电动力学講义

胡宁编著

高等教育出版社

电动力学講义

胡宁編著

高等教育出版社

本講义是編著者前在北京大学講授电动力学时所用的教材。內容基本上与教学大綱相同，可供高等学校作为教学参考書。

电 动 力 学 講 义

胡 宁 編 著

高 等 教 育 出 版 社 出 版 北京琉璃瑠170号

（北京市書刊出版業营業許可証出字第054号）

京华印書局印刷　新华書店总經售

統一書号 13010·540　開本 850×1168 1/32　印張 9 7/16　字數 223,000　印數 0001—2,600

1957年10月第1版　1957年10月北京第1次印刷　定價（10）¥1.40

序　　言

这是北京大学物理專業电动力学課程所用过的一种教材。內容基本上与苏联教学大綱和我国高等教育部审定的教学大綱相同，但次序的先后不大一致。从原則上說，教学不一定按照教学大綱的次序。事实上，我們在实际的教学里也并沒有因为次序和大綱不同而發生困难。

这本講义是在編者的备課过程中匆忙写成的，缺点一定是很多的。希望用这本書的教师們和同学們多多地提出意見，指出应加改进的地方。

在本書付印前，承周世勛教授提出很多宝貴的意見，特在这里表示感謝。

編　者

目 录

第一章 电磁現象的普遍定律

§1. 导言 自从十八世紀以来，人們对于电磁現象的認識逐步加深，并总結出电磁現象的基本規律。人們从实驗結果总結出庫侖定律，安培定律，法拉第 (Faraday) 定律，最后总結到麦克斯韋(Maxwell)的基本方程組和洛倫茲(Lorentz)力的公式。这些基本規律，都是在当时的实驗条件下由宏观的电磁現象总結出来的最普遍的定律。

在古典力学里，我們的宏观实驗所受到的限制，主要有兩方面：一方面是我們所能控制或測量的速度，另一方面是我們对一个物理量能够測量的最小的空間区域。在古典力学里我們所能够測量到的最快的速度，恐怕要算星体的速度了。我們知道地球的运动速度約为 3×10^6 厘米/秒。我們可以說，牛頓力学是在速度不十分大于 3×10^6 厘米/秒以下的区域里总結出来的运动規律。同样在以前的电磁实驗里，我們很少观察过速度大于 10^5 厘米/秒的帶电体。在一个有 10 安培电流的导体里，电荷运动的速度差不多只有10^{-3}厘米/秒。所以在实际上，我們建立起上面所提到的电磁現象的基本定律所依据的速度区域，比古典力学所依据的还要小得多。这是我們在引用电磁現象的实驗定律时，必須要注意的一点。

其次，根据我們对实物的構造的認識，实物是由極微小的(大小約为 10^{-5}—10^{-8} 厘米)分子和原子所組成的。我們在实驗室所測量的电場和磁場强度，实际上是包有千万个分子的区域以內的平均值。所以前面所述由实驗总結出来的定律只应看做在这个区域里"宏观的"物理量所遵守的規律。換句話說这些定律只是由宏观的电磁現象的观察結果总結得来的，因此这些定律就不一定能

够正确的描述在分子和原子內部的微观的电磁現象。

現在我們要問，我們怎样对待在上面所述的兩个限制范圍以外的电磁現象呢？在科学發展和認識获得过程中，我們必須不断的把我們在一个特殊的，在一定的条件下建立起来的自然規律推广到更普遍的情况里去，然后再把推广后所得的結果和实驗比較。比較的結果不外乎兩者之一：或者理論的結果与实驗相合，这說明我們所总結出来的理論，实驗上可以适用于一个更广泛的范圍。或者理論的結果与实驗不符，这样我們就可以修正我們的理論，而使理論适用于一个較广泛的范圍，兩种可能的結果都促使科学得到更进一步的發展。

电动力学的發展正是上面所述由实踐总結出理論，再把理論推广到应用于新的实踐的科学發展的过程。

下面我們將首先把麦克斯韋方程式和和洛倫茲力的公式推广到高速度的区域里面去。我們將討論高速度运动的电荷所产生的电磁場及一般的輻射問題。其次我們將把麦克斯韋方程式和洛倫茲力的公式推广到分子和原子的区域里面去。这方面的發展是洛倫茲的电子論，以及物質吸收和散射光的現象。我們將發現麦克斯韋和洛倫茲的理論在微观区域里并不完全适用，因此就产生了更普遍的量子电动力学。古典电动力学的規律可以看做是量子电动力学在某些特殊的条件下底一种近似的規律。

在电动力学的發展过程中，我們將逐步地認識到电場和磁場也具有在牛頓力学里只有实物才具有的力学性質。我們將討論場的运动，場的能量，場的动量，場与实物間的作用，和不同部分的場間的相互作用。总之，我們將把电磁場和实物同样地看做力学的体系。而使讀者充分地、透徹地而且逐步地認識这一点，則是本書的中心思想。进一步認識到实物也具有場的性質而使“实物”与“場”得到更高形式的統一，則是量子理論的基本內容。

［討論題］　我們应当怎样由已知的物理常数估計出在导体內电子的速度？在打电話时，一个人的声音可以很快地傳到几千里以外，这怎样解釋？

§2. 庫倫定律　这个定律是最早由实験材料总結出来的定律。这个定律指出：如果在眞空里有兩个点电荷 q_1 和 q_2，这些电荷間的距离为 r_{12}，則 q_1 和 q_2 間的排斥力为：

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}.$$

如果我們适当地选取 q_1、q_2 的單位，上式可写成

$$F=\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}. \tag{1}$$

命 $\vec{r}_{12}$ 为从 q_1 指向 q_2 的長度为 r_{12} 的向量，q_1 作用于 q_2 的力为

$$\vec{F}=\frac{q_1 q_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^3}. \tag{2}$$

为着便于运算起見，我們引入电場的观念。点电荷 q_1 在距 q_1 为 r 处的电場强度 $\vec{E}$ 为

$$\vec{E}=\frac{q_1 \vec{r}}{r^3}. \tag{3}$$

比較(2)、(3)兩式我們得

$$\vec{F}=q_2 \vec{E}, \quad (\vec{r}=\vec{r}_{12}). \tag{4}$$

由(3)式我們很容易証明高斯定律：

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi q_1. \tag{5}$$

(5)式左边代表沿着封閉面 σ 的积分。$d\vec{\sigma}\equiv\vec{n}\,d\sigma$，$\vec{n}$ 是垂直于 $d\sigma$ 指向封閉面 σ 外面的單位向量。我們很容易由力的叠加原則推广(5)式为：

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi \iiint \rho\, d\tau. \tag{6}$$

上式右边积分是对于封閉面所包容的体积 τ 进行积分，ρ 是电荷密度，(6)式是在眞空里麦克斯韋方程組底第一个方程式。

在普遍情况下(3)式应换为:

$$\vec{E}=\iiint\frac{\rho\vec{r}}{r^3}\,d\tau. \tag{6a}$$

(6a)式可以看做是在最普遍情况下$\vec{E}$的定义。这个普遍情况甚至包括有媒質存在时的情况。在有媒質存在时,τ 內的电荷密度包括兩部分,一部分是原来存在的所謂"自由电荷"密度 ρ_f,另外一部分是媒質因受感应而产生的感生电荷密度 ρ_p。对于媒質內的極化現象,我們可以引入滿足下式的向量$\vec{P}$:

$$\oiint\vec{P}\cdot d\vec{\sigma}=-\iiint\rho_P\,d\tau. \tag{7}$$

式中的积分是对整个空間的积分。注意 $\rho=\rho_f+\rho_P$, 并代以(6)式及(7)式,我們得

$$\oiint(\vec{E}+4\pi\vec{P})\cdot d\vec{\sigma}=4\pi\iiint\rho_f\,d\tau. \tag{8}$$

命$\vec{D}=\vec{E}+4\pi\vec{P}$得

$$\oiint\vec{D}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi\iiint\rho_f\,d\tau. \tag{9}$$

(7)式和(9)式可看做$\vec{P}$和$\vec{D}$的定义。实驗上$\vec{D}$和$\vec{P}$的决定是和我們分辨出在 τ 內电荷密度 ρ 的 ρ_f 和 ρ_p 部分的能力分不开的。(9)式是在有媒質存在时的麦克斯韋方程組的第一个方程式。

在有媒質存在时$\vec{D}$和$\vec{E}$的区别虽然只不过是分辨 ρ_f 和 ρ_p 的問題,但力的問題則是一个較为复杂的問題。对力問題的解决,有賴于我們对媒質結構的了解。我們將在后面洛倫茲电子論(即解释媒質結構的理論)一章里討論这个問題。在本章里我們將一概不討論力的問題。

根据上面定义,$\vec{D}$是滿足(9)式的理論物理量。(9)式中的积分面 σ 是任一个封閉曲面。我們必須認識到(9)式是一个很强的

条件，差不多已經可以完全决定$\vec{D}$。为着說明这一点，我們討論一个單独的球形导体在帶电时所产生的$\vec{D}$。在这情形下，$\vec{D}$对球形的中点是賦有球对称性的。如取以球心的中点为中心，以r为半徑(r大于导体的半徑)的球面为积分曲面，我們得

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi r^2|\vec{D}|.$$

代入(9)式得
$$|\vec{D}|=\frac{1}{r^2}\iiint \rho\, d\tau.$$

$\vec{D}$显然与$\vec{r}$平行。可見在这个特例里，(9)式已完全决定$\vec{D}$。

对于任何一个有意义的物理量，我們必須能够确定一个測量这个物理量的方法。在真空里$\vec{E}$可由測量一个試驗电荷所受到的力来决定。但在測量媒質中的$\vec{E}$时，情形就較为复杂。前面已經指出，在媒質里作用的力是一个相当复杂的問題。但仍可由下面方式进行測量。我們可以在媒質內挖出一个細長圓柱形的空腔。如果这个小圓柱体是沿着$\vec{E}$的方向，那末在圓柱的上下底面就要产生感生电荷。如果圓柱極細極長，这个感生电荷在圓柱的中点P所产生的影响可以忽略不計。这样由(6a)式計算出来的$\vec{E}$值和挖出圓柱体以前的值是一样的。但在挖出圓柱空腔以后P点的$\vec{E}$是可由測量試驗电荷所受的力来决定，所以这样測出的$\vec{E}$正是在媒質內圓柱体沒有挖出以前P点的$\vec{E}$值。

对于固体，上面測量$\vec{E}$的方法是实际可行的，但如媒質是液体或气体时，这样測量的方法是不可能实行的。但我們指出現在所产生的困难完全是屬于机械范圍內而不是屬于电磁現象的范圍以內的。上面所述的理想化測量方法，只不过是为着明确$\vec{E}$在实驗測量上的意义。实际上的測量还須由其他間接的方法来測定。但是这些間接測量必須依上面所述$\vec{E}$在測量上的意义为根据。

[討論題] 試設計出測量媒質中任一点的$\vec{D}$和$\vec{P}$的理想方法。

§3. 安培定律和法拉第定律 如果在一根导綫里，有稳定的

电流 i 通过，则在导綫的周圍有磁場产生。实驗証实磁感 $\vec{B}$ 与 i 的关系为:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \propto i.$$

上式左边积分是沿着一个圍繞着 i 的封閉曲綫的积分。如果我們选取电磁單位(关于單位問題，下面將再会討論到)作为 B 的單位，靜电單位作为 i 的單位則上式可写成:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{4\pi}{c} i. \tag{1}$$

根据力的叠加原則，我們看出在普遍情况下(1)式应換为:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{4\pi}{c} \iint \vec{j} \cdot d\vec{\sigma}. \tag{2}$$

上式中，$\vec{j}$ 为电流密度，c 为光速，右边的面积分是沿着由封閉曲綫所环繞成的面积的积分。

(2) 式可以看做 $\vec{B}$ 底定义。在有媒質存在时 $\vec{j}$ 也可分成兩部分：一部分是原来存在的"自由电流" $\vec{j}_f$。另外一部分是在媒質內所产生的感生电流 $\vec{j}_M$，我們可以引入一个向量 $\vec{M}$ 来描写媒質內所产生的極化現象。$\vec{M}$ 的定义为:

$$\oint \vec{M} d\vec{s} = \frac{1}{c} \iint \vec{j}_M \, d\vec{\sigma}. \tag{3}$$

代入(2)式得

$$\oint (\vec{B} - 4\pi \vec{M}) d\vec{s} = \frac{4\pi}{c} \iint \vec{j}_f \, d\vec{\sigma}.$$

命 $\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{M}$，上式变为

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \frac{4\pi}{c} \iint \vec{j}_f \cdot d\vec{\sigma}. \tag{4}$$

現在我們指出(4)式和上节的(6)式并沒有完全地决定了 $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$，我們很容易証明如果 $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 滿足 (4) 式和上节的 (6) 式，那么 $\vec{E} + \nabla \times \vec{\omega}$ 和 $H + \nabla \chi$ ($\vec{\omega}$，χ 是 x、y、z 底任意函数)同样也滿足上兩

$\overrightarrow{}$式，因为

$$\oiint \nabla\chi\vec{\omega}\cdot d\vec{\sigma}=\iiint \nabla\cdot\nabla\chi\vec{\omega}d\tau=0,$$

$$\oint \nabla\chi\cdot d\vec{s}=\iint(\nabla\times\nabla\chi)d\vec{s}=0.$$

为了进一步完全确定$\vec{E}$和$\vec{H}$，我們必須利用下面兩个实驗定律：

高斯关于磁場的定律：

$$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{\sigma}=0; \tag{5}$$

法拉第定律：

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}=-\frac{1}{c}\iint \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{\sigma}. \tag{6}$$

(1)、(4)、(5)、(6)四式和上节的(9)式

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi\iiint \rho_f\, d\tau, \tag{7}$$

以及上节的(6)式

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi\iiint \rho\, d\tau, \tag{8}$$

是由电磁現象总結出来的全部定律。对于某些媒質D和E間以及$\vec{B}$和$\vec{H}$間还存在下面兩个实驗上証实的关系：

$$\vec{B}=\mu\vec{H}, \tag{9}$$

$$\vec{D}=\kappa\vec{E}. \tag{10}$$

所以我們也可把基本定律写成下面形式：

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{\sigma}=4\pi\iiint \rho_f\, d\tau, \tag{7}$$

$$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{\sigma}=0, \tag{5}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s}=-\frac{1}{c}\iint \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{\sigma}, \tag{6}$$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{s} = \frac{4\pi}{c}\iint \vec{j}_f\, d\vec{\sigma}, \tag{4}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H}, \tag{9}$$

$$\vec{D} = \kappa\vec{E}. \tag{10}$$

上面六个公式可以看作是互相独立的。当然我們可以把(7)式換成(8)式或把(4)式換成(1)式。在習慣上，我們只讓自由电荷和自由电流在基本方程式里出現，所以我們在上面六个式子里用(7)式和(4)式而不用(8)式和(7)式。

[討論題]試設計一个測量媒質中$\vec{B}$和$\vec{H}$的理想实驗幷加以說明。

§4. **麦克斯韋方程組** 上节中的(7)式是由靜电場总結出来的定律，(5)式和(4)式是由稳定电流的磁場总結出来的定律，而(6)式則是由不稳定的电磁現象总結出来的定律。所以上面各定律的适用范圍是不一样的。現在我們必須找出在不稳定电磁現象里，(7)、(5)和(4)三式应如何修正。麦克斯韋假定(7)式和(5)式在不稳定情况下也是正确的，但他从理論上的考虑認为在不稳定情况下(4)式应換为:

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{c}\iint \left[\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + 4\pi\vec{j}_f\right]\cdot d\vec{\sigma}.$$

这样，在不稳定的情况下(即在最普遍的情况下)描写电磁現象的整套方程式为:

$$\left.\begin{aligned}
&\oiint \vec{D}\cdot d\vec{\sigma} = 4\pi\iiint \rho_f\, d\tau,\\
&\oiint \vec{B}\cdot d\vec{\sigma} = 0,\\
&\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{1}{c}\iint \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\, d\vec{\sigma},\\
&\oint \vec{H}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{c}\iint \left[\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + 4\pi\vec{j}_f\right] d\vec{\sigma}.
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

麦克斯韋的工作对旧有的电磁現象的理論作了一个重要的推广。他把原来在較特殊的情况下建立起来的定律推广到較一般的情况里去。推广之是否正确，必須由新的实驗証实。这些新的实驗主要是关于电磁波的实驗。因为麦克斯韋从他的新方程式里預見了电磁波的存在。这种波的存在，后来由赫茲完全証实。麦克斯韋幷指出光波也是电磁波的一种，这种理論后来也由实驗完全証实是正确的。

(1)是麦克斯韋方程組的积分形式。应用高斯定理，和斯托克斯定理我們可以把(1)式化为微分形式。假定$\vec{F}$是一个比較正規的函数，这兩个定律为：

$$\oiint \vec{F}\cdot d\vec{\sigma} = \iiint \nabla\cdot\vec{F}\, d\tau.$$

$$\oint \vec{F}\cdot d\vec{s} = \iint (\nabla\times\vec{F})\cdot d\vec{\sigma}.$$

应用上兩式，我們很容易由(1)得到

$$\boxed{\begin{aligned} &\nabla\cdot\vec{D}=4\pi\rho_f,\\ &\nabla\cdot\vec{B}=0,\\ &\nabla\times\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\\ &\nabla\times\vec{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\frac{4\pi}{c}\vec{j}_f. \end{aligned}} \tag{2}$$

这是麦克斯韋方程組的微分形式。相反我們也可以从(2)式得回(1)式，所以我們説(1)式和(2)式是完全相等的。

我們很容易看出(1)式中各式相互間是沒有冲突的。(1)式的第三、四兩式中的积分面σ是以封閉綫s为边緣的任意形狀的曲面。我們可取σ为圖所示口袋形的曲面。当s的長趋于零时，σ趋于一个封閉曲面，但在s趋于零时，(1)式中第三式和第四式左

边的綫积分也趋于零。

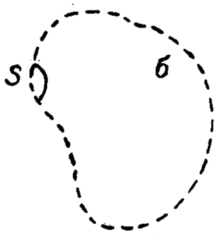

圖 1.

于是我們得:

$$\oiint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\sigma} = 0. \qquad (3)$$

$$\oiint \left[\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + 4\pi \vec{j}_f\right] \cdot d\vec{\sigma} = 0. \qquad (4)$$

我們看到(3)的解是

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} = \text{常数}。$$

(1)式的第二式正是上式中常数为零时的結果。这説明(1)式中的第二、第三兩式是相互沒有冲突的。其次把(1)式中第一式代入(4)式,我們得:

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint \rho_f\, d\tau = -\oiint \vec{j}_f \cdot d\vec{\sigma}.$$

上式説明在封閉面 σ 內总电量的增加率等于由 σ 外流进的总电流。这正是电荷守恒原則。所以(1)式中的第一和第四兩式也是相互沒有冲突的。

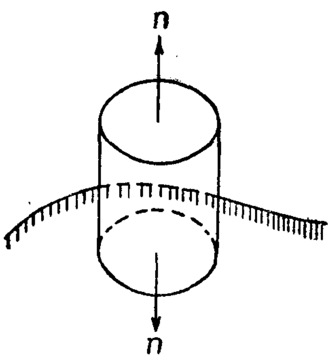

圖 2.

作为(1)式的簡單应用,我們計算兩种不同媒質交界处 $\vec{D}$ 和 $\vec{E}$ 的情況。我們做一个圓柱体小盒狀封閉面如圖 2。假定盒的高度很小而且盒的上下兩底平行于媒質的交界面并分在不同媒質內。媒質底交界处不可能帶有自由电荷,应用(1)式中第一式,我們立刻得到

$$D_n - D'_n = 0.$$

$\vec{D}, \vec{D'}$ 是在交界面兩側的电位移。D_n 和 D'_n 是它們沿着交界面法

綫方向的分量。上式說明在通过不同媒質时，垂直于分界面的$\vec{D}$的分量是連續的。

同样，如果我們作一个小長方形的封閉曲綫如圖 3 所示，圖中有上下兩根綫段，長度各为 s，分别在不同媒質內并且平行于分界面。穿过分界面的兩根綫段長度各为 d，d 的值很小。应用(1)式的第三式得

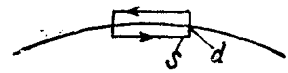

圖 3.

$$(E_s-E'_s)s=-\frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)_n sd.$$

E_s 和 E'_s 是兩种媒質中电場强度沿交界面的分量。消去兩边的 s 再命 d 趋于零，我們得

$$E_s=E'_s,$$

即在通过不同媒質时，切綫方向的$\vec{E}$是連續的。

用同样方法我們可由(1)式中第二、第四兩式証明

$$B_n=B'_n,$$

$$H_s=H'_s,$$

即$\vec{B}$垂直于交界面的分量和$\vec{H}$平行于交界面的分量在交界面的兩側是連續的。

在兩种媒質的交界面上一般是有感生电荷和感生电流存在的。我們很容易由上节中的(1)式和(8)式証明：

$$E_n-E'_n=4\pi\omega_P,$$

$$B_s-B'_s=\frac{4\pi}{c}\Pi_M,$$

式中 ω_P 是單位交界面积上所帶有的感生电荷，Π_M 是單位交界面上感生电流垂直于圖 3 中矩形面的分量。

[習題]試計算 $H_n-H'_n$ 和 $D_s-D'_s$ 的值。

在上面公式里我們所用的單位是高斯單位系統，除下这个單