高等学校教学用书

生物统计

刘来福　程书肖　编著

北京师范大学出版社

58·1057
6

高等学校教学用书

生 物 统 计

刘来福 程书肖 编著

北京师范大学出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了处理生物科学观测数据常用的统计学方法及其所依据的统计学的基本原理。各章均配备了一定数量的练习题以利于读者掌握书中介绍的方法及其基本原理。本书可作为大学生物系生物统计课的教材，以及农林、医药院校生物统计课的教学参考书。

高等学校教学用书

生 物 统 计

刘来福　程书肖　编著

•

北京师范大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

邯郸地区印刷厂印刷

开本：850×1168　1/32　印张：16　字数：395 千

1988年5月第1版　　1988年5月第1次印刷

印数：1—5 000

ISBN 7—303—00056—9／O·61

定 价：3.20元

前　言

生物统计实质上就是数理统计的分析方法在处理生物学观测资料上的应用。随着生物科学的发展，越来越多的人希望使用统计学方法来处理生物学的观测资料。经验表明，生物统计方法正确使用的关键之一就在于对所使用的方法的统计学原理的理解。

近年来，编者曾为我校生物系本科生、研究生及数学系开设了生物统计课。本书就是在该课讲义的基础上修改而成的。作为生物数学方面的一本参考书提供给读者，它主要介绍常用的生物统计方法的统计学原理及其应用。

这是一本应用统计的书籍。除了有关的数学原理之外，我们将用一定的篇幅来介绍常用的生物统计方法，如何使用这些方法来分析复杂多变的生物学观测资料以及一些常用的统计计算方法。至于有关生物学方面的内容，我们不打算进行深入的讨论，尽量限于多数人都能了解的常识性的知识。

常用的生物统计方法的数学原理也是本书的重点之一。为了便于非数学工作者阅读，在论述过程中，我们在一定程度上放弃了数学上的严谨性，略去了推证中较为复杂的证明过程以及牵涉到的较深的数学知识。凡具有微积分和矩阵代数知识的读者均可阅读本书。正如前面所述，生物统计方法的正确使用，在很大程度上取决于对其统计学原理的理解。因此，尽管本书用了一定的篇幅较详细地交待了统计分析的方法，但仍希望读者在掌握这些方法时不要过分回避有关统计学原理的论述。对于某些方面希望能更深入了解的读者也会在书末所附的参考文献中找到所需

要的材料。

书中所引用的有关生物学的例题和习题多数来自书末所附的参考文献。在此，对有关作者深表谢意。这些问题在这里仅仅作为使用统计方法进行分析的例子。为了便于理解和叙述，其中的某些作了必要的修改。因此这些例题不一定适于在生物学方面进行深入的讨论。

本书前八章为生物统计的基本内容，可以作为大学数学系或生物系本科生物统计课的教材以及农、林、医药等院校生物统计课的教学参考书，也可供有关生物科学工作者参考。后三章系较进一步的知识和方法，论述也较深入，仅供有兴趣的读者参考。

本书前三章和第十一章中序贯抽样一节由程书肖同志编写，其余各章节由刘来福同志编写。全书由程书肖同志校订并对习题做了补充整理。限于编者的水平，书中会有缪误和不妥，恳请读者批评指正。

编著者

于北京师范大学　数学系

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

目　录

第一章　随机事件与概率

§1　事件及其运算

在客观世界中，人们经常会遇到两类现象：一类是确定性现象．例如，从高空扔一重物一定会落到地上；纯水在标准大气压下加热到100℃一定会沸腾；小麦从播种到收割总要经过发芽、生长、抽穗、开花、结实这几个阶段．这一类现象的特点是：在一定的条件下，必然会出现可以预言的某种肯定的结果．但是，人们还会遇到另一类现象，这一类现象的特点是在一定的条件下其结果却是不可予言的，不肯定的．例如，新生婴儿可能是男孩也可能是女孩；取100粒种子作发芽试验，可能100粒都发芽，也可能99粒发芽或98粒发芽，……也可能100粒都不发芽．在一定的条件下具有多种可能结果而究竟出现哪一种结果事先不可预言的现象叫做随机现象．对于随机现象，人们关心的是在一定的条件下某一结果是否出现．从一次试验或一次观测中某一结果是否出现事先是不可预言的，这一结果是否出现具有偶然性，似乎没有规律．但是经过反复的大量的重复试验和观测，这些偶然现象却会呈现出某种规律性．例如，对一粒种子是否发芽我们事先无法预言，但是经过反复试验，一批种子的发芽率却是可以找到的．单独一次的不肯定性和累积结果的有规律性常常出现于科学实验之中．我们把这种规律性称之为统计规律．生物统计正是研究生物界中随机现象统计规律的一门科学．

一　随机事件

随机现象的每一个结果叫做一个随机事件，简称为事件．用大写字母A，B，C等来表示．

对于同一随机现象进行研究，讨论的范围不同，考虑问题的角度不同，就会产生不同的结果，因而得到不同的随机事件．

例如，对三粒油菜种子进行发芽试验，其结果可能是：

A_0：三粒都不发芽；

A_1：恰有一粒发芽；

A_2：恰有两粒发芽；

A_3：三粒都发芽．

在现在的研究范围内（只考虑三粒种子中有几粒发芽）就只有这四个事件不能再分解了．在一定的研究范围内不能再分解的事件叫做基本事件．

但是，如果假定这三粒油菜种子分别依次放在三个不同的培养皿中作的发芽试验，我们不仅要考虑三粒种子中有几粒发芽，而且还要考虑是第几个培养皿中的种子发芽．也就是把这三粒种子看作是有顺序的，分为第一粒种子，第二粒种子和第三粒种子．结果就会得到八个基本事件：

B_1：三粒都不发芽；

B_2：第一粒发芽，但第二、三粒不发芽；

B_3：第二粒发芽，但第一、三粒不发芽；

B_4：第三粒发芽，但第一、二粒不发芽；

B_5：第一、二粒发芽，但第三粒不发芽；

B_6：第一、三粒发芽，但第二粒不发芽；

B_7：第二、三粒发芽，但第一粒不发芽；

B_8：三粒都发芽．

在现在的研究范围内（考虑种子的顺序）以上八个事件不能再分解了．此时，“恰有一粒种子发芽”已经不再是基本事件，

因为它可以分解为B_2、B_3、B_4。或者说，A_1是由基本事件B_2、B_3、B_4组成的。

在一定的研究范围内，由基本事件所组成的事件叫做复杂事件。

我们看到，基本事件有一个很重要的性质：就是在一次试验中只能发生基本事件中的一个。换句话说，在一次试验中两个或者两个以上的基本事件不可能同时发生。

在一定的条件下必然发生的事件叫做必然事件，用Ω表示。在一定的条件下肯定不发生的事件叫做不可能事件，用φ表示。必然事件和不可能事件虽然不是随机事件，但是为了研究问题方便，也把它们看作特殊的随机事件。

例如，“水沸腾”是条件“纯水，一个大气压，100℃”下的必然事件；“水结冰”是上述条件下的不可能事件。

二　事件之间的关系和运算

1．包含关系

若事件A发生，则事件B一定发生，则称事件B包含事件A，记作$A\subseteq B$。

例如，在三粒油菜种子发芽试验中

$B_2\subseteq A_1$，$B_3\subseteq A_1$，$B_4\subseteq A_1$。

2．相等关系

若事件A和事件B满足以下关系：

$$A\subseteq B \text{且} B\subseteq A$$

则称A和B相等，记作$A=B$。

例如，从三株白花豌豆和两株红花豌豆中任意取出两株。用A表示事件“取出的两株中一株开红花，一株开白花”；用B表示事件“取出的两株花的颜色不相同”，则$A=B$。

3．两事件的和（并）

例如，甲乙两只狐狸追逐同一只兔子，如果用A表示事件

试读结束，需要全本请在线购买：www.ertongbook.com

“狐狸甲追到兔子”，用B表示事件“狐狸乙追到兔子”，用C表示事件“狐狸追到兔子”。试问：C是怎样的一个事件呢？

C表示狐狸追到兔子，可能是狐狸甲追到的，也可能是狐狸乙追到的。就是说，C是这样一个事件：“狐狸甲追到兔子或者狐狸乙追到兔子”。可见，A发生或者B发生也是一个事件，这就是事件C，记作$C=A+B$（或$A\cup B$）。

称C为事件A和事件B的和，它通常包含着以下三个部分：

（1）A发生而B不发生；

（2）B发生而A不发生；

（3）A与B都发生。

$A+B$也可以说成是“事件A与事件B中至少有一个发生”。

事件的和可以推广到多个的情形：

如果事件A_1，A_2，…，A_n中至少有一个发生这一事件记作B，则

$$B=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

或者 $$B=\bigcup_{i=1}^{n}A_i$$

称B为n个事件A_1，A_2，…，A_n之和（并）。

例如，在前面提到的关于三粒油菜种子发芽的试验中，就有

$$A_1=B_2+B_3+B_4$$

4．两事件的差

A发生但B不发生也是一个事件，记作$A-B$，称为事件A，B之差。

在狐狸追兔子的例子中，$A-B$表示事件“狐狸甲追到兔子，而狐狸乙没有追到兔子”。

5．两事件的积（交）

A和B同时发生也是一个事件，称为事件A，B之积（交），

记作AB或$A\cap B$。

例如，用A表示事件“第一粒种子发芽”，B表示事件“第二粒种子发芽”，则AB表示事件“两粒种子都发芽”。

事件的积（交）可以推广到多个事件的情形：

如果把n个事件A_1，A_2，…，A_n同时发生这一事件记作B，则

$$B = A_1 A_2 \cdots A_n \qquad \text{或} \qquad B = \bigcap_{i=1}^{n} A_i。$$

6．事件的逆

A不发生也是一个事件，称作事件A的逆，记作$\overline{A}$。

$A-B$可以写成A和$\overline{B}$的积的形式$A\overline{B}$，表示事件“A发生但B不发生”。

例如，在三粒油菜种子的发芽试验中，如果用A表示事件“第一粒种子发芽”，B表示事件“第二粒种子发芽”，C表示事件“第三粒种子发芽”，则ABC表示事件“三粒种子都发芽”，而$A\overline{B}\,\overline{C}$表示事件“第一粒种子发芽，但第二、三粒不发芽”。

7．互不相容

在一次试验中，如果事件A和事件B不同时发生，就叫做A和B是互不相容的。记作$AB=\phi$。

例如，任何两个基本事件都是互不相容的。

如果A_1，A_2，…，A_n是一组事件而且$A_iA_j=\phi$（$i \neq j$ i，$j=1$，2，…，n），则称这些事件构成一个互不相容的事件组。例如，随机现象的所有基本事件就构成一个互不相容的事件组。在三粒油菜种子的发芽试验中，B_1，B_2，…，B_8就构成一个互不相容的事件组。

8．对立

如果事件A和B满足以下关系

$$A+B=\Omega \qquad 且 \qquad AB=\phi$$

则称A和B互为对立事件，简称A，B对立。

例如，如果用A表示事件"种子发芽"，用B表示事件"种子不发芽"，则A和B是对立关系。

特别地，A和$\overline{A}$互为对立事件。

值得注意的是事件A和B互不相容与事件A和B对立的区别与联系：若A，B对立，则A，B一定互不相容；但反过来却不一定成立。

例如，在三粒油菜种子的发芽试验中，如果用A表示事件"三粒都发芽"，用B表示事件"三粒都不发芽"，则A和B互不相容，但却不是对立关系，因为A，B之和不是必然事件。

三 事件运算的主要性质

1. 交换律

$A+B=B+A$（加法交换律）

$AB=BA$（乘法交换律）

2. 结合律

$(A+B)+C=A+(B+C)$（加法结合律）

$(AB)C=A(BC)$（乘法结合律）

3. 分配律

$(A+B)C=AC+BC$ （第一分配律）

$AB+C=(A+C)(B+C)$（第二分配律）

4. 对偶原则

$\overline{A+B}=\overline{A}\,\overline{B}$； $\overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}$。

推广到n个事件的情形：

$\overline{A_1+A_2+\cdots+A_n}=\overline{A}_1\overline{A}_2\cdots\overline{A}_n$ 或者

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i}$$

$\overline{A_1A_2\cdots A_n}=\overline{A}_1+\overline{A}_2+\cdots+\overline{A}_n$ 或者

$$\overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}$$

特例:

1）$\overline{\Omega}=\phi$，　$\overline{\phi}=\Omega$，　$\overline{(\overline{A})}=A$。

2）$A+\Omega=\Omega$，$A+\phi=A$；$A\Omega=A$，$A\phi=\phi$。

3）若$A\subseteq B$，则$A+B=B$，$AB=A$。

4）$AA=A$，$A+A=A$。

例1.1　设A，B，C是三个随机事件，试用A，B，C表示下列事件

1）A发生；

2）恰好A发生；

3）A，B，C恰有一个发生；

4）A，B，C至少一个发生；

5）A，B，C至少一个不发生；

6）A，B，C同时发生；

7）A，B，C同时不发生；

8）A，B，C不同时发生；

9）A，B，C至少两个发生；

10）A，B，C至多两个发生。

解：

1）A发生即$A\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$。

2）恰好A发生即$A\overline{B}\,\overline{C}$。

3）A，B，C恰有一个发生，即$A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C$。

4）A，B，C至少一个发生，即$A+B+C$。

5）A，B，C至少一个不发生，即$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$。

6）A，B，C同时发生即ABC。

7）A，B，C同时不发生即$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$。

8）A，B，C不同时发生即 $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$或者记作$\overline{ABC}$。

9）A，B，C至少两个发生，即

$$AB+AC+BC。$$

10）A，B，C至多两个发生，即

$$\overline{A\,B\,C}\quad \text{或者}\quad \bar{A}+\bar{B}+\bar{C}。$$

可以看出：5）、8）、10）是等价的，是同一个事件的不同说法。

例1.2 试问：$(B+C)(B+\bar{C})(\bar{B}+C)$表示的是什么事件？

解：因为$(B+C)(B+\bar{C})(\bar{B}+C)$

$$=(B+C)(\bar{B}+C)(B+\bar{C})$$

$$=(B\bar{B}+C)(B+\bar{C})$$

$$=BC$$

所以$(B+C)(B+\bar{C})(B+C)$表示的是B和C同时发生这一事件。

§2　概率及其基本性质

一　样本空间

对于事件及其运算如果应用点集的概念和几何图示法则比较直观和易于理解。对任一随机现象进行研究和观测，我们感兴趣的是试验的结果。每一个试验结果叫做一个样本点，一般用ω来表示。称样本点的全体所组成的集合为样本空间，记作Ω。我们可以把事件定义为样本空间Ω的子集，称某事件发生当且仅当它所包含的某一个样本点出现。这样，样本空间中的每一个元素就是一个样本点。基本事件就是只包含一个元素的单点集，复杂事件就是包含Ω中的若干个元素的集合。因为在每次试验中必然会

出现Ω中的某个样本点，故Ω必然发生，所以我们把样本空间Ω看作必然事件．类似地，把空集ϕ看作不可能事件．

这样一来，集合论的知识就可以全部用来解释事件及其运算．我们把它们的术语对照列表与图示如下：

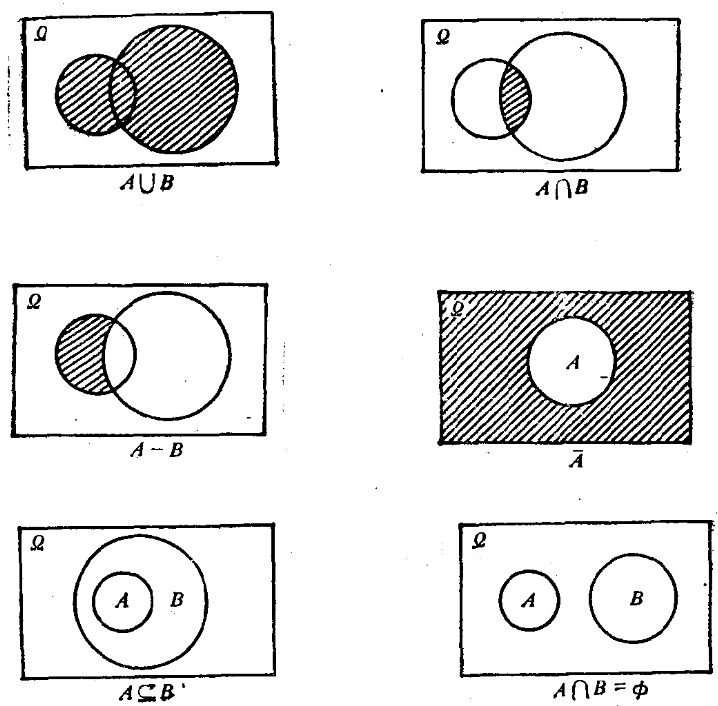

图 1.1

例1.3　新生婴儿的性别，其结果有两个ω_1＝（男），ω_2＝（女），样本空间$\Omega=\{\omega_1,\ \omega_2\}$

例1.4　对三粒油菜种子作发芽试验（考虑顺序），有八个结果：

ω_1：三粒都不发芽；

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com