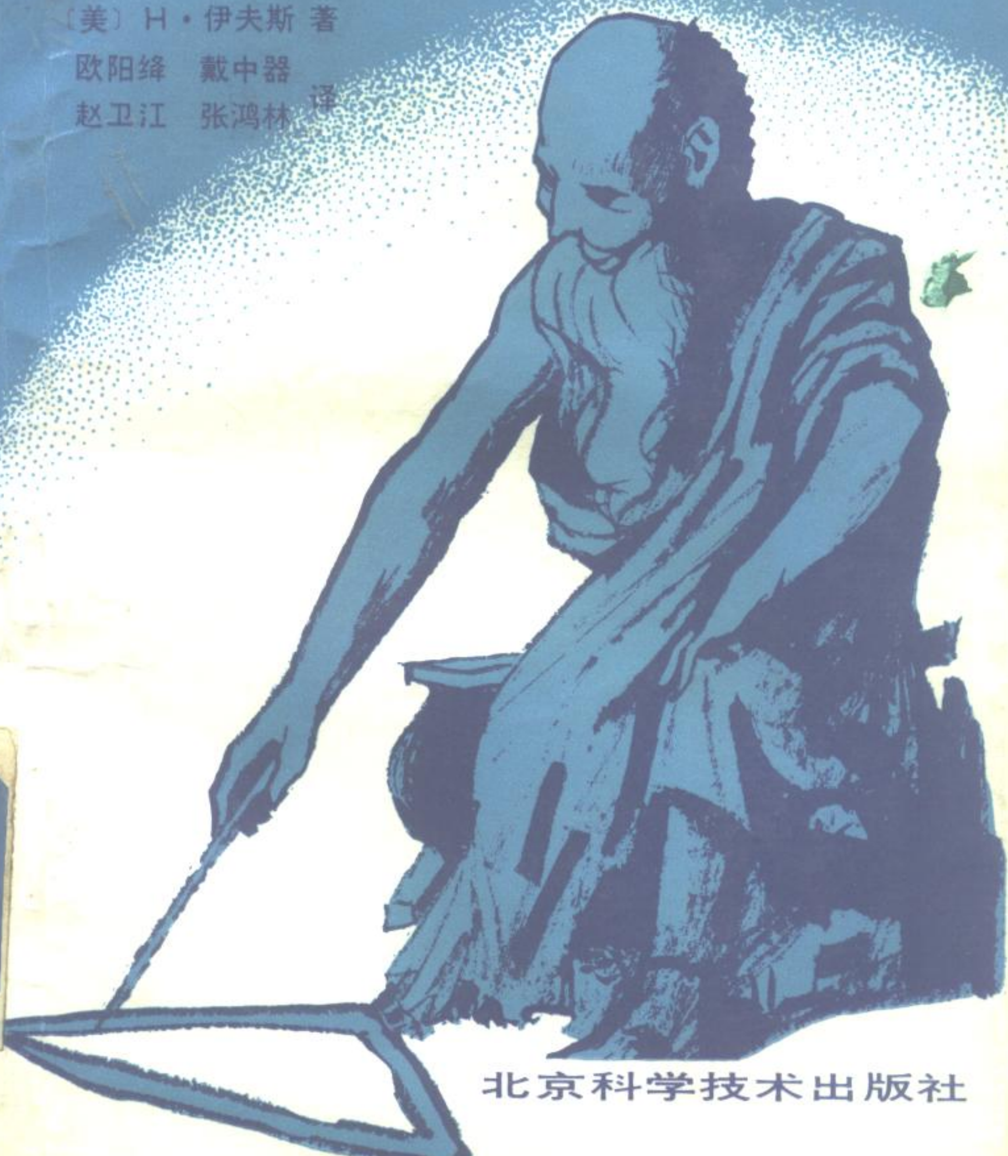
数学史上的里程碑

〔美〕H·伊夫斯 著
欧阳绛 戴中器
赵卫江 张鸿林 译



北京科学技术出版社

数学史上的里程碑

[美] H·伊夫斯 著

欧阳绛 戴中器
赵卫江 张鸿林 译

北京科学技术出版社

Howard Eves
GREAT MOMENTS IN
MATHEMATICS
The Mathematical Association
of America, 1983

数学史上的里程碑

〔美〕H·伊夫斯 著

欧阳绛 戴中器
赵卫江 张鸿林 译

*

北京科学技术出版社出版

(北京西直门南顺城街12号)

新华书店首都发行所发行 各地新华书店经售

一二〇一工厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 14.125印张 360千字

1990年10月第一版 1990年10月第一次印刷

印数1—3000册

ISBN7-5304-0651-5/T·135 **定价：6.60元**

内 容 简 介

本书以丰富的史料，通俗浅显的文字介绍了数学史上43个重要的转折(包括无理量的发现，概率论的创立，爱尔兰根纲领等)，使读者面前呈现出数学发展的一条清晰脉络．本书对立志于学好数学的学生以及欲提高数学教学水平的教师很有参考价值，将有助于他们理解数学的全貌．

本书可作为教育学院、师范院校和综合性大学数学系的数学史教材，也可供中学数学教师、中学生及广大科技工作者参考．

译 者 序

科学技术发展得异常迅速，科学技术的社会功能也日益显著，简直使这个世界有了翻天覆地的变化．在这中间，数学起了卓越的作用．每一位关心现代化、关心社会前景的人都想懂点数学，每一位愿献身于四化建设的青年人都想学点数学，也就成了理所当然的事．

数学为什么渗透力那么强，以致于成了横断学科？数学仅仅是一门演绎学科，还是有什么别的奥妙？说数学能锻炼人的思维能力，到底是怎么回事？数学使那么多人着了迷，原因在哪里？——这一连串的问题常常萦回于我们的脑际．作者 H·伊夫斯展现了一幅生动活泼的历史画面，让我们到画面上去找答案．因为历史上的事都曾经成为现实，其成为现实总有它成为现实的理由，这理由是最能说服人的．

作者的讲述颇具特色，首先，他没有把人类社会发展的不同阶段强加给数学，而是介绍数学本身发展的重大转折，也就是我们说的“里程碑”．把数学发展比作链条的话，作者的着眼点就在其各个环节上．其次，科学发展的道路是不平坦的，数学家们走过的路是布满荆棘的．作者通过精心设计的习题，让读者自己走一走历代数学家走过的路．因为只有这样才能看到历史的本来面目，只有这样才能产生真正的“历史感”．第三，作者还通过一些数学游戏以及对从猜想到定理的全过程的详尽描述，向我们揭示了数学的十分有趣的侧面．数学原本就是一门有趣的学问．

整个科学技术好比是一座风景秀丽的花园城市，数学楼就处于这座城市的屋脊．作者 H. 伊夫斯年逾七十，步履还是那样矫健，为我们提供了很好的导游，我们十分感谢．正因为如此，我

们把原作者的这本书原原本本地奉献给读者．但愿我们的"解说词"能为您的"旅游"增添几分愉快．

本书是由欧阳绛、戴中器、赵卫江和张鸿林四位同志翻译的，其中第1讲至第14讲、第16、17讲和第19、20讲由张鸿林译；第15、18讲由赵卫江译；第21至25讲由戴中器译，第26至40讲由欧阳绛译．限于译者水平，不当之处在所难免，盼读者不吝指正．

译　者

目　录

第一部分　1650年以前

第二部分　1650年以后

第一部分　1650年以前

第 1 讲

刻痕与咕噜声

在荷马史诗[1]中有这样一个故事：当俄底修斯刺瞎独眼巨人波吕斐摩斯并离开库克罗普斯国以后，那个不幸的盲目老人每天坐在山洞口照料他的羊群．早晨母羊外出吃草，每出来一只，他就从一堆石子中捡起一颗石子．晚上母羊返回山洞，每进去一只，他就扔掉一颗石子．当他把早晨捡起的石子都扔光时，他就确信所有的母羊全返回了山洞．

波吕斐摩斯的故事是利用一一对应概念作为计数[2]根据的最早的文字记载之一．还可以举出有关这个原理的许多例证，例如，说来有点可怕，一些美洲的印地安人通过收集每个被杀者的头皮来计数他们杀敌的数目；又如，一些非洲的原始猎人通过积累野猪的牙齿来计数他们杀死野猪的数目．居住在乞力马札罗山山坡上的马萨伊游牧部落的少女，习惯在领上佩戴铜环，其个数等于自己的年龄．从前，英国的酒保往往通过用粉笔在石板上画记号来计数顾客饮酒的杯数，这就是英语成语“to chalk one up”（记上一笔）的来源；类似地，西班牙的酒保则通过向顾客的兜帽里投放小石子来计数饮酒的杯数，因而产生了西班牙成语“echai chinas”（放一个石子）．一些原始民族往往利用身体的某些部位来表

1）荷马(Homeros)，约公元前9至8世纪，古希腊诗人，到处行吟的盲歌者，生于小亚细亚，相传他是著名史诗《伊利亚特》和《奥德赛》的作者．——译者注

2）“数”这里读shǔ．——译者注

示不同的数.这种肢体计数法显然也是以一一对应原理为依据的.这个原理还出现在曾广泛采用的符契[1]之中，这里是用木棒上的适当刻痕来记录帐目的；直到1826年英国财政部还采用符契作为法定计数器．古代秘鲁人用结绳来记载人口或其他数目，所谓结绳就是系有各种颜色的打着结的彩线的一条绳索．当然，现在的孩子们是靠核查日历来计数圣诞节或学校放假以前的天数的．几乎所有的人都常常掰着手指计数较小的数目．

现存的最古老的、具有数学意义的人工制品是刻着一些缺口的骨棒，这些缺口按一定的数的形式排列着，骨棒头上的窄槽里插着一片石英.1962年J. de 海因策林(Heinzelin)在刚果的爱德华湖畔的伊尚戈渔场发现的所谓“伊尚戈骨”，其年代可以追溯到公元前9000年到6500年．对上面所刻缺口的数学意义只能猜测，专家们的意见还有分歧．

正当几千年前原始人采用在土坯或石板上刻画痕迹这个办法来计数某些集合的数目时,在数学史上最早的一个**里程碑**出现了．社会发展到这种程度，简单的计数已经成为不可避免的了．一个部落、一个氏族或者一个家庭,都必须在它的成员之间分配食物,也必须记住它的羊群或牛群的头数．这个过程就是应用一一对应原理的简单计数方法，也或许就是有记载的科学的肇始．

不难揣测：当计数一个不大的集合时，相应于集合的每一个对象，伸开或者蜷拢一个手指．在计数较大的集合时，正如上面的一些例子所表明的那样，往往采用积累石子或木棍、在土坯或石板上做记号、在骨棒或木棒上刻缺口、在绳子上打结等等办法．或许是在后来，逐渐产生了不同的咕噜声作为表达一些较小的集合的对象个数的音符．再后来，才出现用来表示这些数目的各种书写符号（数字）．

1） 贷借关系人在木棒上刻痕来表示款项的数目，一剖为二，各执其一为凭的东西，称为符契.——译者注

虽然上面关于早期计数的发展阶段的描述在很大程度上还是猜测的，但是古人类学家关于现代原始民族的研究报告，以及在世界各地出土的一些人工制品，都是支持这种观点的．

在发音计数时期的最初阶段，对于同样数目的不同对象，例如两只羊和两个人，使用不同的咕噜声．对此，我们只须想到在英语中目前仍然使用的一些词组：team of horses（一对马）[1]、span of mules（一对骡）、yoke of oxen（一对牛）、brace of partridge（一对鹧鸪）、pair of shoes（一双鞋）．“二”这个共同性质的高度抽象，采用与任何具体对象无关的某一个声音来表示，这或许是很久以后才做到的．英语中所使用的数词最初很可能是指一些具体对象的集合，但是这种联系现在我们已经不得而知了，当然，five（五）与hand（手）之间的联系或许是一个例外[2]．

在一些现代的原始社会中，仍然可以看出某些数词与具体计数集合之间的联系．例如，根据新几内亚东南部的巴布亚部落人采用的一种特殊的计数系统，圣经中的这一段话（约翰5:5）：“在那里有一个人，病了三十八年．”应当翻译成：“在那有一个人，病了一人（20）、两手（10）、五和三年．”另外，由于原始民族常常用手指进行计数，所以实际上他们也采用手指的名称作为数词．例如，南美的卡马尤拉（Kamayura）部落人采用“中指”一词作为数词“三”，他们把“三天”说成“中指天”．还有，南美的代尼-迪涅（Dene-Diñje）印地安人是通过相继蜷拢手指进行计数的，所以他们也用下列相应的语言来计数：

“一”——“蜷拢小指”，

“二”——“再蜷拢无名指”，

“三”——“再蜷拢中指”，

“四”——“只伸着大指”，

---

1) 一对马（骡、牛）指两匹拉同一辆车的共轭马（骡、牛）．——译者注

2) 例如，在英语中“一手桔子”，指五个桔子——译者注．

“五”——“所有手指都蜷拢”，

“十”——“双手的手指都蜷拢”，

“四天”——“只伸着大指的天”.

西非的曼丁哥部落人使用的“Kononto”一词(数词“九”）字面上的意思是“腹中的婴儿”——指的是怀孕九个月. 在马来亚语和阿兹台克语中，数词与具体计数对象之间的联系也是很明显的，在这两种语言中，数词“一”、“二”、“三”在字面上指的是“一块石头”、“两块石头”、“三块石头”. 类似地，在南太平洋纽埃岛人的语言中，前三个数词字面上的意思是“一个果子”、“两个果子”、“三个果子”，而在爪哇语中这三个词的意思是“一颗谷粒”、“两颗谷粒”、“三颗谷粒”.

还可以举出这样一些例子，其中采用无声的语言即适当的手势，根据一一对应原理进行计数. 例如，在巴布亚人的肢体计数法中，通过接触身体的适当部位来表示较小的数，其具体对应关系如下：

1. 右小指	12. 鼻
2. 右无名指	13. 口
3. 右中指	14. 左耳
4. 右食指	15. 左肩
5. 右大指	16. 左肘
6. 右手腕	17. 左手腕
7. 右肘	18. 左大指
8. 右肩	19. 左食指
9. 右耳	20. 左中指
10. 右眼	21. 左无名指
11. 左眼	22. 左小指

我们看出，除了插入的表示12和13的“鼻”和“口”以外，前后是对称的.

原始人甚至开化的人，在进行口头计数时都往往做出一些手

势．例如，在一些部落中，当说到“十”时，往往用一只手拍另一只手的手心，而当说到“六”时，则使一只手迅速地划过另一只手，K·门宁格（Menninger）说：对于某些非洲人，可以通过观察他们在计数时的动作，来识别他们属于哪个部落、哪个种族：从左手开始还是从右手开始，蜷拢手指还是伸开手指，手心向着身体还是背着身体．

英国人R·梅森（Mason）讲过关于第二次世界大战的一个有趣的故事：当印度和日本两国爆发战争时，一个日本姑娘正在印度．为了避免可能会遇到的麻烦，她的朋友把她假充中国人介绍到侨居在印度的英国人赫德利先生那里．这位英国人有点怀疑，要求这个姑娘用手指依次表示1，2，3，4，5．她踌躇了一下以后，这样做了．这时

> 赫德利先生大笑起来，得意地说：“怎么样！你看见了吧？你看见她是怎样做的？先伸开她的手，然后把手指一个一个地蜷上．你看见过中国人这样做吗？没有！中国人和英国人一样，在数数时先把手蜷拢．她是日本人！”

很久以来，一一对应的概念一直被认为是计数有限集合的根据．德国数学家G·康托（Cantor）从1874年起发表了一系列重要文章[1)]，应用这个基本概念来计数无限集合，因此产生了关于超限数的重要理论．但是，这是数学史上另一个（当然是近代的）里程碑，将在后面的一讲中来介绍．

习　　题

1.1　试解释本讲中引用的用巴布亚人的语言翻译的圣经中的那一段话（约翰5:5）．

1）　这些文章大部分发表在数学杂志“Matacmatische Annalen”和“Journal für Mathematik”上．

1.2　试解释在南美卡马尤拉部落中，“中指”一词是怎样成为数词“三”的．

1.3　南非的组鲁人采用下列对等关系：

“六”——“举拇指”，

“七”——“他指(he pointed)”．

你能对此给出解释吗？

1.4　苏丹西部的马林凯人采用“dibi”一词表示“四十”．这个词字面上的意思是“一个垫子”．你能对此给出解释吗？

1.5　在不列颠新几内亚，把数词“九十九”说成：“四个人死去了，两只手废弃了，一只脚坏掉了，还有四．”试作解释．

1.6　两个集合称为等价的，当且仅当在它们的元素之间能够建立一一对应关系．试证明

(a) 英语字母表中所有字母的集合等价于前二十六个正整数的集合；

(b) 所有正整数的集合等价于所有偶正整数的集合；

(c) 集合的等价性是自反的、对称的、传递的．

1.7　我们定义两个等价的集合具有相同的基数，设集合A的基数是α，集合B的基数是β，其中A和B没有共同的元素，这时，集合$A\cup B$的基数指的是$\alpha+\beta$，称为α与β之和．这个关于基数的二项运算，称为加法．试证明：基数的加法服从交换律和结合律．

1.8　设C是以一切有序对(a,b)为元素的集合，其中a是集合A的元素，b是集合B的元素，则集合C称为A与B的笛卡儿积，记为$A\times B$．如果A的基数是α，B的基数是β，则集合$C=A\times B$的基数指的是$\alpha\beta$，称为α与β之积，这个关于基数的二项运算，称为乘法．试证明：基数的乘法服从交换律和结合律，以及关于基数加法的分配律．

1.9　试证明：由五个元素组成的集合A具有2^5个子集(包括本身与空集)，将这一结果推广到任何有限集合A的情况．

1.10　设集合A含有七个元素，集合B含有五个元素，试问

集合$A\cap B$和$A\cup B$含有多少个元素？将这一结果推广到任何两个有限集合A和B的情况．

参 考 文 献

MENNINGER. KARL. *Number Words and Number Svmbols. a Cultural History of Numbers.* Cambridge. Mass.: The M. I. T.Press. 1969.

ZASLAVSKY. CLAUDIA. *Africa Counts. Numbers and Patterns in African Cultura* Boston: Prindle. Weber & Schmidt. 1973.

第 2 讲

伟大的埃及金字塔[1)]

人类最初的几何思考可以追溯到远古时代，那是在当时人们认识物体形式、比较形状和大小的能力所及的范围内，由一些简单的观察无意识地产生的．当然，连反映最迟钝的人也能理解的最早的几何概念之一，就是距离的概念，特别是直线为两点之间的最短路径，因为看来大多数动物都会本能地认识这一点．由无意识到有意识地逐渐产生的另一个几何概念是直线形，例如三角形和四边形．实际上，在圈定宅园的边界时，通常的做法是：首先标出拐角的位置，然后用直线墙壁或篱笆把每两个相邻拐角连接起来．在建造墙壁时，逐渐产生了铅垂线、水平线和垂直线等概念，人们无意中还会注意到自然界各种事物的形状所呈现的许多特殊曲线．例如，太阳和满月的轮廓是圆形的，原木的横截面也是圆形的，而彩虹则是一段圆弧．同样还会发现：抛出的石头

1) 原文 Pyramid 既指金字塔，又指棱锥，一语双关．——译者注