

建筑物及汽车空调负荷

徐湘波 胡益雄 编



7 U83.1
X89

415681

建筑物及汽车空调负荷

徐湘波 胡益雄 编

国防科技大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

建筑物及汽车空调负荷/徐湘波, 胡益雄. —长沙: 国防科技大学出版社, 1997. 4
ISBN 7-81024-417-5

I 建筑物及汽车空调负荷
II 徐湘波 胡益雄
III ①建筑物空调 ②汽车空调 ③空调负荷
IV TB657.2

责任编辑: 张 静
责任校对: 石少平
封面设计: 陆荣斌

国防科技大学出版社出版发行
电话: (0731)4555681 邮政编码: 410073
新华书店总店北京发行所经销
国防科技大学印刷厂印装

开本: 787×1092 1/16 印张: 15 字数: 347 千
1997 年 4 月第 1 版 1998 年 2 月第 2 次印刷 印数: 1001—3000 册

ISBN 7-81024-417-5
TB·8 定价: 25.00 元

序 言

空调负荷计算是空调工程设计的基础,负荷的大小直接影响到整个空调系统的建造和运行投资费用。这是人们对负荷计算重要性的最基本的认识。

半个多世纪以来,经过国内外许多学者的潜心研究,负荷计算的理论虽然日趋完善,但理论与实践相结合,进行符合本国国情的空调负荷计算却并非轻而易举。我国的空调专业工作者针对自己国家的地理和气象条件,系统地进行了负荷计算方法的研究与实践,经过多年的努力,取得了国家认定的实用性成果。为了推广应用这些成果,1982年城乡建设环境保护部主持,评议通过和推荐采用两种新的冷负荷计算方法——谐波反应法和冷负荷系数法。

然而,将“两法”纳入现今的高等学校《空气调节》教材,却是在1986年(该教材的第二版),并且受大学本科教材的篇幅所限,对“两法”只能简单介绍,加之已经出版过的这方面的资料甚少,不少师生在涉及负荷计算时,望而却步。

编者注意到,要将“两法”完整地介绍给不同专业层次的读者,不但需要编写完整的计算用基础数据,而且需要在理论上作系统的引导,以便让读者根据自己的需要作内容上的取舍。为此,我们编写了本书的第一编的第1章至第6章。从这些章节中可以看到,谐波反应法和谐波法有什么关系,冷负荷系数法又是怎样在传递函数法、Z传递系数法的基础上产生的。需要特别指出的是,在冷负荷系数法一章(第6章)中,编者较详细地介绍了空调负荷实用计算法,此计算法是冷负荷系数法在我国具体条件下的应用,因此也可称其为我国的冷负荷系数法。作为空调负荷计算的一项实际应用,在第一编的第7章编写了空调冷水机组的选择。

汽车作为一个运动的建筑物,是一种特殊的空调对象。汽车车体结构比较轻型,运动时方位不断变化,影响汽车空调负荷的随机因素较多。目前,我国汽车空调负荷计算方法的研究还很不够。在本书的第二编中,编者力图提出具有实用性的计算方法,并就一些问题进行了讨论。对于其它车辆,这些讨论同样具有参考价值。

本书的出版得到了系领导、同行和朋友们的支持,编者对此深表感谢。

本书由徐湘波负责第一编的撰写及全书的统稿,胡益雄负责第二编的撰写。长沙铁道学院吴宣中教授、湖南大学李林清教授审阅了全书,提出了许多宝贵意见,特此致谢。

由于成稿时间仓促,书中错误之处,恳请读者批评和赐教。

编 者

1996年11月

内 容 简 介

本书内容分为两编：第一编（第1至7章）介绍建筑物空调负荷的几种计算方法及与其相关的内容，着重讨论了谐波反应法和冷负荷系数法，第7章空调冷水机组的选择是空调负荷计算的重要应用。第二编（第8至9章）论述汽车空调负荷的计算方法，它对其它运动的“建筑物”的空调负荷计算有指导意义。

本书可供供热通风与空气调节专业的师生和技术人员参考。

目 录

第一编 建筑物空调负荷

第 1 章 数理基础

1.1 连续函数和离散函数	(1)
1.1.1 连续函数	(1)
1.1.2 离散函数	(1)
1.2 广义函数	(2)
1.2.1 阶跃函数 $H(t)$	(2)
1.2.2 斜坡函数 $G(t)$	(4)
1.2.3 脉冲函数 $\delta(t)$	(4)
1.3 扰量函数的分解	(5)
1.3.1 单位矩形波函数 $s(t)$ 和单位三角波函数 $T(t)$	(5)
1.3.2 用单位矩形波函数 $s(t)$ 和单位三角波函数 $T(t)$ 分解扰量	(7)
1.4 拉普拉斯变换和 Z 变换	(8)
1.4.1 拉氏变换	(8)
1.4.2 Z 变换	(13)
1.5 矩阵	(14)
1.5.1 矩阵的定义	(14)
1.5.2 矩阵的运算	(15)
1.5.3 线性方程组的矩阵表达式	(16)
1.6 传递函数	(17)
1.6.1 系统与系统的数学模型	(17)
1.6.2 传递函数	(18)

第 2 章 墙体热力系统和房间热力系统

2.1 墙体热力系统的导热方程	(20)
2.1.1 导热方程及定解条件	(20)
2.1.2 导热方程的定解问题	(21)
2.1.3 常系数线性微分方程定解性质	(21)
2.1.4 导热微分方程的求解	(23)
2.2 单层和多层均质墙体热力系统	(24)
2.2.1 单层均质墙体热力系统	(24)
2.2.2 多层均质墙体热力系统的传递矩阵	(26)
2.2.3 空气边界层的传递矩阵	(26)
2.2.4 墙体热力系统的吸热传递函数和传热传递函数	(27)

2.3 房间热平衡方程	(29)
2.3.1 房间第 i 个表面的热平衡方程	(29)
2.3.2 室内的特殊表面	(30)
2.3.3 室内空气热平衡方程	(33)
2.3.4 房间热平衡方程组	(34)
2.3.5 典型房间和房间热平衡方程适用范围	(35)
2.4 房间热力系统的传递函数	(35)
2.4.1 房间热平衡方程的分解	(35)
2.4.2 房间的负荷传递函数	(37)
2.4.3 房间的室温传递函数	(38)
第3章 空调设计负荷计算的谐波法和谐波反应法	
3.1 空调负荷计算的谐波法	(39)
3.1.1 通过墙体、屋顶的室内得热量	(39)
3.1.2 温度的衰减和相位的延滞	(40)
3.2 空调负荷计算的谐波反应法	(50)
3.2.1 通过墙体、屋顶的室内得热量所形成的冷负荷	(50)
3.2.2 房间的放热衰减 μ_n 和放热延滞 ϵ'_n	(51)
3.2.3 通过窗户的得热量和冷负荷	(58)
3.2.4 照明、人体、设备得热量和冷负荷	(62)
3.2.5 谐波反应法的简化计算	(65)
第4章 空调负荷计算的传递函数法	
4.1 任意扰量下的墙体传热	(72)
4.1.1 墙体热力系统的单位阶跃反应	(72)
4.1.2 墙体的单位三角波反应和单位矩形波反应	(76)
4.1.3 周期扰量下的单位反应函数	(78)
4.1.4 墙体反应系数	(79)
4.1.5 反应函数和反应系数的性质	(79)
4.1.6 墙体(或屋顶)传热量计算	(82)
4.1.7 计算例题	(83)
4.2 房间反应系数和房间冷负荷计算	(85)
4.2.1 房间热平衡方程的时域表示	(86)
4.2.2 房间反应系数及其求解	(87)
4.2.3 房间的冷负荷计算	(89)
4.3 传递函数法的简化和反应系数的改进	(89)
4.3.1 墙体反应系数的当量温差	(89)
4.3.2 房间负荷反应系数的公比	(90)
第5章 空调负荷计算的 Z 传递系数法	
5.1 用 Z 传递系数计算墙体传热	(93)

5.1.1	三角脉冲保持器和墙体系统 Z 传递函数	(93)
5.1.2	墙体 Z 传递函数系数的求法	(95)
5.1.3	Z 传递系数和反应系数的关系	(97)
5.1.4	墙体传热量计算	(98)
5.1.5	例题计算	(98)
5.2	房间空调冷负荷和负荷传递系数	(101)
5.2.1	房间空调冷负荷的 Z 传递函数和负荷 Z 传递系数	(101)
5.2.2	房间冷负荷计算	(102)
第6章 冷负荷系数法		
6.1	冷负荷温差和冷负荷系数	(106)
6.1.1	冷负荷温差 CLTD	(106)
6.1.2	冷负荷系数 CLF	(107)
6.2	空调负荷实用算法——我国的冷负荷系数法	(109)
6.2.1	空调负荷实用算法的应用	(109)
6.2.2	计算例题	(164)
6.2.3	实用计算方法的补充说明	(167)
第7章 空调冷水机组的选择		
7.1	空调设计负荷	(168)
7.1.1	连续空调系统和间歇空调系统	(168)
7.1.2	连续空调系统的空调设计负荷	(168)
7.1.3	间歇空调系统的空调设计负荷	(172)
7.2	空调冷水机组的选择	(174)
7.2.1	空调冷水机组的分类	(174)
7.2.2	空调冷水机组的选择	(174)
第二编 汽车空调负荷		
第8章 汽车空调车内外计算参数及负荷构成		
8.1	车外空气计算参数	(198)
8.2	车内空气计算参数	(200)
8.3	汽车空调方式及负荷构成	(202)
8.3.1	汽车空调方式	(202)
8.3.2	汽车空调负荷构成	(203)
第9章 汽车空调负荷计算		
9.1	新风量与新风负荷	(204)
9.2	汽车车体传热系数	(205)
9.3	用稳定传热方法计算空调汽车车厢围护结构传热负荷	(208)
9.4	用非稳定传热方法计算车体围护结构传热冷负荷	(210)
9.4.1	车体壁温差传热冷负荷	(211)
9.4.2	通过车窗得热量形成的冷负荷	(212)

9.5 其它热湿负荷计算	(214)
9.5.1 人体散热与散湿	(214)
9.5.2 发动机室传热	(215)
9.5.3 设备、照明热	(215)
9.6 汽车空调动态负荷	(215)
9.7 汽车空调负荷估算指标	(216)
9.8 汽车空调机组选择	(217)
附录	
1 拉氏变换简表	(222)
2 墙体的负荷温差	(223)
3 屋顶的负荷温差	(229)
主要参考文献	(232)

第一编 建筑物空调负荷

第 1 章 数理基础

1.1 连续函数和离散函数

1.1.1 连续函数

在数学上连续函数可以这样定义：

若函数 $f(x)$ 在它的区间 (a, b) 内的每一点都连续，则称 $f(x)$ 为在该区间上的连续函数。而 $f(x)$ 在一点连续的具体含义是：设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某一个邻域内是有定义的，当 $x \rightarrow x_0$ 时，函数 $f(x)$ 的极限存在，且极限值等于 $x=x_0$ 处的函数值 $f(x_0)$ ，则称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 连续。

空调工程中室外计算温度是以时间 τ (或 t) 为自变量的连续函数。

工程上近似认为空调室外计算温度按简谐波变化，并认定气温的峰值出现在下午 3 时 (即 15 时)，则

$$T_{\text{out}}(\tau) = T_{\text{out},p} + (T_{\text{out},\text{max}} - T_{\text{out},p}) \cos(15\tau - 225) \quad (1.1)$$

式中 $T_{\text{out}}(\tau)$ ——空调室外计算温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

$T_{\text{out},p}$ ——某地区夏季空调室外计算平均温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

$T_{\text{out},\text{max}}$ ——设计日最高气温，亦即规范中规定的空调夏季室外计算温度， $^{\circ}\text{C}$ ；

τ ——计算 $T_{\text{out}}(\tau)$ 的某一时刻。

函数 $T_{\text{out}}(\tau)$ 是时间 τ 的连续函数

1.1.2 离散函数

在工程中常用一组等间隔的自变量坐标取值作为一个连续函数的自变量坐标，这种人为给出的等间隔的自变量坐标称为离散坐标或离散量。用离散坐标代入原函数所得到的一组对应的函数值称为原函数的采样值。例如离散坐标间隔为 Δ (Δ 也称为采样周期)，则原函数 $f(t)$ 的一组采样值为：

$$f(0), f(\Delta), f(2\Delta), \dots, f(n\Delta), \dots$$

图 1.1 是原函数 $f(t)$ 的图形，图 1.2 表示原函数在离散量 $j\Delta$ 的采样值 (亦称离散值)。

构造一种函数，将图 1.2 中的离散值与图 1.1 中的原函数逼近，这种函数称之为逼近原函数的离散函数。为此，先设定函数 $M(t-j\Delta)$ (它是将要介绍的广义函数构成的波函数)：

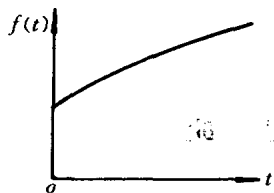


图 1.1

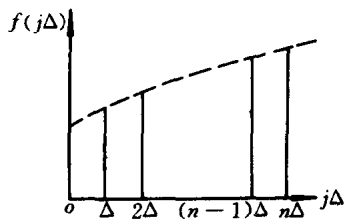


图 1.2

$$M(t - j\Delta) = \begin{cases} 0 & t \neq j\Delta \\ 1 & t = j\Delta \end{cases} \quad (1.2)$$

当 $t = n\Delta$ 时,

$$\begin{cases} M(n\Delta - j\Delta) |_{j=n} = 1 \\ M(n\Delta - j\Delta) |_{j \neq n} = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

设原函数为 $f(t)$, 其离散序列为 $f(0), f(\Delta), f(2\Delta), \dots, f(j\Delta), \dots$; 若用 $f^*(t)$ 来逼近原函数 $f(t)$, 则所构造的离散函数 $f^*(t)$ 为:

$$f^*(t) = \sum_{j=0}^{\infty} f(j\Delta) M(t - j\Delta) \approx f(t) \quad (1.4)$$

显而易见, 当 $t = n\Delta$ 时, 上面近似式的右边

$$f(t) = f(n\Delta)$$

而左边

$$\begin{aligned} f^*(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} f(j\Delta) M(n\Delta - j\Delta) \\ &= f(0\Delta)M(n\Delta - 0\Delta) + f(\Delta)M(n\Delta - \Delta) + \\ &\quad f(2\Delta)M(n\Delta - 2\Delta) + \dots + f(n\Delta)M(n\Delta - n\Delta) + \\ &\quad f[(n+1)\Delta]M[n\Delta - (n+1)\Delta] + \dots \\ &= f(0\Delta) \cdot 0 + f(\Delta) \cdot 0 + \dots + f(n\Delta) \cdot 1 + f[(n+1)\Delta] \cdot 0 + \dots \\ &= f(n\Delta) \cdot 1 = f(n\Delta) \end{aligned}$$

由此说明构造的离散函数 $f^*(t)$ 满足要求。

1.2 广义函数

在空调工程的负荷计算中, 将看到需要借助于广义函数对连续 (扰量) 函数进行分解, 在数学上就是用某种简单的广义函数来展开扰量函数。广义函数的种类繁多, 这里仅介绍与本书应用有关的三种函数。

1.2.1 阶跃函数 $H(t)$

阶跃函数也叫赫维赛德 (Herviside) 函数, 记作 $H(t)$ 。通过图 1.3 的简单电路可以

构造一个阶跃函数的物理模型。

图中设电源电压 $V=1\text{V}$ ，载荷电阻 $R=1\Omega$ ，据欧姆定律，在开关 K 闭合时，通过载荷的电流 I 应为：

$$I = \frac{V}{R} = 1\text{A}$$

当 K 闭合的那一瞬间，载荷上的电压或电流从 0 变化到 1。若取这一瞬间的时间间隔为 $-\frac{\Delta}{2} \sim \frac{\Delta}{2}$ ，且设这一瞬间电压或电流呈线性变化，则这一过程的数学表达式可为：

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < -\frac{\Delta}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\Delta}t & -\frac{\Delta}{2} \leq t \leq \frac{\Delta}{2} \\ 1 & t \geq \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (1.5)$$

上式图像如图 1.4 所示。

需要说明的是，式(1.5)作为图 1.3 所表示的电路现象的数学描述，当 $t = \frac{\Delta}{2} \rightarrow 0$ 和 $t = -\frac{\Delta}{2} \rightarrow 0$ 时，表示电压或电流的 $f(t)$ 没有定值，也就是说函数 $f(t)$ 在 $t \rightarrow 0$ 时的极限不存在。但对于以时间坐标为离散点的函数的诸多物理现象，通常是以原点($t=0$)来表示某现象本身的起点或者是表示观察周期或计算周期的起始点。对于图 1.3，实际情况是，当 $t < 0$ (开关打开) 时， $f(t)=0$ ；而以 $t=0$ 作为开关 K 闭合后的起点，可设定如下函数：

$$H(t) = \lim_{t \rightarrow \frac{\Delta}{2} \rightarrow 0} f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

此处 $H(t)$ 便是以 $t=0$ 为跳跃点的单位阶跃函数，如图 1.5 所示。

若以 $t-j\Delta$ 代替式(1.6)中的 t ，则跳跃点为 $t-j\Delta=0$ ，即 $t=j\Delta$ 。此时的单位阶跃函数为：

$$H(t-j\Delta) = \begin{cases} 0 & t < j\Delta \\ 1 & t \geq j\Delta \end{cases} \quad (1.7)$$

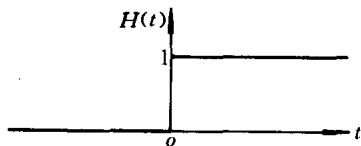


图 1.5

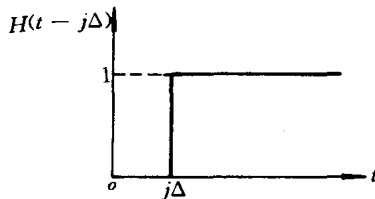


图 1.6

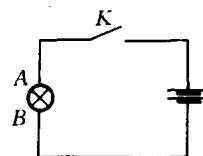


图 1.3

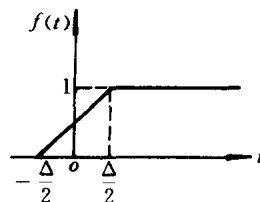


图 1.4

与上式相对应的图像为图 1.6.

1.2.2 斜坡函数 $G(t)$

斜坡函数 $G(t)$ 是函数 $H(t)$ 的积分形式, 即:

$$G(t) = \int_{-\infty}^t H(t) dt$$

当 $t < 0$ 时

$$G(t) = \int_{-\infty}^t H(t) dt = \int_{-\infty}^t 0 \cdot dt = 0$$

当 $t \geq 0$ 时

$$G(t) = \int_0^t H(t) dt = \int_0^t 1 \cdot dt = t$$

于是在区间 $(-\infty, t)$, 以 $t=0$ 为起点的斜坡函数为:

$$G(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

与其相应的函数图像为图 1.7.

同样以 $t - j\Delta$ 代替式(1.8)中的 t , 则跳跃点为 $t = j\Delta$ 的斜坡函数:

$$G(t - j\Delta) = \begin{cases} 0 & t < j\Delta \\ t - j\Delta & t \geq j\Delta \end{cases} \quad (1.9)$$

与此式对应的函数图像如图 1.8 所示.

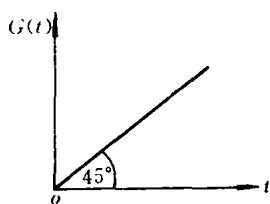


图 1.7

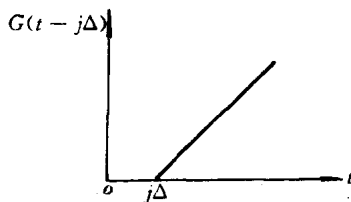


图 1.8

1.2.3 脉冲函数 $\delta(t)$

定义单位阶跃函数的广义导数为脉冲函数 $\delta(t)$. 从图 1.5 可以看出, 函数 $H(t)$ 的普通导数处处为零. 为此, 借用近似的阶跃函数式(1.5)来定义 $\delta(t)$. 对式(1.5)的 $f(t)$ 求导:

$$f'(t) = \begin{cases} 0 & t < -\frac{\Delta}{2} \\ \frac{1}{\Delta} & -\frac{\Delta}{2} \leq t < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & t \geq \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (1.10)$$

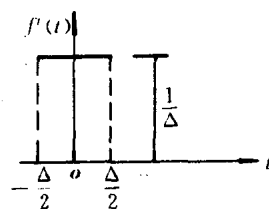


图 1.9

与上式对应的图像见图 1.9.

于是发生在 $t=0$ 时刻的脉冲函数 $\delta(t)$:

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} f'(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

脉冲函数 $\delta(t)$ 的图像如图 1.10 所示。

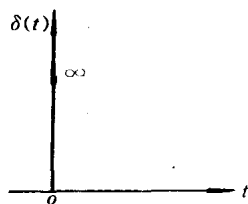


图 1.10

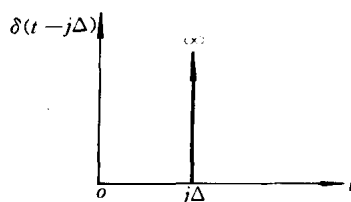


图 1.11

同样以 $t - j\Delta$ 代替式(1.11)中的 t , 则可得到发生在 $j\Delta$ 时刻的脉冲函数 $\delta(t - j\Delta)$, 图 1.11 是与之相应的图像

$$\delta(t - j\Delta) = \begin{cases} 0 & t \neq j\Delta \\ \infty & t = j\Delta \end{cases} \quad (1.12)$$

1.3 扰量函数的分解

应用上述三种广义函数的不同组合, 可以构成单位矩形波函数 $s(t)$ 和单位三角波函数 $T(t)$, 进而可扰量函数 $f(t)$ 进行分解。

1.3.1 单位矩形波函数 $s(t)$ 和单位三角波函数 $T(t)$

用单位阶跃函数 $H(t)$ 和 $H(t - j\Delta)$ 可构造 Δ 到 $j\Delta$ 之间的单位矩形波函数 $s(t)$ (见图 1.12):

$$s(t) = H(t) - H(t - j\Delta) \quad (1.13)$$

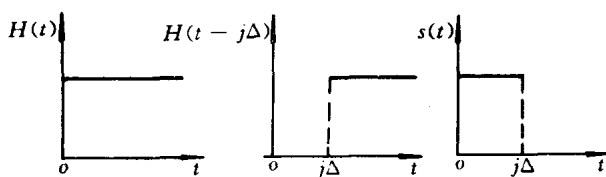


图 1.12

式(1.13)可写成:

$$s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & 0 \leq t < j\Delta \\ 0 & t \geq j\Delta \end{cases} \quad (1.14)$$

用斜坡函数 $G(t)$ 可以构造单位三角波函数 $T(t)$, 构造的过程如下:

取三个单位斜坡函数

$$G[t - (j-1)\Delta] = \begin{cases} 0 & t < (j-1)\Delta \\ t - (j-1)\Delta & t \geq (j-1)\Delta \end{cases}$$

$$G(t - j\Delta) = \begin{cases} 0 & t < j\Delta \\ t - j\Delta & t \geq j\Delta \end{cases}$$

$$G[t - (j+1)\Delta] = \begin{cases} 0 & t < (j+1)\Delta \\ t - (j+1)\Delta & t \geq (j+1)\Delta \end{cases}$$

为了使这三个斜坡函数在发生时刻（分别为 $(j-1)\Delta$ ， $j\Delta$ 和 $(j+1)\Delta$ ）之后的一个 Δ 时的函数取值为1，要改变函数图像的斜率，用 $\frac{1}{\Delta}$ 乘以上三个函数，则得到：

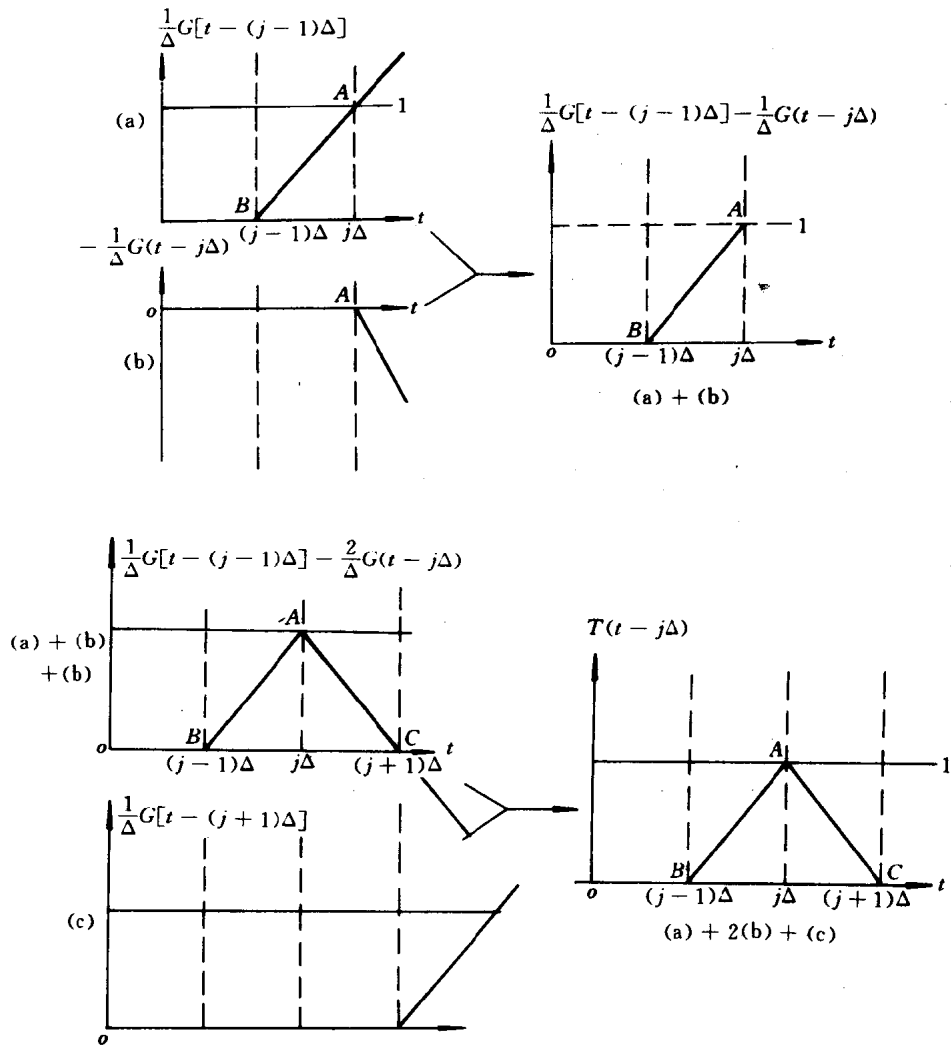


图 1.13

$$\frac{1}{\Delta}G[t - (j-1)\Delta] = \begin{cases} 0 & t < (j-1)\Delta \\ \frac{t - (j-1)\Delta}{\Delta} & t \geq (j-1)\Delta \end{cases} \quad (1.15)$$

$$\frac{1}{\Delta}G(t - j\Delta) = \begin{cases} 0 & t < j\Delta \\ \frac{t - j\Delta}{\Delta} & t \geq j\Delta \end{cases} \quad (1.16)$$

$$\frac{1}{\Delta}G[t - (j+1)\Delta] = \begin{cases} 0 & t < (j+1)\Delta \\ \frac{t - (j+1)\Delta}{\Delta} & t \geq (j+1)\Delta \end{cases} \quad (1.17)$$

现利用以上三个函数就可构成一个单位三角波函数(见图 1.13). 由此可见, 图 1.13 中以任意时刻 $j\Delta$ 为中心的等腰三角脉冲函数 $T(t - j\Delta)$ (称单位三角波函数) 是由式 (1.15)、式 (1.16) 和式 (1.17) 三个函数的如下组合构成:

$$T(t - j\Delta) = \frac{1}{\Delta} \{G[t - (j-1)\Delta] - 2G(t - j\Delta) + G[t - (j+1)\Delta]\} \quad (1.18)$$

观察图 1.13, 也可以将上式写成:

$$T(t - j\Delta) = \begin{cases} 0 & t \leq (j-1)\Delta \\ \frac{t}{\Delta} + (1-j) & (j-1)\Delta < t < j\Delta \\ -\frac{t}{\Delta} + (1+j) & j\Delta \leq t < (j+1)\Delta \\ 0 & t \geq (j+1)\Delta \end{cases} \quad (1.19)$$

1.3.2 用单位矩形波函数 $s(t)$

和单位三角波函数 $T(t)$ 分解扰量

用单位矩形波函数 $s(t)$ 分解扰量函数就是用矩形折线来逼近原扰量函数。如图 1.14 所示。设扰量函数 $f(t)$ 的采样值为 $f(0), f(\Delta), f(2\Delta), \dots, f(j\Delta), \dots, j=0, 1, 2, \dots, n, \dots$, 则逼近原函数的采样函数 $f^*(t)$ 有与式 (1.4) 同样的形式 (当时设定 $M(t - j\Delta)$ 为波函数):

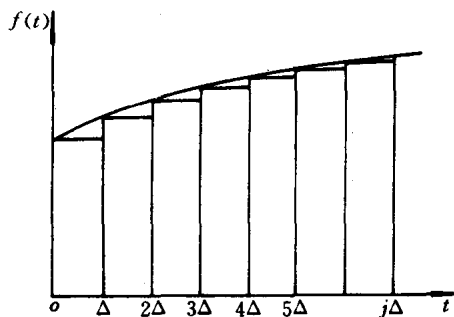


图 1.14

$$\begin{aligned} f(t) &\approx f^*(t) = \sum_{j=0}^{\infty} f(j\Delta)s(t - j\Delta) \\ &= f(0)s(t - 0) + f(\Delta)s(t - \Delta) + \dots + \\ &\quad f(j\Delta)s(t - j\Delta) + \dots \end{aligned} \quad (1.20)$$

式 (1.20) 就是单位矩形波函数 $s(t)$ 对扰量函数 $f(t)$ 的分解式。

用单位三角波函数 $T(t)$ 分解扰量就是连接三角形脉冲的顶点构成首尾相接的折线, 用这根折线逼近原扰量函数, 如图 1.15 所示。

图 1.15 的折线与图 1.14 的矩形折线相比, 说明用三角波函数分解扰量函数较之用矩形波分解扰量函数, 逼近原函数的程度更高一些。

图 1.15 中设 A 点的采样值为 $f(j\Delta)$, B 点的采样值为 $f[(j+1)\Delta]$, 则在区间 $(j\Delta, (j+1)\Delta]$ 内任一点的采样值有如下的线性组合:

$$f(j\Delta)T(t-j\Delta) + f[(j+1)\Delta] \cdot T[t-(j+1)\Delta]$$

如采样时刻为 x , 则以上和式第一项 $f(j\Delta)T(t-j\Delta)$ 为线段 xF 的长度, 其中 $T(t-j\Delta)$ 为三角波顶点 A 的采样值为 1 时的 x 时刻的采样值, 同样

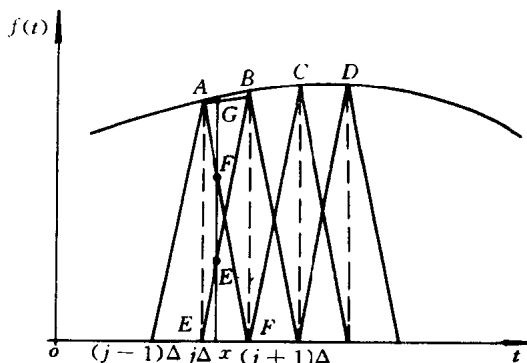


图 1.15

和式的第二项为线段 xE 的长度。通过几何证明容易得出, 在直角梯形 $ABFE$ 中, $xE = FG$, 所以

$$xF + xE = xF + FG = xG$$

由此说明, 以 $j\Delta$ 和 $(j+1)\Delta$ 为中心点的两个三角波的重叠结果是连接 A、B 两点的直线段, 且该直线段上的采样值可以用以上和式表示。推广开来, 折线 $A-B-C-D\cdots$ 则可用以下和式表示:

$$\begin{aligned} f(t) \approx f^*(t) &= \sum_{j=0}^{\infty} f(j\Delta)T(t-j\Delta) \\ &= f(0)T(0) + f(\Delta)T(t-\Delta) + \cdots + \\ &\quad f(j\Delta)T(t-j\Delta) + \cdots \end{aligned} \quad (1.21)$$

式(1.21)就是利用单位三角波函数 $T(t)$ 分解扰量函数 $f(t)$ 的表达式。

1.4 拉普拉斯变换和 Z 变换

拉普拉斯变换(下面简称为拉氏变换或 L 变换)是对连续变量 t 的函数 $f(t)$ 进行运算, 而 Z 变换是对离散量 j 的序列进行运算。变换方法对于解带有初始条件的常系数线性微分方程特别有用。为了求出方程的解, 我们利用初始条件, 对给定的微分方程取拉氏变换, 这就把微分方程归结为一个未知函数的拉氏变换的代数方程(或代数方程组), 解出这个拉氏变换, 然后再取其逆, 就得到所要求的解。

1.4.1 拉氏变换

1. 拉氏变换的定义

设 $f(t)$ 是定义在 $(0, \infty)$ 区间上的时间函数, 又 s 为复数($s = \sigma + j\omega$), 用 e^{-st} 乘 $f(t)$, 再将它对 t 从 0 到 ∞ 进行积分。如果这个积分收敛, 则这个积分便确定了一个以 s 为参量的复变函数 $F(s)$, 并记为

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1.22)$$

这种通过积分运算, 将一个已知的函数 $f(t)$ 变换成另一个复变函数 $F(s)$ 的方法, 称