ 表示 $G(\gamma)$ 的 k 重卷积。如需更多的细节, 参见[6] (91~97 页)。

1.3.2 系统级建模

1. “黑箱”方法。与元件级建模一样, 采用一个恰当的分布函数 $F(t, \theta)$ 去建模系统失效时间。所不同的是, 其分布函数往往比元件级建模时的分布函数要复杂, 这是因为系统的失效往往包含多种失效的模式, 而元件的失效的模式可能要简单得多。具体表现为一些简单模型可能能够恰当地建模元件级的失效, 而往往不能恰当地建模系统级的失效。

2. “白箱”方法。系统级建模的白箱方法较为繁琐, 通常要逐个地进行元件级的建模, 然后依据失效的逻辑关系将其联系起来形成系统模型。其中元件级的建模可以是黑箱方法, 也可以是白箱方法。例如, 一个由 n 个元件组成的系统, 失效逻辑为串联结构, 元件失效相互独立, 如果我们已经建立了每个元件的可靠性模型, 则其系统模型可以表达为

$$R(t) = R_1(t)R_2(t) \cdots R_n(t)$$

这里 $R_i(t)$ 是第 i 个元件的可靠性函数, $i = 1, 2, \dots, n$ 。类似地, 如果失效关系是并联关系, 元件间的失效相互独立, 则系统的失效分布为

$$F(t) = F_1(t)F_2(t) \cdots F_n(t)$$

这里 $F_i(t)$ 是第 i 个元件的失效分布, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

如果系统的失效逻辑关系更为复杂, 元件间失效并不独立, 则系统的失效分布函数的表达式更为复杂。Nelson ([81], 第 13 章), Henley 和 Kumamoto ([46]) 详细地讨论了如何通过元件的可靠性求得系统的可靠性的一些方法, 并引用了这方面的有关文献。这里我们概略地介绍几种主要的方法。

1. 失效模式与影响分析 (Failure Mode and Effects Analysis——简记为 FMEA)。这种方法需要识别元件的每种失效模式及其原因, 每种失效对元件及系统的性能或安全的影响。它也可能包含引起系统失效的几种失效模式的组合。此法假定各失效模式是统计独立的。因此, 此法往往不能准确地估计系统的可靠性。它的主要价值在于能帮助我们识别那些对系统的不可靠性影响最大的元件。

2. 故障树分析 (Fault Tree Analysis)。它提供了一种系统的方法去识别最小割集 (引起系统失效的各种元件失效的组合) 并计算系统可靠性。这样, 系统的可靠性模型是以故障树的形式来描述的而不是表现为一种函数形式。

3. 相关结构分析 (Coherent Structure Analysis)。这种分析的目标与故障树分析的目标是相同的。它把元件的状况定义为一个二值函数 Q (称之为指示函数——Indicator Function): 失效状况则取值为 0, 工作状况则取值为 1。然后建立起一个系统的相关结构函数, 它是元件指示变量的函数, 用于描述系统的状况。

4. 共模失效分析 (Common Mode Failure Analysis)。一个大的系统包含若干个子系统。这种办法可以考虑子系统之间共有的失效模式, 而子系统并不是完全地统计独立的。

5. 模拟。如果采用解析方法去建模系统失效过于复杂的话, 则可采用蒙特卡诺(Monte Carlo)方法反复地模拟系统, 基于模拟结果估计出系统的可靠性及其它性能指标。

1.4 可靠性模型的应用

可靠性模型在可靠性工程和可靠性管理中起着十分重要的作用。可靠性工程涉及到产品和系统的设计、制造等方面的问题。可靠性管理涉及到产品和系统的最优维修、运行等决策问题。下面简短地讨论几个这方面的问题。

1. 确定复杂系统的可靠性。对于一个复杂的系统直接地把系统作为一个整体分析它的可靠性几乎是不可能的。合乎逻辑的作法是从功能的角度分解系统成为若干子系统和元件。然后建立起这些子系统和元件的可靠性模型, 并有机地联系它们成为整个系统的模型。有关这方面的更多的细节可以参见[95]和[14]。

2. 确定改进产品可靠性的策略。基于对可靠性模型的分析, 我们可以确立改进产品可靠性的指导方针, 包括设计修改, 改进可靠性的研究与开发, 使用冗余等等。详见[60]。

3. 风险分析。对于复杂、昂贵或者一旦失效将引起严重后果的系统, 比如核反应堆或火箭, 必须进行风险分析。风险分析涉及系统失效(火箭发射失效或反应堆泄漏或爆炸)的影响分析及其失效的概率。可靠性模型使这样的分析成为可能, 参见[10]和[46]。

4. 产品保证(Warranty)。在今天的市场, 产品保证对于消费者和商业交易发挥着日益重要的作用。保证是产品卖方对买方的一种保险。为了提供恰当的保证, 制造者或销售商必须基于产品的可靠性及制造质量等方面的因素估计期望的保证费用。在这种情况下, 产品的可靠性模型是必须的, 参见[9]。

5. 维修决策。设备随着使用年限而退化并最终失效。维修理论涉及维修活动(检查、失效前的更换或大修等类预防性活动)对设备退化的影响。维修花费人力和财力, 并且只有当所获超过支出时才是值得的。为了分析和优化维修活动, 设备的可靠性模型是必不可少的。有很多这方面的文献, 如文献[104]等。

1.5 范围

如前所述, 在一个系统里, 系统失效通常由几种失效模式所致。所以, 如果采用黑箱方法建模失效数据时, 简单模型, 如正态分布、指数分布或威布尔分布, 往往不能恰当建模这类失效数据。因此, 由两个或多个简单分布组成的复杂模型可能是恰当的模型。在这样的背景下, 已有很多这类模型被开发和研究, 第四章给出一个较为详尽的文献述评。

本书着重讨论四类复杂可靠性模型, 每类模型都由两个或多个威布尔分布所组成, 这些模型适合于建模系统失效。我们选用威布尔分布作为组成复杂模型的基本模型是有其原因的。首先从数据拟合的角度看, 它很富于弹性, 这主要归结于它的形状参数的变化上。其次, 它的失效率函数有三种形状: 减的、常数和增的, 分别对应于浴盆曲线的

三个阶段。此外，它的四个基本可靠性函数都有解析表达式，这使得在数学处理上非常方便。最后，在实际应用上，它已被广泛地使用去建模大量的机械、电子元件的失效。本书所要研究的四类模型是：

- (1) 混合模型(Mixture Model)；
- (2) 竞争风险模型(Competing Risk Model)；
- (3) 并联模型(Multiplicative Model)；
- (4) 分段模型(Sectional Model)。

对于每个模型，我们研究下面三个方面的内容：

- (1) 模型在威尔布概率纸(WPP)上的形状；
- (2) 模型的图解参数估计；
- (3) 密度函数和失效率函数的参数研究。

WPP 图形状的研究的主要用途是帮助模型选择。如果掌握了模型的 WPP 图形状，可以把实际数据画到威布尔概率纸上（在计算机上作图是很容易的，这样的软件之一是 Windows 里的 Excel）。如果数据点图散布的形状与某一模型的 WPP 图一致，则那个模型可能是一个恰当的模型。基于 WPP 图的研究结果，我们可以获得图形参数估计的方法。一般地，图形估计方法的精度不高，并且难于获得区间估计值。然而，有时也可以获得较满意的估计。例如，如果在计算机上实行这一工作，我们可以将拟合曲线和数据点画在一张图上，看两者是否吻合。如若不太吻合，可以调整参数值，直到两者较为吻合为止，这样就可以获得较为精确的估计了，我们称此方法为计算机图形迭代法。类似地，我们可以基于估计的结果尝试着给出区间估计值，然后在拟合曲线的两边各画一条包络线，并调整参数，使其很好地包容数据点，因而也可以获得大致的区间估计值，这是其一。其次，为了获得较为精确的估计，常采用解析的方法，如极大似然法。这时需要采用数值方法求解非线性方程组。其解是否收敛往往取决于给定的初始值是否较为准确。这时图解方法得到的结果将会是一个很好的初值。最后，通过对比拟合曲线与数据点图的一致程度，我们可以判定所建立的模型的优劣——即模型的合法性。

密度函数与失效率函数的参数研究也能帮助我们选择好模型。参数研究的任务是确定在何种参数组合下，对应函数的形状是什么。由于数据的频率直方图是一个经验密度函数，数据的失效率图也是一个经验的失效率函数，所以，当我们知道模型的密度函数和失效率函数的所有形状时，由数据的频率直方图及经验失效率图的形状，我们可以确定哪些模型可能是恰当的。类似地，我们也可以把对应的拟合曲线画到对应的经验图形上去，由两者的一致性判断模型的恰当性。

这样，本书基于失效数据，使用图形法，建模复杂系统的失效，为理论模型应用于实际提供了一个行之有效的途径。

由威布尔模型经变换或修改形成了一类所谓的类威布尔模型，这类模型也是本书的研究内容。

1.6 概要

本书的大体轮廓如下。

第二章讨论失效数据建模的有关问题。它首先讨论建模的基本步骤，然后讨论失效

数据的初步统计分析和各种数据图形以帮助模型选择和参数估计。

第三章讨论两参数和三参数威布尔模型。它首先给出一个关于威布尔分布的文献述评,然后讨论它的 WPP 图的形状、图形参数估计和进行密度函数及失效率函数的参数研究。

第四章对本书着重要研究的四类复杂模型给出一个文献述评,其中也包括一些评述。

第五章讨论两重威布尔混合模型。它包括模型的 WPP 图的形状研究,图解参数估计,应用实例和密度函数及失效率的参数研究。

第六章讨论三重和任意 N 重威布尔混合模型。它研究三重模型的几个特殊情况,它们的 WPP 图的形状及图解参数估计方法。本章也给出了任意 N 重模型的一些渐近结果。

类似于第五章和第六章对混合模型的研究,第七章和第八章研究威布尔竞争风险模型和并联模型。第九章研究两重威布尔分段模型(模型 I 和模型 II)。第十章将两重分段模型扩展到三重的情况。这几章的结构类似于第五章。

第十一章研究几种由威布尔模型经变换或修改所形成的新的模型——类威布尔模型。着重讨论了指数量化的威布尔模型。

最后,在第十二章给出全书的总结和一些进一步研究的方向。

第二章 建模失效数据

2.1 引言

用黑箱方法建模失效数据是一个多步骤的过程。本章讨论这个过程每个步骤，并给出简短的例子加以例证。本章的结构如下：2.2 节讨论建模过程所包含的步骤。2.3 节讨论失效数据的类型。2.4 节讨论数据的初步分析以加深对建模过程的了解。2.5 节讨论建模失效数据的两种不同方法并介绍一些常用的失效模型。2.6 节涉及模型的选择。2.7 节讨论参数估计问题。2.8 节简短地讨论模型的检验（或合法化）的问题。

2.2 建模过程

黑箱方法建模失效数据涉及下面五个步骤。

步骤 1：收集失效数据。失效数据一般有两个来源：试验数据和现场使用数据。试验数据是在控制的环境下获得的。它可以是完整的数据——所有的元件都被试验到失效，也可以是不完整的数据——在部分单元失效后试验被中止。试验既可以是常规试验也可以是加速寿命试验。

现场使用数据是指单元失效发生于使用现场。这样，运行环境是变动的，数据常常是截尾的（到观察中止时，有的单元尚未失效）。此外，数据往往不是以失效时间的形式给出，例如，它可能是不同时间区间的失效个数。数据的形式取决于所使用的数据收集系统。

当没有现成的数据时，必须收集失效数据。这时需要设计一个恰当的试验去收集数据。例如，在加速寿命试验的场合，最佳的应力级的选择，试验持续时间，试验费用等等因素都是需要认真考虑的。

步骤 2：数据的初步分析。当取得了一组失效数据之后，首先需要对数据进行初步的分析。其主要目的是获取模型选择的一些信息以帮助选择一个恰当的模型。为此，绘制不同的数据图形将对数据结构的了解大有裨益。有些数据图是与模型无关的，如数据频率直方图，而另外有些图形是与模型有关的，如概率纸图，本章后面部分将进一步讨论这个问题。

步骤 3：模型选择。这就是选择一个恰当的模型去拟合失效数据。为了有效地执行这一步，建模者应该对于各种可靠性模型的特性有一个很好的了解。值得强调的是往往存在多个模型，它们都能较好地建模同一组失效数据。

数据所对应的失效机理往往是模型选择的一个重要线索。例如，对数正态分布或者威布尔分布常被使用去建模因疲劳而产生的失效；指数分布常能很好地描述电子元件的失效。为此，建模者应该熟悉那些能较好地描述某类元件失效的一些成熟的模型。

步骤 4：参数估计。一旦模型被选定，下一步就是去估计模型参数。参数估计值是