



# 灰色控制系统

## (第二版)

邓聚龙 著

华中理工大学出版社



邓聚龙

著



# 灰色控制系统

(第二版)

# 灰色控制系统

第2版

邓聚龙 著

责任编辑 殷伯明 姜新祺

\*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山 邮政编码 430074)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社沔阳印刷厂印刷

\*

开本:850×1168 1/32 印张:16 插页:2 字数:396 000

1985年8月第1版 1993年9月第2版 1997年10月第5次印刷

印数:22 001—25 000

定价:22.00元

ISBN 7-5609-0829-2/TP·91

(鄂)新登字第10号

## 内 容 提 要

《灰色控制系统》是邓聚龙教授创立的“灰色系统理论”的奠基性著作,初版多次重印.本版在初版的基础上,吸收了灰色系统理论发展新的最重要的成果,包括概念体系、理论体系、实际应用等方面的进展,特别是对灰色控制进行了新的概括,是灰色系统理论成果的最新系统展示.

本书适合于广大的灰色系统理论研究者和对灰色系统理论感兴趣的读者阅读.

## 再版前言

《灰色控制系统》是灰色系统理论的奠基性著作,荣获“全国优秀科技图书奖”,自1985年第1版问世以来,由于广大读者的厚爱而多次重印。

然而,从1982年第一篇灰色系统论文发表以来的十余年里,灰色系统理论在基础理论、应用等方面均有较大的发展。在理论上,已初步形成了以灰关联空间为基础的分析体系,以灰模型GM为主体的模型体系,以灰过程及其生成空间为基础与内涵的方法体系,以系统分析、建模、预测、决策、控制、评估为纲的技术体系,并进行了灰数学的研究,以认知模式为前提,以认知的信息基为依据,建立了灰朦胧集、信息表现元等概念,明确了灰数学的基础是灰朦胧集;在应用上,灰色系统理论已广泛应用于农业、经济、医疗、生态、水利、气象、地质、军事、文化、教育、历史、交通、运输、管理、工业控制等几十个领域,取得了较好的经济效益,获得了普遍的好评,多项成果获国家、省、市、部委奖;灰色系统研究工作者已遍及全国各地,并已向海外扩散;全国已有30多所高等院校开设了灰色系统理论课程,灰色系统论文屡被国际上著名的权威检索杂志摘引……。为了适应这一形势,总结、反映灰色系统理论的成果,华中理工大学出版社作出了出版《灰色控制系统》修订版的决定,这无疑是对本学科的爱护与支持。

借此次再版的机会,我们对第一版作了改写、删减与增补,力求反映灰色系统理论的最重要的成果,其中增补成分较大,将近十万字。比如,在概念体系方面:增加了灰色系统中一些重要原理的定性描述,包括“差异信息原理”、“解的非唯一性原理”、“灰性不灭原理”、“新息优先原理”,以及加入了对这些原理作定量描述的基础。

本模型,即认知模式.在理论体系方面:增加了信息覆盖、灰构造(包括灰和与灰差)、灰朦胧集、灰元等内容,阐述了信息覆盖与因果律的关系,为说明灰微分方程的机理作了铺垫;在灰色控制系统的数学基础一章中,增加了灰微分方程;在灰建模一章中,除了对GM(1,1)模型作了补充外,还对GM(1,N)的几种形式作了介绍.为了介绍灰色控制的新发展,增加了灰色预测控制一章.

现时,经济在发展,生产系统在更新,新的控制技术不断注入,系统性能不断改善,产品质量与经济效益不断提高,为了灰色控制能够适应这一发展形势,为了理论上与技术上不断发展,我们还需要为之付出心血,付出辛劳.

“远上寒山石径斜,白云深处有人家.”

邓聚龙

1993年3月15日

# 目 录

<b>第一章 灰色系统概言</b> .....	(1)
1.1 引言 .....	(1)
1.2 “灰”的有关概念 .....	(2)
1.3 认知模式 .....	(3)
1.4 构造关系与灰和、灰差.....	(8)
1.5 灰朦胧集.....	(13)
1.6 灰元.....	(17)
1.7 灰映射.....	(20)
1.8 灰与白的辩证关系.....	(21)
1.9 灰平面与灰靶.....	(22)
<b>第二章 灰色控制系统的数学问题</b> .....	(24)
2.1 灰数及其运算.....	(24)
2.2 灰方程.....	(26)
2.3 灰矩阵的特征值.....	(35)
2.4 灰矩阵的奇异性.....	(43)
2.5 自乘零化灰矩阵.....	(55)
2.6 三角灰阵及梳形灰阵.....	(68)
2.7 灰色线性空间.....	(70)
2.8 取样算子.....	(77)
2.9 灰色向量及矩阵的范数.....	(84)
2.10 区间灰数与拟区间灰数的域运算 .....	(102)
2.11 灰元处理方法 .....	(110)
2.12 灰色群 .....	(115)
<b>第三章 灰色系统的可控性</b> .....	(126)

3.1	概言 .....	(126)
3.2	控制灰阵满秩的可控性 .....	(126)
3.3	控制灰阵非满秩的可控性 .....	(131)
3.4	灰系统可控性的等价条件 .....	(143)
3.5	强可控与弱可控 .....	(149)
3.6	灰系统的可观性 .....	(152)
<b>第四章</b>	<b>灰色系统的稳定性</b> .....	<b>(156)</b>
4.1	对称灰系统的稳定性 .....	(156)
4.2	三角灰系统的稳定性 .....	(164)
4.3	梳形灰系统的稳定性 .....	(167)
4.4	强优对角灰系统的稳定性 .....	(168)
4.5	灰对角线的一般灰系统的稳定性 .....	(172)
<b>第五章</b>	<b>灰色系统一般控制</b> .....	<b>(181)</b>
5.1	概言 .....	(181)
5.2	灰色动态映射 .....	(181)
5.3	去余控制 .....	(187)
5.4	特征多项式的 G-W 变换 .....	(213)
5.5	灰色系统的一种简化模型 .....	(219)
5.6	灰色系统的一维反馈 .....	(250)
5.7	灰色系统的最少信息镇定 .....	(271)
5.8	灰色相平面控制 .....	(281)
<b>第六章</b>	<b>灰生成空间与灰关联空间</b> .....	<b>(297)</b>
6.1	灰生成空间 .....	(297)
6.2	灰关联空间 .....	(309)
<b>第七章</b>	<b>灰建模、灰预测、灰决策</b> .....	<b>(329)</b>
7.1	灰建模 .....	(329)
7.2	灰预测 .....	(368)
7.3	灰决策 .....	(381)
<b>第八章</b>	<b>灰色预测控制</b> .....	<b>(418)</b>

8.1	灰色预测控制的基本概念 .....	(418)
8.2	灰色预测控制的“采样瞬态建模” .....	(419)
8.3	新陈代谢模型 .....	(424)
8.4	原点邻域动态 .....	(438)
8.5	灰色预测控制原理——一元控制 .....	(451)
<b>第九章</b>	<b>灰色系统应用实例</b> .....	<b>(454)</b>
9.1	液压伺服系统的灰色相平面控制 .....	(454)
9.2	镗床的灰色动态 .....	(461)
9.3	棉蚜虫生物防治系统 .....	(465)
9.4	河南人民胜利渠灌溉问题的局势决策 .....	(472)
9.5	粮食预测 .....	(487)
9.6	灰色预测控制的应用 .....	(491)
	参考文献 .....	(495)

# 第一章 灰色系统概言

## 1.1 引言

客观世界是物质的世界,也是信息的世界.古代“结绳记事”、现代交通路口的“交通管制”分别是社会信息和技术信息;蜜蜂围绕蜂窝飞绕的姿态(代表花丛的方位和距离)、经过训练的狗在听到某种声音时分泌的唾液、细胞中核酸所带的控制着亲缘后代的遗传密码是生物信息;股票市场价格的浮动、商品的经济寿命是经济信息;电压、电流、速度的变化是物理信息.

可是,在工程技术、社会、经济、农业、生态、环境等各种系统中经常会遇到信息不完全的情况.比如,农业方面,农田耕作面积往往因许多非农业的因素而改变,因此很难准确计算农田产量、产值,这是缺乏耕地面积信息;生物防治方面,害虫与天敌间的关系<sup>[1]</sup>使是明确的,但天敌与饵料、害虫与害虫间许多关系却不明确,这是缺乏生物间的关联信息;一项土建工程,尽管材料、设备、施工计划、图纸是齐备的,可是还很难估计施工进度与质量,这是缺乏劳动力及技术水平的信息;液压系统由于出现测不准的软量而难以控制,电工系统因电压、电流等参数的随机波动而难以观测,这是缺乏运行信息、参数信息;一般社会经济的系统,除了输出的时间数据列(比如产量、产值、总收入、总支出等)外,其输入数据列不明确或者缺乏,因而难以建立确定的完整模型,这是缺乏系统信息;工程系统是客观的实体,有明确的“内”、“外”关系(即系统内部与系统外部、或系统本体与系统环境),可以较清楚地明确输入与输出,因此可以较方便地分析输入对输出的影响,可是社会、经济

系统是抽象的对象,没有明确的“内”、“外”关系,不是客观实体,因此就难以分析输入(投入)对输出(产出)的影响,这是缺乏“模型信息”(即用什么模型去代表,用什么量进行观测控制等信息).这些情况归纳起来有:

- 元素(参数)信息不完全,
- 结构信息不完全,
- 关系信息(特指“内”、“外”关系)不完全,
- 运行的行为信息不完全

等情况.

我们称信息完全明确的系统为**白色系统**,信息完全不明确的系统为**黑色系统**,信息部分明确、部分不明确的系统为**灰色系统**.

一个商店可看作是一个系统,在人员、资金、损耗、销售信息完全明确的情况下,可算出该店的盈利大小、库存多少,可以判断商店的销售态势、资金的周转速度等,这样的系统是白色系统.

遥远的某个星球,也可看作是一个系统,虽然知道其存在,但体积多大,质量多少,距离地球多远,这些信息完全不知道,这样的系统是黑色系统.

人体是一个系统,人体的一些外部参数(如身高、体重、年龄……)与一些内部参数(如血压、体温、脉搏等)是已知的,而其他的一些参数,如人体穴位的多少,穴位的生物、化学、物理的性能,生物信息的传递等却尚未知道透彻,这样的系统是灰色系统.

## 1.2 “灰”的有关概念

灰色系统是信息不完全、不确定的系统.

在灰色系统理论中,认为“差异是信息”,因此提出了**差异信息原理**;又认为“人们认知的根据”是信息,从而建立了以信息为根据的**认知模式**;由于信息不完全、不确定,必然导致认知的非确定与非唯一,即解的非唯一性(这即是**解的非唯一性原理**);因为人类的

探索是无穷尽的,人类的认知是无穷尽的,所以确定认知是相对的,信息不完全、认知不确定是绝对的(这就是**灰性不灭原理**);对事物作决断力求准确可靠,而准确可靠的决断,只能依靠“最新鲜”、“最有代表性”的信息作出(这就是**新息优先原理**);信息不完全,导致“少数据”,从而有**少数据建模**。

“差异信息原理”、“解的非唯一性原理”、“灰性不灭原理”、“新息优先原理”,是灰色系统的基本原理,“认知模式”是灰色系统的基本模式,“少数据建模”是灰色系统理论的重要特点。

### 1.3 认知模式

#### 定义 信息元

含有信息的个体,称为**信息元**。比如“-2”是含有“亏损”信息的信息元;“女强人”是指精明、能干、富于开拓与进取精神的女士,是社会人文科学领域的信息元;微分方程是含“解”信息的信息元;微分方程在时域的解,是含动态信息的信息元。

#### 定义 表现

信息元的形式,称为信息元的**表现**。比如“-2”是含有“亏损量为2”的信息元的表现。不过信息元的表现是非唯一的。

#### 定义 信息表现元

信息元的信息  $\theta$  与对应的表现  $\lambda$  构成的表达式

$$(\lambda|\theta)$$

称为**信息表现元**。比如“信息元-2”亦可表示为

$$(2|-), \text{“-”为“负”、“亏损”。}$$

在这里“2”为表现  $\lambda$ ;“-”(负)为信息  $\theta$ ;但在某些情况下,亦可将“-2”当作表现  $\lambda$ 。此外,常系数线性微分方程可以以其解为表现,以其初始值、参数、外作用量为信息;指数函数  $e^a$ ,可以以相应的曲线为表现,以常量 1,线性量  $at$ ,二次项  $(at)^2 \dots$  为信息;花,可以以其颜色为表现。

表现又可分为单点、多点、连续等形式；还可从信息量是否有穷尽而分为无穷(信息)表现与有穷表现。比如：

1° 某种花只有一种颜色，是单点表现；

2° 某种花有几种颜色，是多点表现(或离散表现)；

3° 某种花的颜色，随光强  $\theta$  而变，是连续表现(或区间表现、片表现)；

4° 指数函数  $e^a$  从其成份  $1, a, (a)^2, \dots$  看是无穷的，是无穷表现。

信息元的信息表现元是非唯一的。

### 定义 认知模式

令 IFM 为映射， $E$  为被认知信息元， $\Theta$  为认知结果， $\theta$  为认知根据，则称映射

$$\text{IFM}: E \xrightarrow{\theta} \tilde{\Theta}, \tilde{\Theta} \in \Theta, \Theta = [0, 1]; \text{ 或 } \tilde{\Theta} = \lambda$$

为**认知模式**，且若

1° 定义  $\tilde{\Theta}$  为认知程度(确知率)，一般有

$$\tilde{\Theta} \in [0, 1],$$

则上述模式为确知率(程度)认知模式，并且

$$\tilde{\Theta} = 1 \quad \text{为真(包括相对最真),}$$

$$\tilde{\Theta} = 0 \quad \text{为无认知,}$$

$$0 < \tilde{\Theta} < 1 \quad \text{为一般认知.}$$

2° 定义  $\tilde{\Theta}$  为某种内涵的数字， $R$  为实轴， $\tilde{\Theta} \in R$ ，则上述模式为  $E$  的数字表现认知模式。

3° 定义  $\tilde{\Theta}$  为认知结果(表现)，则上述模式为  $E$  的一般(表现)认知模式。一般记为  $\hat{\Theta} = \lambda$ 。

**定义 信息**

认知模式中,称

1° IFM 为认知映射,

2° 认知根据  $\theta$  为信息.

**公理 1.1** 令 IFM 为认知映射,  $\theta$  为认知根据,  $\lambda$  为认知结果, 则

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\theta} \lambda,$$

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\lambda} \theta$$

中,必有一个成立.

**命题 1.1** 在认知模式中,  $\lambda$  与  $\theta$  可以互换地位. 当以  $\theta$  为根据有结果  $\lambda$  时,  $\theta$  为信息,  $\lambda$  为表现; 当以  $\lambda$  为根据有结果  $\theta$  时,  $\lambda$  为信息,  $\theta$  为表现. 但在构造关系  $(R)$  (参见下文) 中, 必有一种 (一般记为  $\theta$ ) 是原生性的.

**证:** 是公理 1.1 的必然结果. |

**命题 1.2** 信息表现元是非唯一的.

**证:** 是命题 1.1 的延伸. |

**定义 真表现**

令  $E$  为认知对象,  $\tilde{\theta}$  为确知率,  $\lambda^\circ$  为认知结果, 若有

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\theta^\circ} \tilde{\theta}, \tilde{\theta} = 1,$$

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\theta} \lambda^\circ$$

同时存在, 则称  $\lambda^\circ$  为**真表现** (至少是相对最真的表现); 表达式

$$(\lambda^\circ | \theta^\circ)$$

称为**真信息表现元**, 简称**真元**,  $\theta^\circ$  为真 (至少是相对最真) 信息.  $\theta^\circ$  可以是点、多点、片、点与片……等形式.

**定义 完全确定真表现**

令  $\Sigma\theta$  为信息元  $E$  认知根据的全体,  $\theta^\circ$  含于  $\Sigma\theta$  中, 若

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\Sigma\theta'} \tilde{\theta}, \tilde{\theta} = 1,$$

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\Sigma\theta} E^\circ$$

同时存在,则称  $E^\circ$  为  $E$  的**完全、确定真表现**;相应地有完全、确定的信息表现元

$$(E^\circ \mid \Sigma\theta).$$

若根据人类的认知条件,暂时不可能有完全、确定的  $(E^\circ \mid \Sigma\theta)$ ,则往往默认  $(\lambda^\circ \mid \theta^\circ)$  与  $(E^\circ \mid \Sigma\theta)$  在符号上等价.

**定义 非完全信息**

令  $E$  为认知对象,  $\lambda$  为认知结果,  $\tilde{\theta}$  为确知率,若

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\theta'} \tilde{\theta}, \tilde{\theta} < 1,$$

$$\text{IFM} : E \xrightarrow{\theta} \lambda$$

同时存在,称  $\theta(\theta')$  为**非完全信息**.非完全信息包括信息不充分与信息不确定两种内涵,或者说包括“亏损”与“朦胧”两种情况.

**定义 定义信息域**

与信息元  $E$  有关的信息全体,称为  $E$  的**定义信息域**,或**信息域**.信息域一般可分为真表现信息子域、实表现信息子域、**朦胧**(不确定)信息子域、伪信息子域.当信息元的真表现实证后,**朦胧**信息或升华为非**朦胧**信息,或消失;伪信息则立即消失,失去意义或者说失去存在的可能性.

**定义 定义表现域**

由定义信息域确定的全体表现,称为**定义表现域**,或**表现域**.定义表现域中包括真表现子域、实表现子域、完全表现子域、非完全表现子域、确定表现子域、非确定(**朦胧**)表现子域、伪表现子域.当信息元的真表现实证后,伪表现消失;非确定表现转化为真(可以是部分真)表现或消失;非完全表现加入真表现变为完全表现,或者部分消失,或者被补充.信息元的信息与表现从域的整体来看

具有对应性,但从域上的“点”来看,则不然,它们服从灰映射(参见下文).

**公理 1.2 认识无穷尽公理**

“人类的认知是无穷尽的.”

**定义 信息层**

信息元在特定状态、条件、范畴、意义……下的信息域称为一个**信息层**. 比如物体在宏观状态的信息域为宏观信息层;物体在分子状态下的信息域为分子信息层. 若记 $\mathbb{R}$ 为构造关系(见下文),  $A(i)$ 为第  $i$  层的指标集,当

$$\theta_i = \left( \mathbb{R}_{j \in A(i)} \theta_j, A(i) \in A, \right.$$

$$\theta_j = \left( \mathbb{R}_{k \in A(i,j)} \theta_{ijk}, A(i,j) \in A, \right.$$

...

$$\theta_{j,\dots,l} = \left( \mathbb{R}_{m \in A(i,j,\dots,l)} \theta_{j,\dots,lm}, A(i,j,\dots,l) \in A, \right.$$

...

时,则称  $\theta_i, \theta_j, \theta_{j,\dots,l}$  分别为不同的信息层,称第  $i$  信息层  $\theta_i$  高于第  $ij$  信息层  $\theta_{ij}, \theta_j$  高于  $\theta_{j,\dots,l}$ .

**定义 认知无穷尽模式**

令  $\text{IFM}_i$  为信息层  $i$  的认知映射,  $\text{IFM}_{ij}$  为信息层  $ij$  的认知映射,  $E$  为信息元,则

$$\text{IFM}_i : E \xrightarrow{\theta_i} \tilde{\theta}_i \in [0, 1],$$

$$\theta_i = \left( \mathbb{R}_{j \in A(i)} \theta_j, A(i) \in A, \right.$$

$$\text{IFM}_{ij} : E \xrightarrow{\theta_{ij}} \tilde{\theta}_{ij} \in [0, 1],$$

$$\theta_{ij} = \left( \mathbb{R}_{k \in A(i,j)} \theta_{ijk}, A(i,j) \in A, \right.$$

...

为**认识无穷尽模式**，当且仅当

$$A = \{\dots, A(i), A(i, j), A(i, j, k), \dots, A(i, j, \dots, l), \dots\}$$

是无限可数集。

**附注：**认识无穷尽延伸模式(公理或原理)，从层次上看即为“信息层次无限可分原理”。本原理强调

- 1° 人类认知按层次进行；
- 2° 认识是按层次延伸的。

**附注：**“灰性不灭原理”的内涵包括

- 1° 认识无穷尽公理(原理)；
- 2° 信息层次无限可分原理；
- 3° 确定认知是相对的；
- 4° 人类思维的灰性；
- 5° 行为序列的时间无限替续性；

.....

**附注：**“解的非唯一性”原理，其内涵是

- 1° 对于同一信息元，其信息表现元非唯一；
- 2° 对于同一信息元，表现非唯一；
- 3° 对于同一信息元，认知模式非唯一；
- 4° 对于不确定集(朦胧集)，其形态非唯一；
- 5° 对于同一个问题，信息不完全、不确定时，其解非唯一。

### 公理 1.3 差异信息原理

“差异就是信息”的命题，称为**差异信息原理**。从差异信息的观点看， $A$ 比 $B$ 大(或小)， $A$ 与 $B$ 不同，均为信息，常称比较信息。 $A$ 与 $B$ 完全相同，比较信息消失。

## 1.4 构造关系与灰和、灰差

**定义** 接近

令  $a, b$  为信息元，IFM 为认知映射， $\tilde{\theta}_{aa}$  及  $\tilde{\theta}_{bb}$  分别为确知率，