



高等学校统编教材

# 内燃机动力学

郑启福 编

国防工业出版社



TK401

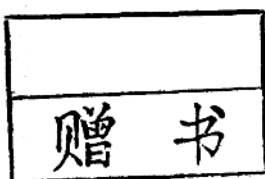
40

425330

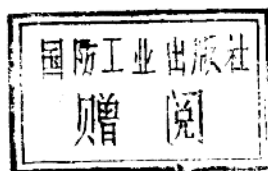
~~425330~~

# 内 燃 机 动 力 学

郑启福 编



00425330



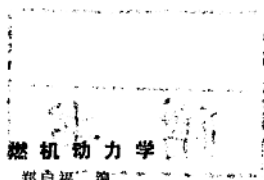
国防工业出版社

田家荣

## 内 容 简 介

本书较系统地叙述内燃机曲柄连杆机构运动学和动力学的基本理论,内容由浅入深,交代清晰,举例适当,文字简洁通畅,易于理解。全书共计七章。主要介绍内燃机常用机构的运动规律和计算方法、作用力的分析方法和计算方法、输出扭矩和转速的平稳性、曲轴的轴颈和轴承负荷分析、振动力源分析和平衡方法、内燃机在基座上的振动及其减振等问题。

本书可作为高等院校内燃机专业和动力机械专业的教材或参考书,也可供从事内燃机和动力机械设计、制造和使用部门的工程技术人员参考。



内燃机动力学

郑启福 编

国防工业出版社出版

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 1/16 印张12<sup>1</sup>/<sub>4</sub> 282千字

1991年4月第一版 1991年4月北京第一次印刷 印数: 001—420册

ISBN 7-118-00792-7/U·72 定价: 3.20元

## 出版说明

根据国务院国发〔1978〕23号文件批转试行的“关于高等学校教材编审出版若干问题的暂行规定”，中国船舶工业总公司承担了全国高等学校船舶类专业教材的编审、出版的组织工作。自1978年以来，完成了两轮教材的编审、出版任务，共出版船舶类专业教材116种，对解决教学急需，稳定教学秩序，提高教学质量起到了积极作用。

为了进一步做好这一工作，中国船舶工业总公司成立了“船舶工程”、“船舶动力”两个教材委员会和“船电自动化”、“惯性导航及仪器”、“水声电子工程”、“液压”四个教材小组。船舶类教材委员会（小组）是有关船舶类专业教材建设的研究、指导、规划和评审方面的业务指导机构，其任务是作好高校船舶类教材的编审工作，并为提高教材质量而努力。

中国船舶工业总公司在总结前两轮教材编审出版工作的基础上，于1986年制订了《1986年～1990年全国高等学校船舶类专业教材选题规划》。列入规划的教材、教学参考书等共166种。本规划在教材的种类和数量上有了很大增长，以适应多层次多规格办学形式的需要。在教材内容方面力求做到两个相适应：一是与教学改革相适应；二是与现代科学技术发展相适应。为此，教材编审除贯彻“打好基础，精选内容，逐步更新，利于教学”的原则以外，还注意了加强实践性教学环节，拓宽知识面，注重能力的培养，以适应社会主义现代化建设的需要。

这批教材由各有关院校推荐，同行专家评阅，教材委员会（小组）评议，完稿后又经主审人审阅，教材委员会（小组）复审。本规划所属教材分别由国防工业出版社、人民交通出版社以及各有关高等学校的出版社出版。

限于水平和经验，这批教材的编审出版工作还会有许多缺点和不足，希望使用教材的单位和广大师生积极提出宝贵意见，以便改进工作。

中国船舶工业总公司教材编审室

1988年3月

## 前 言

内燃机是国民经济各部门最广泛使用的动力机械之一, 内燃机动力学是研究内燃机曲柄连杆机构运动规律和作用力情况的科学, 它对内燃机可靠性、耐久性和经济性有着重要的影响。

本书是根据中国船舶工业总公司船舶动力教材委员会 1986 年 11 月上海会议通过的“船舶内燃机动力学”教学基本要求编写的, 并考虑我国陆用内燃机尤其是车用内燃机工业蓬勃发展的情况, 以及近年来国内外内燃机减振问题研究和应用的进展, 适当增加了陆用内燃机和内燃机减振等内容。

根据内燃机动力学理论性和系统性较强、学时数较少的特点, 编写本书时贯彻少而精原则, 力图使读者运用已掌握的数学、力学和机械原理等基础理论知识, 着重弄清内燃机机构的几何关系和物理概念, 结合国内外典型的内燃机机型, 来充分阐明内燃机动力学的基本理论, 帮助读者提高分析和解决实际问题的能力。鉴于内燃机结构型式繁多, 书中除兼顾多样性要求之外, 重点放在内燃机工程上具有代表性的单列式和 V 型主、副连杆式内燃机上。

本书由上海交通大学朱孟华教授担任主审。朱孟华教授以及天津大学林大渊教授、华南理工大学余乃彪教授和丘必达副教授为修改本书提出了许多宝贵意见, 华南理工大学郑晓华助理工程师承担了本书的例题计算, 对他们给予的帮助和指导在此表示衷心的感谢, 并感谢关心和支持本书编写及出版的其他同志。

由于编者水平有限, 缺点和错误在所难免, 敬请广大读者批评指正。

编 者

## 目 录

|       |                           |     |
|-------|---------------------------|-----|
| 第一章   | 内燃机运动机构的型式及分类 .....       | 1   |
| 第二章   | 曲柄连杆机构运动学 .....           | 5   |
| § 2-1 | 正置式曲柄连杆机构运动学 .....        | 5   |
| § 2-2 | 偏置式曲柄连杆机构运动的特点 .....      | 19  |
| § 2-3 | 主、副连杆机构运动学 .....          | 21  |
| 第三章   | 曲柄连杆机构动力学 .....           | 32  |
| § 3-1 | 曲柄连杆机构运动质量的换算 .....       | 32  |
| § 3-2 | 曲柄连杆机构的力源 .....           | 37  |
| § 3-3 | 正置式曲柄连杆机构作用力分析 .....      | 38  |
| § 3-4 | 主、副连杆机构作用力分析 .....        | 52  |
| § 3-5 | 主、副连杆机构基本尺寸的确定 .....      | 62  |
| § 3-6 | 发动机动力计算例题 .....           | 64  |
| 第四章   | 内燃机的输出扭矩及其回转不均匀度 .....    | 86  |
| § 4-1 | 曲柄排列和发火顺序的选择 .....        | 86  |
| § 4-2 | 输出扭矩和曲轴回转不均匀性 .....       | 90  |
| § 4-3 | 飞轮矩 $G_F D_F^2$ 的确定 ..... | 92  |
| 第五章   | 曲轴的轴颈和轴承负荷 .....          | 95  |
| § 5-1 | 曲柄销和连杆轴承的负荷 .....         | 95  |
| § 5-2 | 主轴颈和主轴承负荷 .....           | 101 |
| 第六章   | 内燃机的平衡 .....              | 111 |
| § 6-1 | 平衡的基本概念 .....             | 111 |
| § 6-2 | 单缸内燃机的平衡 .....            | 112 |
| § 6-3 | 单列式内燃机的平衡 .....           | 119 |
| § 6-4 | V型内燃机的平衡 .....            | 138 |
| § 6-5 | 内燃机的平衡特性系数表 .....         | 151 |
| 第七章   | 内燃机在基座上的振动及其减振 .....      | 166 |
| § 7-1 | 概述 .....                  | 166 |
| § 7-2 | 内燃机在弹性支承上的直线振动 .....      | 167 |
| § 7-3 | 角振动分析 .....               | 173 |
| § 7-4 | 关联振动分析 .....              | 174 |
| § 7-5 | 弹性支承减振器的结构型式和特性参数 .....   | 179 |
| 参考文献  | .....                     | 190 |

# 第一章 内燃机运动机构的型式及分类

内燃机运动机构的基本型式是曲柄连杆机构，它由活塞、连杆和曲轴三大基本构件所组成。内燃机动力学是研究内燃机在稳定工况下曲柄连杆机构的运动规律和作用力情况的科学，前者称为曲柄连杆机构运动学，主要研究三大基本构件的位移、速度、加速度与曲柄转角及各几何参数之间的关系，后者称为曲柄连杆机构动力学，主要研究三大基本构件所受各种作用力、各作用力之间的相互关系和平衡方法。

内燃机是迅速发展的动力机械，其结构型式繁多，但从动力学观点来分析，可归纳为两种分类方法。

## 一、按内燃机运动机构的基本型式分类

### (一) 正置式曲柄连杆机构

又称标准型曲柄连杆机构，是曲柄连杆机构中最基本的型式，当前绝大部分内燃机都采用这种结构方案。它的特点是气缸中心线通过并垂直于曲轴回转中心线，如图1-1(a)所示。为了减少气缸和活塞所受的侧推力和彼此间的磨损，可把活塞、活塞杆和十字头固定成一刚性体，组成十字头运动机构，如图1-1(b)所示，但十字头机构尺寸大而笨重，惯性力也相应增大，所以只有在大型低速柴油机上才采用。从动力学观点看来，图1-1(a)和图1-1(b)的运动型式是完全一致的。

把正置式曲柄连杆机构应用到多列式内燃机上，出现了所谓同心连杆式机构，这种机构的特点是每个气缸都有一套标准型曲柄连杆机构，同排各缸连杆大端与同一曲柄销连接，这些连杆大端旋转中心从轴向看是同心的，如图1-1(c)所示，连杆大端与曲柄销连接方式具有叉形连杆(图1-1(d))和并列连杆(图1-1(e))两种。同心连杆式机构可以组成单轴多列式和多轴多列式发动机，但同一曲柄销连接太多气缸，会使曲轴长度增加，导致曲轴刚度降低，因此实用上具有一定局限性。

### (二) 偏置式曲柄连杆机构

偏置式曲柄连杆机构的特点是气缸中心线不通过曲轴回转中心线，而向回转方向偏移一定的偏心距 $e$ ，如图1-1(f)所示。偏置式机构的优点是当气缸中心线朝曲轴回转方向偏置时(见图1-1(f)，气缸中心线位于曲轴回转中心线右侧)，活塞向缸壁作用的侧推力较小，气缸和活塞间的磨损减小，且在相同曲柄半径时活塞行程较大，单缸功率相应增加。缺点是机构反转时侧推力和磨损都增加，因此不能作正反转内燃机使用，也不适应系列化生产的要求。这种机构目前主要用于小型高速内燃机上。

### (三) 主、副连杆式机构

主、副连杆式机构的特点是主连杆大端与曲柄销直接连接，副连杆大端则通过销子连接在主连杆大端上，形成关节式结构，所以又称关节连杆机构，如图1-1(g)所示。根据内燃机列数的不同，一个曲柄可以连接一个主连杆和若干个副连杆工作，形成V型、对置型、W型、X型和星型等单轴多列式内燃机以及双V型、H型、三角型和四方型等多轴

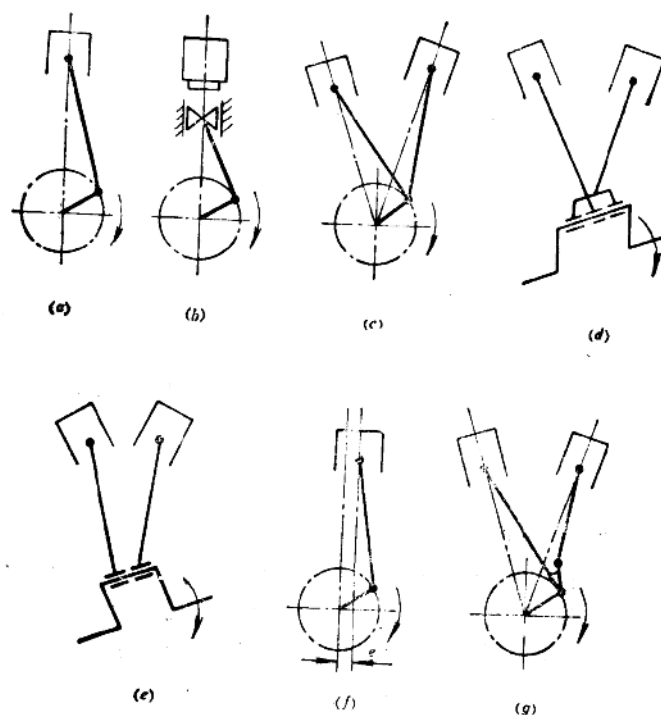


图1-1 内燃机运动机构的基本型式

(a) 正置式；(b) 十字头式；(c) 同心连杆式；(d) 同心连杆式叉形连接；  
(e) 同心连杆式并列连接；(f) 偏置式；(g) 主、副连杆式。

多列式内燃机，如图 1-2 所示。主、副连杆机构的优点是结构紧凑、整机尺寸小和重量轻、曲轴和曲轴箱等重要零件具有较大刚度，所以在多列式内燃机中得到普遍应用。

以上就是内燃机的主要运动机构，其中以正置式曲柄连杆机构和主、副连杆式机构的应用最普遍。

## 二、按内燃机运动机构的组合型式分类

### (一) 单列式发动机

又称直列式发动机，其特点是所有气缸排成一直线型式，如图 1-2(a) 所示。单列式发动机只有一根曲轴，每个曲柄连接一套结构相同的曲柄连杆机构工作。单列式发动机结构简单，制造容易，功率范围宽广，单机功率从 0.7kW 至 42MW 左右，当前绝大部分内燃机都是单列式，尤其是中、低速内燃机几乎全是单列式发动机。但单列式发动机缸数一般最多为 12 缸，否则发动机过长将引起机身纵向刚度降低，底座与曲轴变形较大，容易产生咬缸等故障，另外，曲轴过长也使发动机扭转振动性能变差。

### (二) 单轴多列式发动机

单列式发动机受到缸数限制，单机功率难以进一步提高，为了增加缸数和提高单机功率，可采用单轴多列、多轴多列和对向活塞式发动机。



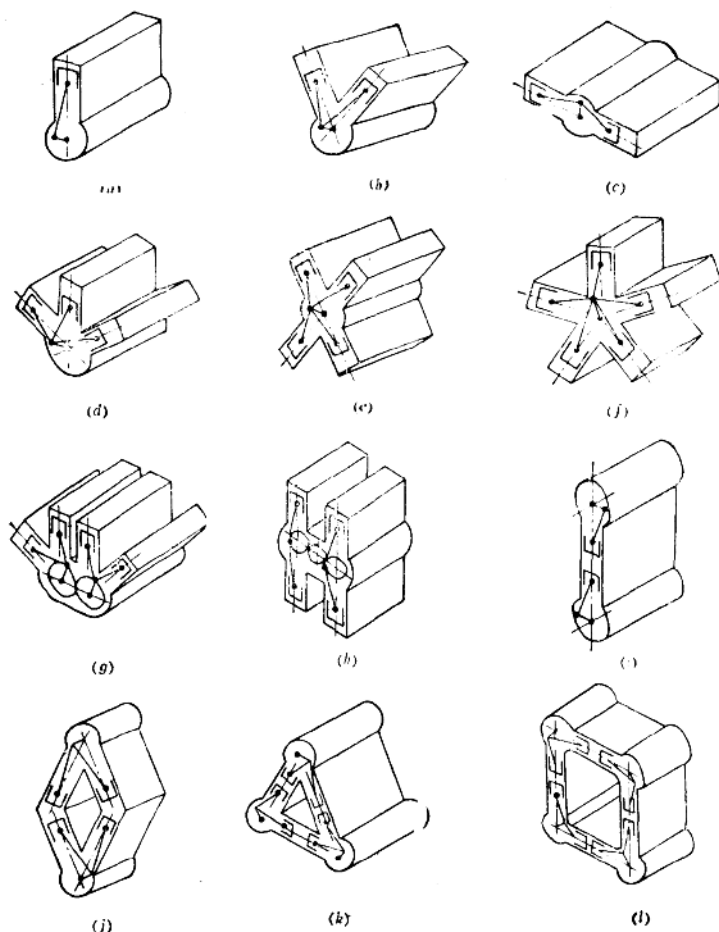


图1-2 内燃机运动机构的组合型式

(a) 单列式；(b) V型；(c) 对置型；(d) W型；(e) X型；(f) 星型；(g) 双V型；(h) H型；(i) 双轴对向活塞型；(j) 菱形；(k) 三角型；(l) 四方型。

单轴多列式发动机一个曲柄上连接二套以上的曲柄连杆机构工作，相当于二台以上的单列式发动机共用一根曲轴，如图1-2(b)~(f)所示。这类发动机功率大、结构紧凑、重量及尺寸小，适于高速和强载度高的场合使用。

### (三) 多轴多列式发动机

这种发动机可看作由几台单轴多列式发动机机构所组成，如图1-2(g)、(h)所示。由于它具有二根以上的曲轴，所以曲轴负荷减轻。多轴多列式机构通常用于高速、轻型和大功率发动机上，如国外制成六列四曲轴高速发动机，单机功率达22MW。

### (四) 对向活塞式发动机

这种发动机每个气缸内配置有二个基本上是对向运动的活塞，如图1-2(i)~(l)所示。对向活塞式发动机没有气缸盖和专门的配气机构，只是依靠两个对向运动的活塞

相位和缸壁上扫、排气口位置的配合来实现换气，因而它只能按二冲程机的原理工作。

对向活塞式发动机的优点是单位气缸工作容积较大，其单缸功率可高达2200kW，且因没有气缸盖和专门的气阀机构，所以零部件数量较少，维护保养方便，缺点是机体和曲轴箱结构复杂。这类发动机在军用舰艇、坦克和内燃机车上有一定使用数量。

由上看出，尽管内燃机组合的结构型式繁多，但从动力学观点考察，基本上都属于以上所述几种曲柄连杆机构范畴。此外，对于近代出现的不具连杆和曲轴的自由活塞式内燃机、不具连杆的斜盘式或凸盘式内燃机，以及几种回转活塞式内燃机，由于它们还未被广泛使用，故其动力学问题本书将不予讨论。

## 第二章 曲柄连杆机构运动学

### § 2-1 正置式曲柄连杆机构运动学

正置式曲柄连杆机构是内燃机中最基本的运动机构。运动学的任务主要是分析机构的运动规律。

图 2-1 是正置式曲柄连杆机构示意图, 图中  $AO$  为气缸中心线,  $O$  点为曲轴回转中心,  $B$  点为曲柄销中心,  $A$  点为活塞销中心,  $R = \overline{OB}$  为曲柄半径,  $S = 2R$  为活塞行程,  $L = \overline{AB}$  为连杆长度,  $\lambda = \frac{R}{L}$  为曲柄半径与连杆长度比, 现代内燃机  $\lambda = \frac{1}{3.2} \sim \frac{1}{5}$ 。

现代内燃机曲柄回转角速度变化很小, 可以近似地把曲柄看成是等角速度回转, 也即当发动机转速为  $n$  r/min 时, 曲柄回转角速度为  $\omega = \frac{\pi n}{30} \text{ rad/s}$ 。当曲柄连杆机构运动时, 曲柄的瞬时位置用曲柄中心线与气缸中心线间的夹角  $\alpha$  表示。 $\alpha$  称为曲柄夹角, 是曲柄连杆机构运动的主要参数, 其它运动参数都可表示为  $\alpha$  的函数。连杆的瞬时位置用连杆中心线与气缸中心线间的夹角  $\beta$  表示,  $\beta$  称为连杆摆角。

为了统一以后计算中的正负号及旋转方向, 规定以上止点为基准, 曲柄按顺时针方向回转时,  $\alpha$  依曲柄转向自气缸中心线开始量至曲柄中心线为正值,  $\beta$  依连杆摆向从气缸中心线起量至连杆中心线为正值, 如图 2-1 所示。以后计算运动机构的位移、速度和加速度, 其正负号均按上述规定来判别。

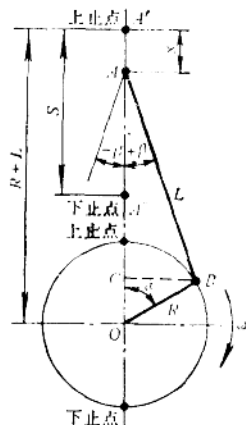


图 2-1 曲柄连杆机构示意图

#### 一、活塞运动学

##### (一) 活塞的位移

由图 2-1 可知, 当曲柄自上止点转过  $\alpha$  角时, 可得活塞位移  $x$  的公式为

$$\begin{aligned} x &= \overline{A'A} = \overline{A'O} - \overline{AO} = R + L - (\overline{AC} + \overline{CO}) \\ &= R + L - L \cos \beta - R \cos \alpha \\ &= R(1 - \cos \alpha) + L(1 - \cos \beta) \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中  $\alpha$  与  $\beta$  皆为变数, 实用时希望只含一个变数, 为此可把  $\beta$  也转化为  $\alpha$  的函数来表示。由三角形正弦规律可知

$$\begin{aligned} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} &= \frac{R}{L} = \lambda \\ \therefore \sin \beta &= \lambda \sin \alpha \end{aligned} \quad (2-2)$$

根据三角函数的基本关系:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}$$

代入式(2-1)得

$$x = R(1 - \cos \alpha) + L(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}) \quad (2-3)$$

式(2-3)就是活塞位移的准确公式。

活塞位移也可用傅里叶级数形式来表示。把 $\cos \beta$ 值按二项式定理展开:

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha - \frac{1}{8} \lambda^4 \sin^4 \alpha - \frac{1}{16} \lambda^6 \sin^6 \alpha - \dots \end{aligned} \quad (2-4)$$

把其中的正弦函数化成倍角余弦函数:

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha) \\ \sin^4 \alpha &= \frac{1}{8} (3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha) \\ \sin^6 \alpha &= \frac{1}{32} (10 - 15\cos 2\alpha + 6\cos 4\alpha - \cos 6\alpha) \\ &\dots \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \left(1 - \frac{1}{4} \lambda^2 - \frac{3}{64} \lambda^4 - \dots\right) + \left(\frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{16} \lambda^4 + \dots\right) \cos 2\alpha \\ &\quad - \left(\frac{1}{64} \lambda^4 + \dots\right) \cos 4\alpha + \left(\frac{1}{512} \lambda^6 + \dots\right) \cos 6\alpha - \dots \end{aligned}$$

代入式(2-1)整理后得

$$x = R(a_0 + a_1 \cos \alpha + a_2 \cos 2\alpha + a_4 \cos 4\alpha + \dots) \quad (2-5)$$

式(2-5)就是用傅里叶级数表示的活塞位移准确公式, 其中

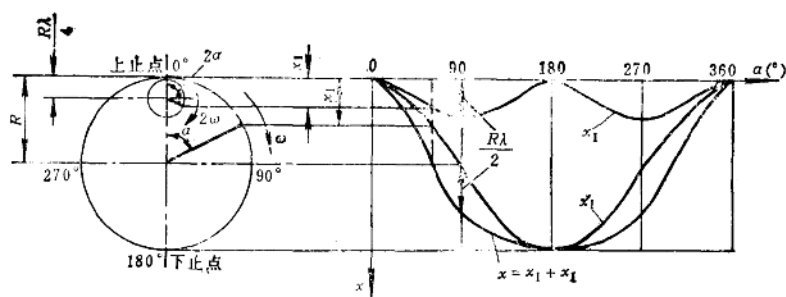
$$\begin{aligned} a_0 &= 1 - \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{3}{64} \lambda^4 - \frac{5}{256} \lambda^6 + \dots \\ a_1 &= -1 \\ a_2 &= -\left(\frac{1}{4} \lambda + \frac{1}{16} \lambda^3 + \frac{15}{512} \lambda^5 + \dots\right) \\ a_4 &= \frac{1}{64} \lambda^3 + \frac{3}{256} \lambda^5 + \dots \\ &\dots \end{aligned}$$

由上式看出, 活塞位移是一个很快收敛的无穷级数。因 $\lambda$ 值恒小于1,  $\lambda^8$ 以上的高次项数值很小, 可略去不计, 所以式(2-5)可用如下近似式来代替:

$$\begin{aligned} x &= R\left(1 + \frac{1}{4} \lambda - \cos \alpha - \frac{1}{4} \lambda \cos 2\alpha\right) \\ &= \underbrace{R(1 - \cos \alpha)}_{x_1} + \underbrace{\frac{R\lambda}{4}(1 - \cos 2\alpha)}_{x_2} \end{aligned} \quad (2-6)$$

若把式(2-4)中 $\lambda^8$ 以上高次项略去, 并代入式(2-3)中, 所得结果也与式(2-6)相同。

式(2-6)就是活塞位移的近似公式。活塞位移近似式和准确式相差很小, 在 $\alpha = 90^\circ$ 和 $270^\circ$ 时误差达到最大值, 例如当 $\lambda = 1/3.5$ 时, 按近似式算出的最大误差仅为 $0.003R$ 。

图2-2 活塞位移曲线  $x = f(\alpha)$ 

其准确度完全能满足工程设计的要求，所以工程上常用比较简单的近似式进行计算。

由式(2-6)看出，活塞的近似位移可表达为二个简谐运动  $x_1$  和  $x_2$  迭加而成，其物理意义如图 2-2 所示。图中曲线  $x_1$  的瞬时位置，相当于参考圆半径  $R$  的大小，减去该瞬时旋转矢量  $\vec{R}$  以等角速度  $\omega$  顺时针旋转时在纵坐标的投影值，即  $x_1 = R(1 - \cos \alpha)$ 。同理，对  $x_2 = \frac{R\lambda}{4}(1 - \cos 2\alpha)$ ，其参考圆半径和旋转矢量大小都为  $\frac{R\lambda}{4}$ ，而旋转矢量的等角速度则为  $2\omega$ 。根据不同  $\alpha$  值，就可得到轨迹曲线  $x_1$  和  $x_2$ ，而活塞位移曲线  $x$  则由曲线  $x_1$  和  $x_2$  迭加而成。

根据式(2-6)，当  $\alpha = 90^\circ$  时，活塞位移为  $x = R + \frac{R\lambda}{2}$ ，这表明此时曲柄转过半个行程的转角，但活塞位移则比半个活塞行程大  $\frac{R\lambda}{2}$ ，如图 2-2 所示。换句话说，当曲柄转角还在  $90^\circ$  之前时，活塞位移已到达活塞行程的一半处，连杆越短，到达时间越早。

应用简谐迭加原理，虽可作出图 2-2 中活塞位移曲线  $x = f(\alpha)$ ，但在实用中，常采用更为简便的勃列克斯活塞位移作图法，步骤如下（见图 2-3）：以  $O$  点为圆心，以  $R$  为半径作曲柄圆。在圆心  $O$  处向下止点方向量取  $\overline{OO'} = \frac{R\lambda}{2}$ ，作  $\overline{O'C}$  平行于曲柄半径  $\overline{OB}$  交圆周于  $C$  点。自  $C$  点向气缸中心线作投影得  $C'$  点，则  $\overline{B'C'}$  即为曲柄在  $\alpha$  角位置

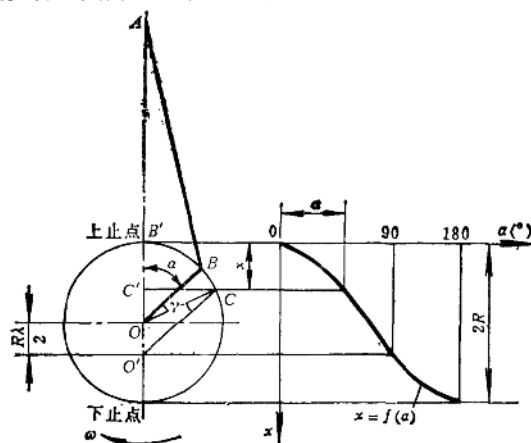


图2-3 活塞位移作图法

时的活塞位移  $x$ 。按此方法逐点作出不同曲柄夹角时的活塞位移, 就可得到活塞位移曲线  $x = f(\alpha)$ 。证明如下:

设  $\angle BOC = \gamma$

$$\begin{aligned}\text{则 } \overline{B'C'} &= \overline{B'O} - \overline{C'O} = R - R \cos(\alpha + \gamma) \\ &= R - R(\cos \alpha \cdot \cos \gamma - \sin \alpha \cdot \sin \gamma)\end{aligned}$$

在  $\triangle OO'C$  中,  $\sin \gamma = \frac{\overline{OO'}}{\overline{OC}} \cdot \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \sin \alpha$ , 且  $\gamma$  角很小,  $\cos \gamma \approx 1$ , 把这些关系代入上式得

$$\begin{aligned}\overline{B'C'} &= R - R \left( \cos \alpha - \frac{\lambda}{2} \sin^2 \alpha \right) \\ &= R(1 - \cos \alpha) + \frac{R\lambda}{4}(1 - \cos 2\alpha)\end{aligned}$$

结果与活塞位移近似式相同, 这就证明  $\overline{B'C'}$  就是活塞位移。勃列克斯作图法 假定  $\cos \gamma \approx 1$ , 求出的活塞位移是近似的, 但误差很小, 一般被作图误差所掩盖, 工程上已足够精确。

用上面的作图方法每次只能求出活塞位移曲线上的一个点, 为了求出发动机曲轴旋转一周的活塞位移曲线  $x = f(\alpha)$ , 必须求出各个曲柄角时的活塞位移值, 根据勃列克斯作图原理, 步骤如下 (见图2-4): 以  $O$  点为圆心, 活塞行程  $S = 2R$  为直径作半圆  $P$ , 从  $O$  点向下止点方向量取  $\overline{OO'} = \frac{R\lambda}{2}$ , 以  $O'$  点为圆心作任意半圆  $P'$ , 将  $P'$  分为若干等份 (图中每等份为  $30^\circ$ ), 延长各分度线与  $P$  的圆周相交, 从各交点引水平线至  $x - \alpha$  坐标中与对应的  $\alpha$  角垂线相交得 1, 2, 3, 4, ... 交点, 把这些点连成光滑曲线, 即得曲轴旋转一周的活塞位移曲线  $x = f(\alpha)$ 。

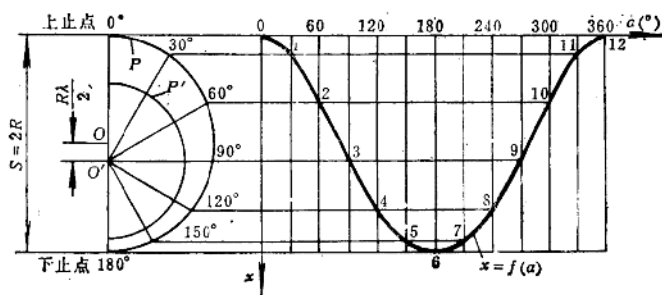


图2-4 活塞位移曲线作图法

作  $x = f(\alpha)$  曲线时, 既可用作图法, 也可用列表法。列表法是把式(2-1)改写成

$$\frac{x}{2R} = \frac{1}{2}(1 - \cos \alpha) + \frac{1}{2\lambda}(1 - \cos \beta) \quad (2-7)$$

$\frac{x}{2R}$  称为活塞位移系数, 它是一个无因次量, 表示在某  $\alpha$  值时, 活塞位移对活塞行程的比值。把各个曲柄角的  $\frac{x}{2R}$  值列表求出后, 就可画出以  $2R$  为比例尺的活塞位移曲线。

表2-1中列出了不同  $\alpha$  和  $\lambda$  时活塞位移系数的数值, 以备查用。

表2-1 不同 $\alpha$ 和 $\lambda$ 的  $\frac{1}{2}(1-\cos\alpha) + \frac{1}{2\lambda}(1-\cos\beta)$  数值

| $\alpha (^{\circ})$ | 符 号 | $\lambda$ |         |         |         |         |         |         |         |         |         | 符 号 | $\alpha (^{\circ})$ |
|---------------------|-----|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----|---------------------|
|                     |     | 1/3.2     | 1/3.4   | 1/3.6   | 1/3.8   | 1/4.0   | 1/4.2   | 1/4.4   | 1/4.6   | 1/4.8   | 1/5.0   |     |                     |
| 0                   | +   | 0.0000    | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | +   | 350                 |
| 5                   | +   | 0.00250   | 0.00246 | 0.00243 | 0.00240 | 0.00238 | 0.00235 | 0.00233 | 0.00232 | 0.00230 | 0.00228 | +   | 355                 |
| 10                  | +   | 0.00985   | 0.00981 | 0.00969 | 0.00958 | 0.00948 | 0.00939 | 0.00931 | 0.00924 | 0.00917 | 0.00910 | +   | 350                 |
| 15                  | +   | 0.02228   | 0.02197 | 0.02183 | 0.02165 | 0.02148 | 0.02130 | 0.02085 | 0.02068 | 0.02053 | 0.02039 | +   | 345                 |
| 20                  | +   | 0.03932   | 0.03878 | 0.03830 | 0.03787 | 0.03748 | 0.03713 | 0.03681 | 0.03652 | 0.03625 | 0.03601 | +   | 340                 |
| 25                  | +   | 0.06086   | 0.06003 | 0.05929 | 0.05863 | 0.05804 | 0.05750 | 0.05702 | 0.05657 | 0.05617 | 0.05579 | +   | 335                 |
| 30                  | +   | 0.08664   | 0.08547 | 0.08443 | 0.08351 | 0.08267 | 0.08192 | 0.08124 | 0.08061 | 0.08004 | 0.07952 | +   | 330                 |
| 35                  | +   | 0.11634   | 0.11479 | 0.11342 | 0.11219 | 0.11109 | 0.11010 | 0.10920 | 0.10837 | 0.10762 | 0.10693 | +   | 325                 |
| 40                  | +   | 0.14959   | 0.14763 | 0.14590 | 0.14436 | 0.14297 | 0.14172 | 0.14058 | 0.13954 | 0.13859 | 0.13772 | +   | 320                 |
| 45                  | +   | 0.18600   | 0.18362 | 0.18151 | 0.17963 | 0.17794 | 0.17642 | 0.17504 | 0.17378 | 0.17263 | 0.17157 | +   | 315                 |
| 50                  | +   | 0.22513   | 0.22232 | 0.21983 | 0.21761 | 0.21563 | 0.21383 | 0.21221 | 0.21072 | 0.20937 | 0.20812 | +   | 310                 |
| 55                  | +   | 0.26652   | 0.26329 | 0.26043 | 0.25788 | 0.25560 | 0.25354 | 0.25167 | 0.24997 | 0.24842 | 0.24699 | +   | 305                 |
| 60                  | +   | 0.30971   | 0.30607 | 0.30286 | 0.30000 | 0.29744 | 0.29513 | 0.29303 | 0.29113 | 0.28939 | 0.28779 | +   | 300                 |
| 65                  | +   | 0.35420   | 0.35020 | 0.34667 | 0.34332 | 0.34070 | 0.33817 | 0.33587 | 0.33377 | 0.33186 | 0.33010 | +   | 295                 |
| 70                  | +   | 0.39953   | 0.39521 | 0.39139 | 0.38800 | 0.38496 | 0.38223 | 0.37975 | 0.37749 | 0.37543 | 0.37354 | +   | 290                 |
| 75                  | +   | 0.44522   | 0.44064 | 0.43659 | 0.43300 | 0.42978 | 0.42688 | 0.42426 | 0.42187 | 0.41969 | 0.41768 | +   | 285                 |
| 80                  | +   | 0.49083   | 0.48605 | 0.48184 | 0.47809 | 0.47474 | 0.47172 | 0.46899 | 0.46650 | 0.46423 | 0.46215 | +   | 280                 |
| 85                  | +   | 0.53593   | 0.53103 | 0.52671 | 0.52287 | 0.51944 | 0.51635 | 0.51355 | 0.51100 | 0.50868 | 0.50654 | +   | 275                 |
| 90                  | +   | 0.58013   | 0.57519 | 0.57084 | 0.56697 | 0.56351 | 0.56039 | 0.55757 | 0.55501 | 0.55266 | 0.55051 | +   | 270                 |
| 95                  | +   | 0.62308   | 0.61819 | 0.61387 | 0.61003 | 0.60660 | 0.60350 | 0.60071 | 0.59816 | 0.59583 | 0.59370 | +   | 265                 |
| 100                 | +   | 0.66448   | 0.65970 | 0.65548 | 0.65174 | 0.64839 | 0.64537 | 0.64264 | 0.64015 | 0.63788 | 0.63580 | +   | 260                 |
| 105                 | +   | 0.70404   | 0.69946 | 0.69541 | 0.69182 | 0.68860 | 0.68570 | 0.68308 | 0.68069 | 0.67851 | 0.67650 | +   | 255                 |
| 110                 | +   | 0.74155   | 0.73723 | 0.73341 | 0.73002 | 0.72698 | 0.72425 | 0.72177 | 0.71951 | 0.71745 | 0.71556 | +   | 250                 |
| 115                 | +   | 0.77682   | 0.77282 | 0.76928 | 0.76614 | 0.76332 | 0.76078 | 0.75849 | 0.75639 | 0.75448 | 0.75272 | +   | 245                 |
| 120                 | +   | 0.80971   | 0.80607 | 0.80286 | 0.80000 | 0.79744 | 0.79513 | 0.79303 | 0.79113 | 0.78939 | 0.78779 | +   | 240                 |
| 125                 | +   | 0.84010   | 0.83686 | 0.83401 | 0.83146 | 0.82918 | 0.82712 | 0.82525 | 0.82355 | 0.82199 | 0.82057 | +   | 235                 |
| 130                 | +   | 0.86792   | 0.86510 | 0.86262 | 0.86040 | 0.85841 | 0.85662 | 0.85499 | 0.85351 | 0.85215 | 0.85091 | +   | 230                 |
| 135                 | +   | 0.89310   | 0.89072 | 0.88862 | 0.88674 | 0.88505 | 0.88353 | 0.88215 | 0.88089 | 0.87974 | 0.87868 | +   | 225                 |
| 140                 | +   | 0.91563   | 0.91368 | 0.91185 | 0.91010 | 0.90901 | 0.90776 | 0.90662 | 0.90559 | 0.90464 | 0.90377 | +   | 220                 |
| 145                 | +   | 0.93549   | 0.93394 | 0.93257 | 0.93134 | 0.93024 | 0.92925 | 0.92835 | 0.92753 | 0.92677 | 0.92608 | +   | 215                 |
| 150                 | +   | 0.95266   | 0.95150 | 0.95046 | 0.94953 | 0.94870 | 0.94795 | 0.94726 | 0.94664 | 0.94607 | 0.94554 | +   | 210                 |
| 155                 | +   | 0.96717   | 0.96634 | 0.96560 | 0.96494 | 0.96435 | 0.96381 | 0.96333 | 0.96288 | 0.96247 | 0.96210 | +   | 205                 |
| 160                 | +   | 0.97901   | 0.97847 | 0.97799 | 0.97756 | 0.97715 | 0.97682 | 0.97650 | 0.97621 | 0.97595 | 0.97570 | +   | 200                 |
| 165                 | +   | 0.98820   | 0.98790 | 0.98762 | 0.98738 | 0.98715 | 0.98695 | 0.98677 | 0.98661 | 0.98651 | 0.98631 | +   | 195                 |
| 170                 | +   | 0.99476   | 0.99462 | 0.99450 | 0.99439 | 0.99429 | 0.99420 | 0.99412 | 0.99404 | 0.99397 | 0.99391 | +   | 190                 |
| 175                 | +   | 0.99859   | 0.99866 | 0.99862 | 0.99860 | 0.99857 | 0.99855 | 0.99853 | 0.99851 | 0.99849 | 0.99848 | +   | 185                 |
| 180                 | +   | 1.00000   | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | 1.00000 | +   | 180                 |

## (二) 活塞的速度

内燃机在稳定工况时 假定曲柄作等角速度  $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$  回转。将式(2-1)对时间作一次微分, 可得活塞运动速度的准确公式:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = R\omega \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \quad (2-8)$$

将式(2-5)对时间作一次微分, 可得傅里叶级数形式的活塞运动速度准确公式:

$$v = -R\omega(a_1 \sin \alpha + 2a_2 \sin 2\alpha + 4a_4 \sin 4\alpha + \dots) \quad (2-9)$$

由上式看出, 活塞运动速度和活塞位移一样, 也是一个很快收敛的无穷级数。

将式(2-6)对时间作一次微分, 可得活塞运动速度的近似公式:

$$v = R\omega \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) \quad (2-10)$$

内燃机在稳定工况时,  $R\omega$  是一个常数, 所以, 活塞运动速度是由二个简谐运动  $v_1$  和  $v_2$  迭加而成:

$$v = \underbrace{R\omega \sin \alpha}_{v_1} + \underbrace{\frac{1}{2} R\omega \lambda \sin 2\alpha}_{v_2}$$

其物理意义如图2-5所示,  $v_1$  可视为参考圆上一旋转矢量  $\vec{R\omega}$  以等角速度  $\omega$  顺时针旋转时, 该旋转矢量在纵坐标的投影。同理,  $v_2$  可视为另一参考圆上旋转矢量  $\frac{1}{2} R\omega \lambda$  以等角速度  $2\omega$  顺时针旋转时, 该旋转矢量在纵坐标上的投影。根据不同  $\alpha$  值, 就可得到上述二个旋转矢量的轨迹曲线  $v_1$  和  $v_2$ , 而活塞速度曲线  $v$  则由曲线  $v_1$  和  $v_2$  所合成。

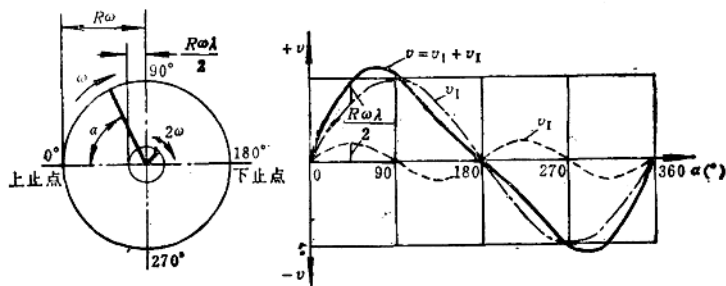


图2-5 活塞运动速度曲线  $v = f(\alpha)$

活塞速度规定从上止点向下运动为正, 反之为负。图2-5表示, 在上、下止点处, 活塞运动速度为零, 且运动方向发生改变。

活塞最大运动速度和平均速度与发动机工作柔和程度及零件磨损程度有重要关系。由图2-5看出, 活塞最大运动速度发生在曲柄转角  $90^\circ$  之前和  $270^\circ$  之后, 其准确位置可用对  $v$  求极值方法得到, 为此可把式(2-10)对  $\alpha$  作一次微分, 并令其等于零, 即

$$\frac{dv}{d\alpha} = R\omega (\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) = 0$$

$\therefore$

$$\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha = 0$$

用  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$  代入上式得

$$2\lambda \cos^2 \alpha + \cos \alpha - \lambda = 0$$



$$\therefore \cos \alpha = \frac{1}{4\lambda} (\pm \sqrt{1+8\lambda^2} - 1)$$

式中根号若取负值,  $\cos \alpha$  绝对值将大于 1, 失去意义, 故根号应取正值,

$$\cos \alpha = \frac{1}{4\lambda} (\sqrt{1+8\lambda^2} - 1)$$

于是, 活塞最大运动速度  $v_{\max}$  所在位置为

$$\alpha_{(v_{\max})} = \arccos \frac{1}{4\lambda} (\sqrt{1+8\lambda^2} - 1) \quad (2-11)$$

上式表明,  $v_{\max}$  所在位置仅和  $\lambda$  有关, 连杆愈短,  $v_{\max}$  出现愈早。表 2-2 列出  $\lambda$  和  $\alpha_{(v_{\max})}$  的关系。由此可见,  $\alpha_{(v_{\max})} = 74^\circ \sim 82^\circ$ 。

表 2-2  $\lambda$  和  $\alpha_{(v_{\max})}$  关系

| $\lambda$             | $\frac{1}{8.2}$ | $\frac{1}{3.4}$ | $\frac{1}{3.6}$ | $\frac{1}{3.8}$ | $\frac{1}{4.0}$ | $\frac{1}{4.2}$ | $\frac{1}{4.4}$ | $\frac{1}{4.6}$ | $\frac{1}{4.8}$ | $\frac{1}{5.0}$ |
|-----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\alpha_{(v_{\max})}$ | $74^\circ 28'$  | $75^\circ 10'$  | $75^\circ 50'$  | $76^\circ 26'$  | $77^\circ$      | $77^\circ 32'$  | $77^\circ 57'$  | $78^\circ 28'$  | $78^\circ 49'$  | $81^\circ 20'$  |

将式(2-11)代入式(2-10)中, 得活塞最大运动速度为

$$v_{\max} = \pm R\omega \sqrt{1 - \frac{1}{16\lambda^2} (\sqrt{1+8\lambda^2} - 1)^2} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{4} (\sqrt{1+8\lambda^2} - 1) \right] \quad (2-12)$$

在近似计算时, 可以近似地认为  $v_{\max}$  出现在  $(\alpha + \beta) = 90^\circ$ , 即曲柄与连杆相互垂直处 (见图 2-6), 根据式(2-8)

$$\text{得} \quad v_{\max} = R\omega \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \approx R\omega \frac{1}{\cos \beta}$$

从图中直角三角形  $OAB$  可知:

$$\cos \beta = \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$$

所以, 活塞最大运动速度近似公式为

$$v_{\max} \approx \pm R\omega \sqrt{1 + \lambda^2} \quad (2-13)$$

活塞平均速度  $C_m$  可由式(2-10)在上、下止点间积分, 并除以该区间的曲柄转角求出:

$$\begin{aligned} C_m &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi v d\alpha = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi R\omega \left( \sin \alpha + \frac{\lambda}{2} \sin 2\alpha \right) d\alpha \\ &= \frac{2}{\pi} R\omega = \frac{S}{\pi} \left( \frac{\pi n}{30} \right) \\ &= \frac{sn}{30} \end{aligned} \quad (2-14)$$

在内燃机中,  $C_m = 5 \sim 15 \text{ m/s}$ ,  $v \approx 1.625 C_m$ 。

活塞运动速度可以用上述准确公式或近似公式求出, 也可以用图解法求出。如图 2-7 所示, 图解法步骤如下:

1. 以  $R$  为半径作曲柄圆。

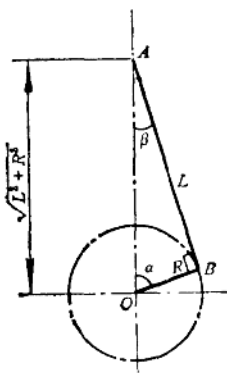


图 2-6 求  $v_{\max}$  简图