

濾 波 器

(修 訂 本)

苏联 H. Д. 波 色 著

黃庚年 楊自辰 等譯

Н. Д. БОСЫИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ
ДОПОЛНЕННОЕ И ПЕРЕРАБОТАННОЕ
· ГОСТЕХИЗДАТ УССР 1959

内 容 提 要

本书是波色著的滤波器的第三版，与第二版(杜錫鈺等譯)比較，对于晶体滤波器、磁致伸缩滤波器、RC 滤波器、滤波器設計方法，以及滤波器结构、調整和測量等章节的内容有很大的充实，并增添了机械滤波器和超高频滤波器等新章节，还增添了不少計算例題。

本书可供有线及无线电信工程技术人員参考，也可作为高等学校有关課程的参考教材。

濾 波 器 (修訂本)

著 者： 苏 联 Н. Д. 波 色

譯 者： 黄 庚 年 楊 自 辰 等

出版者： 人 民 郵 电 出 版 社

北京东四 6 条 13 号

(北京市书刊出版业营业许可证出字第〇四八号)

印刷者： 北 京 市 印 刷 一 厂

发行者： 新 华 书 店

开本 850×1168 1/32 1958 年 5 月南京第一版
印张 19 18/32 页数 313 1964 年 3 月北京第二版
印刷字数 539,000 字 1964 年 3 月北京第二版第一次印刷
印数 (精装) 367—4,516 册

統一书号：15045·总 714—有 131

定价：(科六) 3.30 元

譯 者 序

电气滤波器是明綫及电綫載波通信、无綫电通信、广播、电视以及电气測試技术中不可缺少的部件。在这方面的专门著作中，H. Д. 波色著的“滤波器”一书阐述电气滤波器的計算和理論問題十分詳尽，是一种較好的参考书。原书为苏联的高等学校教材。其第二版在我国有杜錫鈺等譯的中譯本（人民邮电出版社出版）。

原书的主要内容是：首先介紹学习滤波器所必需的二端网络和四端网络基本理論，然后叙述K型、M导出型滤波器的理論与計算。对格型滤波器、晶体滤波器、无电感滤波器也辟有专章介紹。对于根据預給衰耗頻率特性寻求滤波器最佳电路参数的計算方法，也結合实例作了专门的叙述。此外还介紹了滤波器的測量与調諧。书末并附有滤波器的計算公式及图表。

本书是1959年出版的第三版，与第二版比較，对于晶体滤波器、磁致伸縮滤波器、RC滤波器、滤波器的設計方法，以及滤波器結構、調整和測量的基本知識等章节的内容，都有很大的充实。并增添了机械滤波器和超高频滤波器基本知識等新的章节。此外，还增添了不少計算例題。

本书可作为有綫通信及无綫通信专业学习滤波器的教材，也可供有綫及无綫工程技術人員以及从事有关滤波器工作的工程人員参考。

本书由北京邮电学院黄庚年、楊自辰、安玉蓮、王豈凡、李彥滨、苏社魁、史树森、李正福、孟惠幼、金惠文及李涵秋等同志集体翻譯。并由周承联同志对譯稿第一、二、三、七、八等章做了审校。

緒 論

滤波器是多路通信机械、无线电接收机械和专门测量设备的重要部件之一。

采用有滤波器的机械，它的工作质量在很大程度上是由滤波器的电气特性确定的。

目前，滤波器的应用如此广泛而多种多样，以致不可能将它所应用到的所有领域一一列举出来。

例如，在架空明线、电缆和无线接力等通信线路多路复用的情况下，区分各个通路的电流都要使用滤波器。

在将高频通信机械接到电力传输线路时，滤波器则用来划分工业电流和高频电流。用音频电报机械或用遥控机械（遙測、遙控）等使高频通路二次复用，也要利用滤波器。滤波器也是接收机、无线电广播机以及电视机中的一种极为重要的部件。在专门的测量设备，例如频谱分析仪、非线性畸变测量仪、拍频振荡器、外差式频率测量计等等中，滤波器的应用也很广泛。消除诸如工业设备、仪表、电报电话机械、整流设备等等所造成的各种干扰，也要用滤波器来完成。在形成脉冲时所使用的迟延线，也是由若干节低通滤波器构成的。

滤波器既可工作在最低频段，也可工作在最高频段。因此，根据工作频段的不同可采用不同类型的滤波器。

应用最广泛的是 LC 滤波器，它可以用在从几十赫到几十兆赫的频段。但是，由于 LC 滤波器元件的品质因数较低，要获得较好的衰减特性有许多困难，有时甚至会完全不可能。

采用负阻抗来补偿元件中的损耗，可以改善滤波器的衰减特性。负阻抗可以利用电子管或晶体管来实现。

谐振体滤波器具有较好的衰减特性，这种滤波器的元件采用具有很高品质因数的谐振体，如压电的、磁致伸缩的或机械的谐振体。滤波器中所采用的压电谐振体，其品质因数可达 30000；机械谐振体的品

质因数可达 10000，如果采用扭轉振动，其品质因数还可达 100000；磁致伸縮諧振体的品质因数約为 5000。在这些諧振体滤波器中，应用最广泛的是晶体滤波器（压电滤波器）。这种滤波器在高稳定性和体积小的情況下具有很高的选择性。

目前由于解决了新的結構和采用了特种精密合金，机械滤波器的特性有了显著改善，它在某些情況下已开始代替晶体滤波器。

晶体滤波器用在从几百赫到几兆赫的频段，磁致伸縮滤波器应用的频段是从几十千赫到几百千赫，而机械滤波器应用的频段是从几十赫到一兆赫。

在超高频范围内，应用波导管滤波器或以綫段作为元件的滤波器。

由电阻和电容构成的 RC 滤波器也成功地应用在許多无綫电技术设备和某些专门測量设备中。这种滤波器和电子管放大器或晶体管放大器配合在一起，具有良好的选择性，并且可以用在从以赫为单位的极低频率直到几百千赫为止的频段上。

随着技术的发展和創造出新型的滤波器，滤波器的理論也发展起来了。

滤波器理論方面的首批著作出現于 1915 年（G. A. 坎貝尔、K. W. 瓦格聶尔、O. J. 曹拜尔）。最初的理論是以分析理想的电抗四端网络所构成的简单电路为基础。

使用根据这个理論研究出来的方法設計滤波器时，如果滤波器与負載之間的匹配是理想的，能很简单地算出滤波器的元件及基本型滤波器的电气特性。但在計算滿足預給条件的复合滤波器电路参数时，則需要选择組成該滤波器的各个基本节（半节）的参数（插入法）。

按工作参数設計滤波器的方法是这种滤波器理論的进一步发展。但在那时候由于滤波器綜合法的一般方法还没有充分发展，因而这个設計方法仅能計算简单电路的滤波器和一些不是最佳特性的滤波器。

现代滤波器綜合法的奠基人是 W. 考尔。他在 1937 年的著作中曾广泛应用了俄罗斯学者 П. Л. 契比舍夫的成就——函数最佳近似法。

按照这种方法計算的滤波器称为契比舍夫滤波器。

哦。

在濾波器理論發展方面，特性參數（波參數）理論前進的步伐最快。這一理論由於利用了契比舍夫方法（函數最佳近似），才有可能在構成濾波器的各節和半節互相匹配連接的條件下，根據特性參數去計算複合電路的濾波器。這個方法在W. 考爾、B.H. 里斯托夫、C.C. 柯干等的著作中有了發展。

雖然按照特性參數設計濾波器所提出的問題是如何尋求一個電路，使所包含的元件數量最少同時又滿足預給的工作衰耗特性，但是所有這些問題的解決還是不夠完善的，同時所得到的電路也不是最佳的。

目前在濾波器理論方面出現了大量的以研究工作參數為基礎的新著作（A. Ф. 別列茨基、S. 達林頓、B. A. 塔夫特、E. L. 諾爾頓、H. 比羅基、W. 巴德爾、W. 考爾等等）。

以工作參數為基礎的濾波器理論是最一般的和最完善的，因為它能夠確定出這樣的濾波器電路，這個電路不僅能工作在已給負載阻抗之間，而且只包含最低所必需的元件數量。

儘管分析法設計濾波器在發展，實際上也還應用着許多便於設計濾波器的圖解法（計算圖表和樣板法）。不過這些方法達到的精確度要比分析法差一些。

隨着濾波器設計方法發展的同時，濾波器結構也在不斷地完善。由於出現了新的作繞圈鐵心用的磁性材料、新型電容器、壓電的及磁致伸縮的以及機械的諧振體等等。因此有可能製造小型的濾波器，又由於採用了新工藝（印刷布線），濾波器的成本也顯著地降低。

目 录

译者序

緒論

第一章 四端网络与二端网络理论的基本知識

§ 1.1 四端网络的基本定义和分类	1
§ 1.2 四端网络的传输方程式	2
§ 1.3 四端网络的输入阻抗与特性阻抗	8
§ 1.4 四端网络的传输常数, 衰耗和相移	10
§ 1.5 反射衰耗	12
§ 1.6 四端网络的工作衰耗和介入衰耗	14
§ 1.7 四端网络的回波衰耗与失配衰耗	18
§ 1.8 四端网络电路的分析方法	19
§ 1.9 四端网络基本电路的特性参数	21
§ 1.10 四端网络的联接电路	28
§ 1.11 变量器	30
§ 1.12 四端网络电路的等效变换	36
§ 1.13 二端网络的基本定义和分类	48
§ 1.14 最简单的电抗二端网络	49
§ 1.15 多元件电抗二端网络 一般电抗二端网络	57
§ 1.16 二端网络电路的等效变换	62
§ 1.17 具有损耗的二端网络	79
§ 1.18 有源二端网络	86
§ 1.19 具有分布参数的二端网络	89

第二章 K型滤波器

§ 2.1 电气滤波器的基本定义及分类	90
§ 2.2 鏈形滤波器的通頻特性	94
§ 2.3 K型滤波器总述	97
§ 2.4 K型低通滤波器	98
§ 2.5 K型高通滤波器	106
§ 2.6 K型带通滤波器	111

§ 2.7 K 型带阻滤波器	117
§ 2.8 K 型滤波器电路的选择	122
§ 2.9 K 型滤波器的优点和缺点	123
§ 2.10 二端网络的选择性	125

第三章 导出滤波器

§ 3.1 获得 m 型滤波器的方法	128
§ 3.2 m 型滤波器的衰减特性	132
§ 3.3 m 型滤波器的相位特性	135
§ 3.4 m 型滤波器特性阻抗的频率特性	136
§ 3.5 m 型低通滤波器	139
§ 3.6 m 型高通滤波器	145
§ 3.7 m 型带通滤波器	147
§ 3.8 m 型带阻滤波器	152
§ 3.9 m 型滤波器的计算方法	153
§ 3.10 m 型滤波器的优点和缺点	157
§ 3.11 导出滤波器的复合节	158
§ 3.12 双 m 型导出带通滤波器	158
§ 3.13 mm' 型滤波器	169
§ 3.14 桥 T 形滤波器	176

第四章 链形滤波器的复合电路及滤波器电路的变换

§ 4.1 链形滤波器的复合电路	180
§ 4.2 滤波器的等级及其标志	192
§ 4.3 不对称滤波器	194
§ 4.4 采用不对称滤波器作为宽频带变量器	201
§ 4.5 耦合回路的选择特性	209
§ 4.6 变量器作为带通滤波器	210
§ 4.7 滤波器电路的等效变换	212
§ 4.8 平衡和不平衡的滤波器电路	216
§ 4.9 滤波器参数和电路的变换	218

第五章 桥型滤波器

§ 5.1 桥型滤波器的一般知识	223
§ 5.2 桥型滤波器的传递条件	224

§ 5.3	桥型滤波器电路的性质	227
§ 5.4	桥型低通滤波器的基本电路	231
§ 5.5	桥型高通滤波器的基本电路	236
§ 5.6	桥型带通滤波器的基本电路	239
§ 5.7	桥型带阻滤波器的基本电路	244
§ 5.8	桥型滤波器的复合电路	246

第六章 滤波器的工作特性

§ 6.1	滤波器元件中的损耗对其特性的影响	254
§ 6.2	滤波器元件中的损耗对衰减特性的影响	255
§ 6.3	损耗对滤波器特性阻抗的影响	264
§ 6.4	最佳标称特性阻抗	269
§ 6.5	滤波器的工作衰减和回波衰减	274
§ 6.6	滤波器中的幅度畸变	281
§ 6.7	改善衰减特性的方法	282
§ 6.8	滤波器中的相位畸变及其减小方法	290
§ 6.9	滤波器中的非线性畸变	295
§ 6.10	关于滤波器中过渡过程的基本概念	298
§ 6.11	滤波器在电子管电路中的工作	304

第七章 晶体滤波器

§ 7.1	晶体滤波器的一般概念	310
§ 7.2	压电效应	311
§ 7.3	晶体谐振体及其电气特性	313
§ 7.4	石英晶体片的切割及其特性	326
§ 7.5	人造晶体	328
§ 7.6	晶体谐振体的计算	331
§ 7.7	窄带晶体滤波器	338
§ 7.8	晶体滤波器工作衰减的计算	350
§ 7.9	窄带晶体滤波器的计算	353
§ 7.10	窄带晶体滤波器的匹配半节	371
§ 7.11	宽带晶体滤波器	375
§ 7.12	有展宽线圈的宽带滤波器的计算	383
§ 7.13	带阻晶体滤波器	394

§ 7.14 低通晶体滤波器	399
§ 7.15 高通晶体滤波器	404
§ 7.16 晶体滤波器的稳定性	409

第八章 磁致伸缩滤波器

§ 8.1 磁致伸缩滤波器的一般概念	411
§ 8.2 磁致伸缩效应	412
§ 8.3 磁致伸缩谐振体和它的电气特性	414
§ 8.4 磁致伸缩滤波器电路	420

第九章 机械滤波器

§ 9.1 概述	428
§ 9.2 高频机械滤波器	432
§ 9.3 高频机械滤波器结构的实现	441
§ 9.4 机电变换器	447
§ 9.5 机械滤波器的等效电路和特性	451
§ 9.6 高频机械滤波器的设计方法	456
§ 9.7 音叉滤波器的概述	458
§ 9.8 电磁变换器	459
§ 9.9 音叉滤波器的理论基础	463
§ 9.10 音叉滤波器的等效电路和衰减特性	468
§ 9.11 音叉滤波器的设计步骤	470
§ 9.12 舌簧滤波器	472

第十章 RC 滤波器

§ 10.1 概述	473
§ 10.2 低通和高通无源 RC 滤波器	474
§ 10.3 无源带通 RC 滤波器	482
§ 10.4 无源带阻 RC 滤波器	486
§ 10.5 有源 RC 滤波器	494

第十一章 滤波器的设计方法

§ 11.1 滤波器设计总述	504
§ 11.2 按特性参数设计滤波器的基础	505
§ 11.3 理论截止频率和负载系数的确定	508
§ 11.4 阻频带利用系数和滤波器衰减等级的确定	510

§ 11.5 阻頻帶內衰耗峰頻率和最小衰耗頻率的确定	512
§ 11.6 鏈形滤波器的設計步驟	516
§ 11.7 滤波器的图解法設計	523

第十二章 滤波器并联运用

§ 12.1 滤波器并联运用概述	527
§ 12.2 具有二級特性阻抗的低通和高通滤波器的并联运用	528
§ 12.3 具有三級特性阻抗的低通和高通滤波器的并联运用	536
§ 12.4 带通滤波器的并联运用	541

第十三章 超高频滤波器的初步知識

§ 13.1 超高频滤波器的元件	545
§ 13.2 关于超高频滤波器电路和特性的初步知識	547

第十四章 关于滤波器的結構、調整和測量的基本知識

§ 14.1 构成滤波器的元件	549
§ 14.2 滤波器的調諧	559
§ 14.3 滤波器測量概述	564
§ 14.4 工作衰耗的測量	564
§ 14.5 特性衰耗的測量	566
§ 14.6 滤波器的輸入阻抗及特性阻抗的測量	569
§ 14.7 反射系数的測量	570
§ 14.8 相移的測量	573
§ 14.9 滤波器非綫性衰耗的測量	577
§ 14.10 滤波器元件的測量	578
§ 14.11 測量滤波器电气特性时可能的誤差及其消除方法	579

附 录

計算各种滤波器节的公式和曲綫总表	582
e^a 、 e^{-a} 、 $\text{sh}b$ 、 $\text{ch}b$ 、 $\text{th}b$ 表	598
参考文献	609

第一章 四端网络与二端网络

理論的基本知識

§ 1.1 四端网络的基本定义和分类

任何具有四个端子的复杂网络，其中两个为电能輸入端，两个为电能輸出端，称为四端网络。

四端网络可按照各种不同的特征分类，根据四端网络各元件的綫性关系，可以为綫性和非綫性四端网络。

輸入和輸出电流、电压之間的关系是直綫性的四端网络，称为綫性四端网络，如果它們之間关系是非綫性的，則称为非綫性四端网络。

根据四端网络内部有无电源可分为有源和无源四端网络。

内部包含电动势的为有源四端网络（放大器、某些类型的滤波器 etc.）。

内部不包含电动势的为无源四端网络（綫路、变量器、电气滤波器、均衡器、衰耗器及人工模拟綫路等）。

在无源四端网络中，应该注意只包含电抗元件的电抗四端网络这种类型。电气滤波器在大多数情况下都是电抗性四端网络。

按照电路，又可分为 Γ 形、T 形、 Π 形、桥 T 形、桥型和单元件型四端网络。

依照电路的对称性，四端网络可以是对称的和非对称的，平衡的和非平衡的。

在四端网络中，經過其中心引一垂直軸，如其一側的电路与該軸另一側的电路具有鏡象关系，这样的四端网络称为对称四端网络。

經過四端网络的中心，引一纵向軸（橫軸），如具有对称的电路，則称为平衡四端网络。

一般的四端网络，是由电阻和电抗元件组成，并且具有串臂和并臂。

电流沿着传输方向流过的臂称为串臂。

在平衡电路中，并臂是指并接在串臂的两个对称点之间的臂，在不平衡电路中，并臂是指并接在串臂和接地导体之间的臂。桥型四端网络的并臂有时也叫做对角臂。

§ 1.2 四端网络的传输方程式

四端网络的传输方程式可以表示如下：

以导纳系数（参数）表示

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 \\ I_2 &= Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 \end{aligned} \right\}, \quad (1.1)$$

以阻抗系数表示

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \right\}, \quad (1.2)$$

或以一般系数表示

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= A_1U_2 + BI_2 \\ I_1 &= CU_2 + A_2I_2 \end{aligned} \right\}. \quad (1.3)$$

当传输方向改变，电源接在 2-2 端而接收器（负载）接在 1-1 端时，传输方程式也就改变，亦即第一行的第一个系数与第二个系数位置互换。

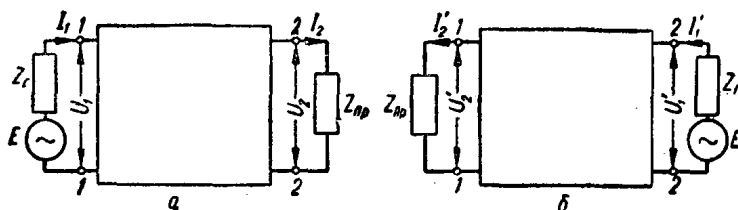
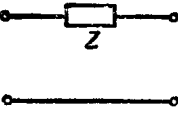
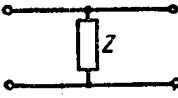
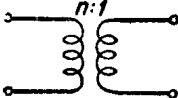
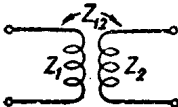
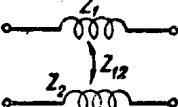
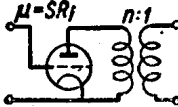
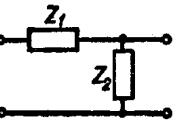


图 1.1 四端网络传输电路

a. 电源接在 1-1 端，b. 电源接在 2-2 端

根据这一关系，以一般系数表示的传输方程式应为：

表 1.1

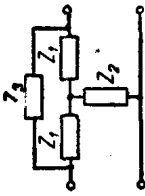
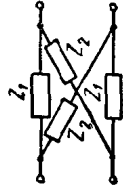
四端网络电路	$\ A \ $	$\ Z \ $	$\ Y \ $
	$\begin{vmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} \frac{1}{Z} & -\frac{1}{Z} \\ \frac{1}{Z} & -\frac{1}{Z} \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} Z & -Z \\ Z & -Z \end{vmatrix}$	
	$\begin{vmatrix} \pm n & 0 \\ 0 & \pm \frac{1}{n} \end{vmatrix}$		
	$\pm \frac{1}{Z_{12}} \begin{vmatrix} Z_1 Z_1 Z_2 - Z_{12}^2 \\ 1 & Z_2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} Z_1 \mp Z_{12} \\ \pm Z_{12} - Z_2 \end{vmatrix}$	$\frac{1}{Z_1 Z_2 - Z_{12}^2} \begin{vmatrix} Z_2 \mp Z_{12} \\ \pm Z_{12} - Z_1 \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} 1 & Z_1 + Z_2 \pm 2Z_{12} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$		$\frac{1}{Z_1 + Z_2 \pm 2Z_{12}} \begin{vmatrix} 1 - 1 \\ 1 - 1 \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} \mp \frac{n}{\mu} & \mp \frac{1}{nS} \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$		$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \mp nS - \frac{n^2}{R_1} \end{vmatrix}$
	$\begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 - Z_2 \\ Z_2 & -Z_2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_1} \\ \frac{1}{Z_1} & -\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} \end{vmatrix}$

注：上一符号用在变压器线捲逆接时，下一符号用在变压器线捲顺接时

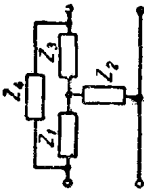
表 1.2

电 路	$\ A \ $	$\ Z \ $	$\ Y \ $
	$\left\ \frac{Z_1 + Z_3}{Z_2} + \frac{K}{\frac{Z_2}{Z_1 + Z_3}} \right\ $	$\left\ \frac{Z_1 + Z_3}{Z_2} - \frac{Z_2}{-(Z_1 + Z_3)} \right\ $	$\frac{1}{K} \left\ \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} - \frac{Z_2}{-(Z_1 + Z_3)} \right\ $
	$\left\ \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} - \frac{Z_1(Z_1 + 2Z_2)}{\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}} \right\ $	$\left\ \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} - \frac{Z_2}{-(Z_1 + Z_2)} \right\ $	$M \left\ \frac{Z_1 + Z_2 - Z_2}{Z_2} - \frac{Z_2}{-(Z_1 + Z_2)} \right\ $
	$\left\ \frac{Z_1 + Z_3}{Z_2} - \frac{Z_1}{\frac{Z_1 + Z_2}{Z_2}} \right\ $	$\left\ \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3} - \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \right\ $	$\left\ \frac{Z_1 + Z_3}{Z_1 Z_2} - \frac{1}{Z_1} - \frac{Z_1 + Z_3}{Z_1 Z_3} \right\ $
	$\left\ \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} - \frac{2Z_2 + Z_1}{Z_2^2} \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \right\ $	$\left\ \frac{Z_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_2} - \frac{Z_2^2}{Z_1 + 2Z_2} \frac{Z_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_2} \right\ $	$\left\ \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} - \frac{1}{Z_1} - \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} \right\ $
註: $K = Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3$, $M = \frac{1}{Z_1(Z_1 + 2Z_2)}$			

表 1.3

		
$\ A\ $	$\frac{1}{Z_1^2 + Z_2(2Z_1 + Z_3)} \left\ \begin{array}{l} Z_1(Z_1 + Z_3) + Z_2(2Z_1 + Z_3) \\ 2Z_1 + Z_3 \end{array} \right\ \left\ \begin{array}{l} Z_1 Z_3(Z_1 + 2Z_2) \\ Z_1(Z_1 + Z_3) + Z_2(2Z_1 + Z_3) \end{array} \right\ $	$\frac{1}{Z_2 - Z_1} \left\ \begin{array}{l} Z_1 + Z_2 \\ 2 \end{array} \right\ \left\ \begin{array}{l} 2Z_1 Z_2 \\ Z_1 + Z_2 \end{array} \right\ $
$\ Z\ $	$\frac{1}{2Z_1 + Z_3} \left\ \begin{array}{l} Z_1(Z_1 + Z_3) + Z_2(2Z_1 + Z_3) \\ Z_1^2 + Z_2(2Z_1 + Z_3) \end{array} \right\ \left\ \begin{array}{l} -[Z_1^2 + Z_2(2Z_1 + Z_3)] \\ -[Z_1(Z_1 + Z_3) + Z_2(2Z_1 + Z_3)] \end{array} \right\ $	$\frac{1}{2} \left\ \begin{array}{l} Z_1 + Z_2 \\ Z_2 - Z_1 \end{array} \right\ \left\ \begin{array}{l} Z_1 - Z_2 \\ -(Z_1 + Z_2) \end{array} \right\ $
$\ Y\ $	$\frac{1}{Z_1 Z_3(Z_1 + 2Z_2)} \left\ \begin{array}{l} Z_1(Z_1 + Z_3) + Z_2(2Z_1 + Z_3) \\ Z_1^2 + Z_2(2Z_1 + Z_3) \end{array} \right\ \left\ \begin{array}{l} -[Z_1^2 + Z_2(2Z_1 + Z_3)] \\ -[Z_1(Z_1 + Z_3) + Z_2(2Z_1 + Z_3)] \end{array} \right\ $	$\frac{1}{2Z_1 Z_2} \left\ \begin{array}{l} Z_1 + Z_2 \\ Z_2 - Z_1 \end{array} \right\ \left\ \begin{array}{l} Z_1 - Z_2 \\ -(Z_1 + Z_2) \end{array} \right\ $

續表 1.3

	
$\parallel A \parallel$	$\frac{1}{Z_1 Z_3 + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)} \parallel \frac{Z_1 (Z_3 + Z_4) + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)}{Z_1 + Z_3 + Z_4} \parallel \frac{Z_1 (Z_1 Z_3 + Z_1 Z_3 + Z_1 Z_3)}{Z_3 (Z_1 + Z_4) + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)}$
$\parallel Z \parallel$	$\frac{1}{Z_1 + Z_3 + Z_4} \parallel \frac{Z_1 (Z_3 + Z_4) + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)}{Z_1 Z_3 + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)} \parallel -[Z_1 Z_3 + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)]$
$\parallel Y \parallel$	$\frac{1}{Z_4 (Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3)} \parallel \frac{Z_3 (Z_1 + Z_4) + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)}{Z_1 Z_3 + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)} \parallel -[Z_1 Z_3 + Z_2 (Z_1 + Z_3 + Z_4)]$