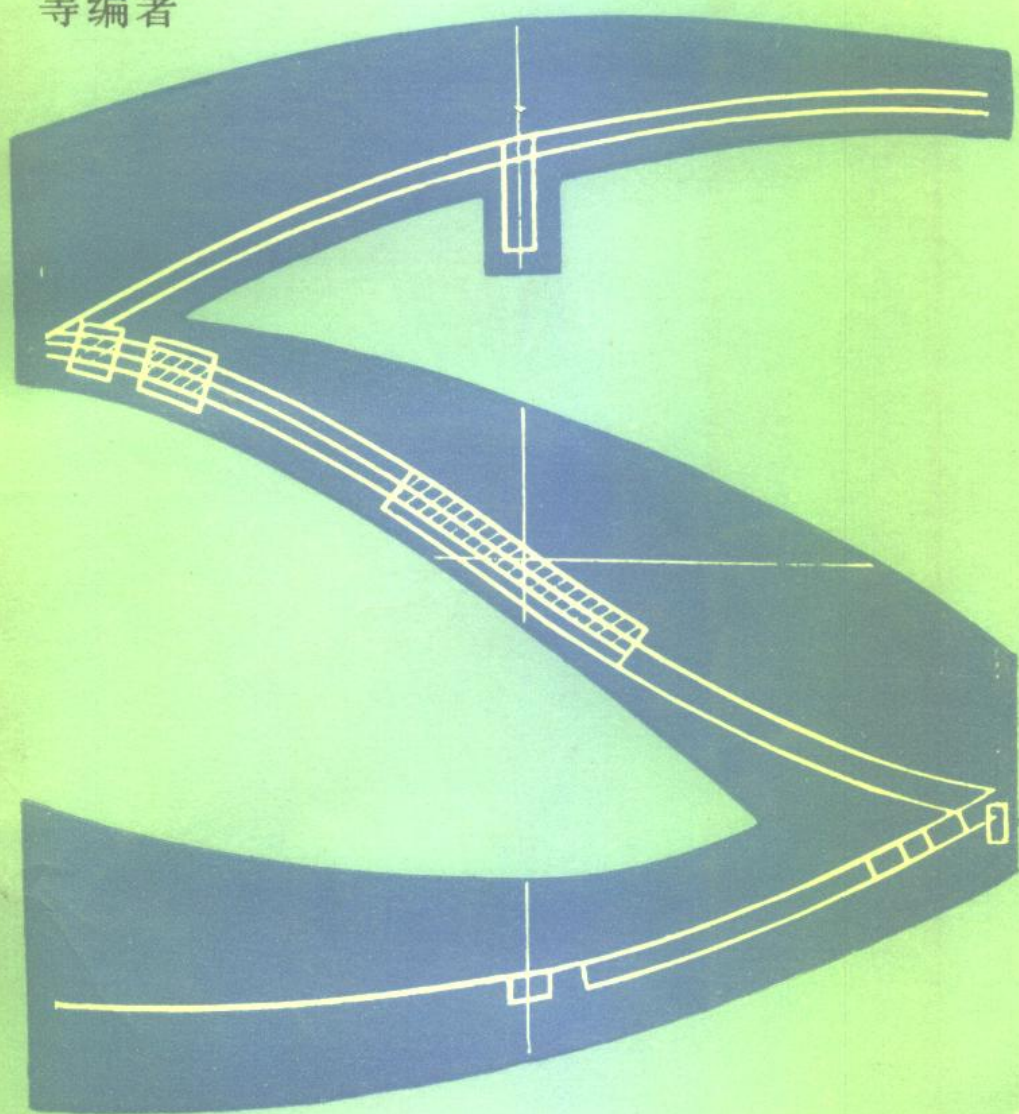


锻压成形理论与工艺

吕炎 等编著



机械工业出版社



31
3

锻压成形理论与工艺

吕炎 等 编著



机械工业出版社

(京)新登字054号

全书共分八章，前三章从塑性加工力学的角度，系统地阐述了锻压成形工艺的基本理论和规律，以及金属塑性成形中的基本问题，结合变形规律和成形质量对锻压工艺中的主要成形工序进行了深入分析；第四章详细地论述了锻造的热规范；后面各章对大锻件、一般模锻件、精密锻件的成形规律和成形工艺，以及高速成形中的主要问题作了详细介绍。本书把塑性加工力学理论与锻压成形工艺有机地结合起来，可为读者在深入分析和研究锻压成形问题时提供一些正确的方法。

本书供从事锻压专业的科技人员使用，也可供大专院校锻压专业的师生参阅。

锻压成形理论与工艺

吕炎 等 编著

责任编辑：李会武 责任校对：孙志筠

封面设计：王 伦 版式设计：裴静霞

责任印制：卢子祥

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业登记证出字第117号)

机械工业出版社京丰印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092¹/₁₆·印张36·插页2·字数889千字

1991年11月北京第一版·1991年11月北京第一次印刷

印数 0,001—2,400·定价：30.00元

ISBN 7-111-01219-4/TH·205

前 言

压力加工广泛应用于机械、冶金、造船，航空、航天、兵器以及其它许多工业部门，在国民经济中占有极为重要的地位。其主要任务是解决锻压件的成形、内部组织性能控制以及保证最终获得高质量的锻件等三方面的问题。关于后两个方面的问题，在我们编写的《锻件组织性能控制》和《锻件质量分析》两本书中已进行了详细论述，本书主要论述第一方面的问题。

本书从塑性加工力学的角度，阐述了锻压成形工艺的基础理论及锻压件的基本成形规律，并结合我们多年来的大量理论研究和实践，重点介绍了金属塑性变形流动的一般规律和锻压件的成形质量问题。为了探讨各成形工艺的共性问题以及对不同工艺进行比较，本书引入了Z形图；又以力学特点为线索，对塑性加工工序进行了分类，并从力学特点出发，研究其成形规律和成形质量；同时对各种锻压件的成形规律和成形工艺中的主要问题也进行了详细介绍，在分析中，紧紧依靠前述基本理论和方法，因此可以说，这一部分乃是前述理论和方法的实际应用。

针对某些理论和某些工序中的具体问题，本书提出了新的观点，这是建立在对现有成果的广泛分析以及大量实验的基础之上的。但是，本书的主要目的不仅在于总结一些基本理论和基本规律，而更在于开拓视野，使读者了解本书的一些研究方法，而且能从更多的侧面和不同的角度来研究塑性加工中的问题。从这个角度讲，本书真诚希望能起到“引玉之砖”的作用。

本书较少采用深奥的数学推证，而侧重于运用物理概念分析问题，目的是减少读者在阅读过程中遇到的困难，更好地为实际应用服务。

由于涉及范围广泛，加之编者水平有限，可能存在不少疏漏，恳切希望读者提出宝贵意见。

本书的分工是：第一章，第二章的一至十二节、十四节、十六节、十七节，第三章的一至十四节由吕炎编写；第四章由徐兆光编写；第五章的一至七节由何绍元编写；第五章的八至十节由薛克敏编写；第六章由王真编写；第七章由刘润广编写；第二章的十三节、十五节和第三章的十五至十八节由杨玉英编写；第三章的第十九节由康达昌编写；第八章的第一节由刘海华编写；第八章的二至四节由连仲编写。全书由吕炎主编。

本书经关廷栋、李硕本、王仲仁、陆其仁、叶庆荣、刘永熙等同志进行了部分章节的审阅，在本书的编写和出版过程中，许多同志提供了帮助，在此一并表示真诚的谢意。

吕 炎

目 录

前言

第一章 塑性加工成形的基本理论	1
一、塑性加工过程的受力分析	1
二、应力分析	2
三、应变分析	9
四、屈服准则	16
五、应力应变关系	20
六、变形力学简图和Z形图	23
七、局部加载时沿加载方向应力的分布规律	28
八、影响锻压工序内力情况的因素	34
九、金属的塑性	36
十、变形抗力	49
第二章 塑性加工中金属变形流动的一些基本问题	55
一、影响金属塑性变形流动的几个基本因素	55
二、塑性变形时金属的流动方向	57
三、金属塑性变形的不均匀性	62
四、外端对变形区金属变形和流动的影响	65
五、变形区金属对外端金属的影响	66
六、工具形状对金属变形和流动的影响	70
七、局部加载时沿加载方向的应力分布对金属变形和流动的影响	71
八、塑性加工中局部塑性变形区的控制	75
九、设备工作速度对锻件成形的影响	78
十、塑性加工中的摩擦	82
十一、塑性加工中的裂纹	89
十二、空腔形成的机理	93
十三、塑性加工中的失稳	95
十四、塑性加工中的折迭	101
十五、板材性能对成形的影响	107
十六、塑性加工时的成形极限	112
十七、塑性成形后的残余应力	115

第三章 各种基本成形工序的分析

一、概述	121
二、锻粗	126
三、拔长	132
四、冲孔	143
五、扩孔	150
六、开式模锻	157
七、闭式模锻	164
八、挤压	169
九、多向模锻	179
十、顶锻和电锻	182
十一、摆动辗压	186
十二、旋转锻造	189
十三、辊锻	192
十四、楔横轧	203
十五、弯曲	216
十六、辊压成形	236
十七、胀形	240
十八、拉深	248
十九、旋压	273

第四章 锻造的热规范

一、金属的锻前加热	288
二、金属锻造温度范围的确定	295
三、金属的加热规范	298
四、少无氧化加热	307
五、金属的锻后冷却	312
六、锻件热处理	317

第五章 大型锻件的锻造工艺

一、概述	320
二、钢锭结构及其缺陷	321
三、锻造对金属组织和性能的影响	325
四、关于锻造时钢锭内部孔隙的焊合	328
五、关于锻后冷却消除白点	332
六、提高大型锻件质量的工艺措施	335
七、发电机转子的锻造	337
八、汽轮机叶轮的锻造	344
九、护环的锻造	349

十、曲轴的锻造.....	357	六 精密成形坯料的准备.....	458
第六章 模锻工艺	360	七、高、中温精密成形时的温度场.....	464
一、概述.....	360	八、精密成形模具设计.....	472
二、锤上模锻.....	362	九、精密成形模具材料的选用.....	479
三、热模锻压力机上模锻.....	405	十、精密成形时的润滑.....	488
四、螺旋压力机上模锻.....	416	十一、精密成形设备的选用.....	493
五、水平锻机上模锻.....	423	十二、精密成形的实例.....	494
第七章 精密成形工艺	434	第八章 高速成形工艺	514
一、概述.....	434	一、高速锤锻造.....	514
二、影响锻件精度问题的分析.....	436	二、爆炸成形.....	523
三、各类锻件精密成形的工艺方案.....	439	三、放电成形.....	550
四、锻件的精压.....	444	四、电磁成形.....	560
五、精密成形工艺设计.....	452		

第一章 塑性加工成形的基本理论

一、塑性加工过程的受力分析

塑性加工是利用金属的塑性，在外力作用下使金属成形的一种加工方法。塑性加工中金属坯料所承受的外力（即作用力）可以分为两类^①：一类是作用在金属坯料表面上的力，叫做面力或接触力，它可以是集中力，也可以是分布力；第二类是作用在金属每个质点上的力，叫做体力，例如重力、磁力和惯性力等。在高速锻造、爆炸成形和磁力成形时需要考虑体力，而一般情况下，体力相对于面力是很小的，可以忽略不计。

（一）作用力

在不同的塑性加工工序中，作用力可以是压力（例如镦粗、拔长、冲孔等），也可以是拉力（例如拉拔、拉深等）或剪切力（例如错移、扭转等）。在多数情况下，塑性加工是利用压力来进行的，所以塑性加工通常又称压力加工。接触面上正压力的方向为接触表面的法线方向。

在塑性加工中，根据成形要求不同，要求坯料的加载方式也不同。它可以是整体加载（例如镦粗、缩口等），也可以是局部加载^②。局部加载时，可能是对称加载（例如拔长、冲孔等），也可能是非对称加载（例如摆辗等）。

整体加载时坯料可能产生整体变形（例如镦粗），也可能产生局部变形（例如缩口）；而局部加载时，同样可能产生局部变形（例如拔长、摆辗）和整体变形（例如冲孔）。这与工具形状、坯料形状、加载方式和加载位置等有关。在不同的加载条件下，坯料的内力情况不同，因而产生了不同的变形结果。这些内容将在第三章中具体介绍。

（二）摩擦力

塑性加工时，工具作用于金属上的摩擦力的方向通常与金属质点的移动方向相反。图1-1是拉拔时摩擦力的方向。镦粗时，坯料横截面增大，在接触面处金属质点由内向外移动，而摩擦力的方向则由外向内，如图1-2所示。

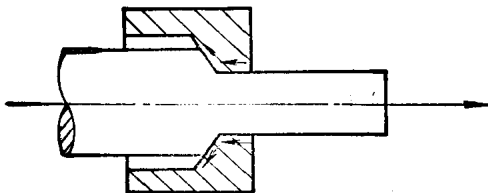


图1-1 拉拔时的摩擦力

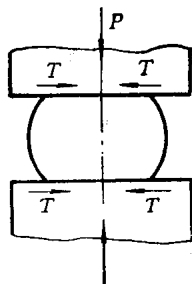


图1-2 镦粗时的摩擦力

① 本书中局部加载是指加载工具作用力的面积小于坯料该作用面总面积的情况，例如拔长、冲孔等都是在坯料的局部区域加载。

工具作用于金属上的摩擦力的数值与正压力 P 及摩擦系数 μ 成正比,但其最大值不应超过金属材料的抗剪强度。

摩擦力的存在往往引起变形抗力的增加,最明显的是挤压长坯料时侧壁摩擦力的数值往往超过金属经过孔口的变形力(见第二章图2-69),所以在同样的变形程度下,反挤时的挤压力 P_2 比正挤时的挤压力 P_1 小得多(如图1-3)。

摩擦力对金属塑性变形的不均匀性和金属充填模膛的能力有很大影响,详见第二章第三节和第三章第六节。

(三) 惯性力

金属坯料在液压机及机械压力机上成形时,由于速度较低($0.03 \sim 1.5\text{m/s}$),惯性力的影响可以忽略不计。但是,在锻锤及高速锤上锻造时,锤头运动的速度高达 $8 \sim 25\text{m/s}$,这时应考虑惯性力的影响。

惯性力通常可以分为两类:第一类是由静到动即加速时的惯性力;第二类是由动到静即减速时的惯性力。锤上模锻时上模膛容易被充满就是由于第一类惯性力作用的结果。

在高速锤上挤压时,工件在出口部分的速度 V_1 远大于锤头的速度 V_0 (图1-4)。根据体积不变条件可知: $V_1 = \frac{F_0}{F_1} V_0$, 当 $\frac{F_0}{F_1}$ 达到5时, V_1 可达到近 100m/s 。在这么高的速度下突然停止,由于第二类惯性力的作用有可能将工件拉断(图1-4c)或使其产生缩颈(图1-4b)。

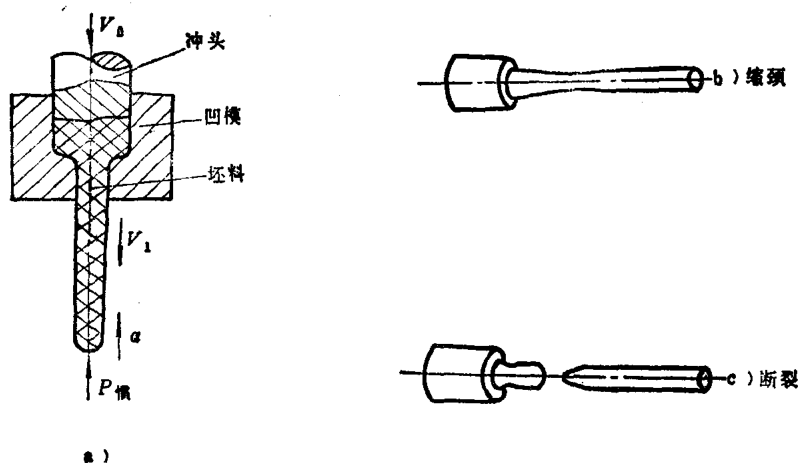


图1-4 高速锤上成形时的惯性力

二、应力分析

塑性加工时,工件各点处的应力状态一般是不同的。即使对同一点,在不同方位上的应力分量也是不一样的。弄清工件中各点处应力状态的变化规律是正确分析塑性加工有关问题的基础。

(一) 一点的应力状态

在外力作用下, 物体内要产生与诸外力相平衡的内力。一般地讲, 单位面积上的内力叫做应力。图1-5表示一物体受外力系 P_1 、 P_2 、 P_3 ...的作用而处于平衡状态。过物体某点 A 作一平面 F , 其法线为 N , 将物体切开移去上半部, 则上半部对下半部作用的内力就成为作用在下半部 A 面上的外力, 这时物体下半部分应保持平衡。这样, 内力问题就可以作为外力来处理。在 F 面上围绕 A 点取一个很小的面积 ΔF , 设该面积 ΔF 上的内力为 ΔP , 则我们定义

$$S = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF} \quad (1-1)$$

为 F 面上 A 点的全应力。全应力 S 可分成两个分量, 一个垂直于 F 面, 叫做正应力, 一般以 σ 表示; 一个平行于 F 面, 叫做剪应力, 一般以 τ 表示。

过 A 点可以有无限多个切面, 在不同方位的切面上, A 点的应力是不同的。现以单向均匀拉伸为例(如图1-6)。对于垂直于拉伸轴的平面上其应力为:

$$S_0 = \frac{P}{F_0} \quad (1-2)$$

式中 P ——轴向力;

F_0 ——垂直于轴线的横截面面积。

当所截平面的法线与轴线成 θ 角时(图1-7), 由于斜面的面积增大(由 $F_0 \rightarrow F_0/\cos\theta$), 相应的全应力 S_θ 为:

$$S_\theta = \frac{P}{F_0} \cos\theta \quad (1-3)$$

随着 θ 角的增大, 即所截平面越来越倾斜, 全应力 S_θ 也就越来越小。

既然过一点的不同方位的截面上其应力是不同的, 那么应该如何描述一点的应力状态呢?

过物体上的分析点 O 作任意三个相互垂直的平面。如果我们知道了这三个面上的应力, 就可以通过静力平衡算出 A 点在任意方向上的应力, 也就是说, 可以用一点在任意三个相互垂直方向上的应力来表示该点的应力状态。每个平面上的应力可以分解为一个正应力及两个平行于坐标轴的剪应力。正应力由 σ 表示, 剪应力用 τ 表示, 并用两个字母作角标, 第一个字母表示该应力分量的作用面, 第二个字母表示该应力分量的作用方向, 如图1-8所示。因此, 在一般情况下, 物体内一点的应力状态要用九个应力分量, 即三个正应力和六个剪应力来确定。

习惯上规定, 正应力以拉为正, 压为负; 切应力成对出现(其正负并没有实质性的影响), 当平面上所作用的正应力为正(拉)时, 切应力的方向与坐标轴正向相同时为正, 反之为负。

由剪应力互等定理可知:

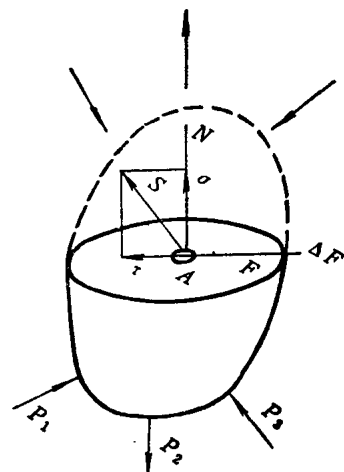


图1-5 面力、内力和应力

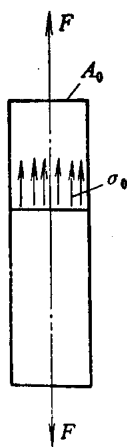


图1-6 单向拉伸时的应力

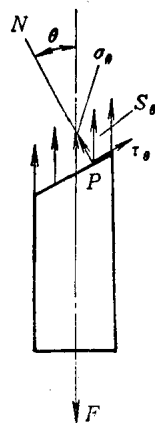


图1-7 单向拉伸时任意斜面上的应力

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

因此, 实际上只需要六个独立的应力分量, 即三个正应力和三个剪应力就可以确定一点处的应力状态。

对于受力体中的同一点处, 如果选取的坐标轴方向不同, 那么, 虽然该点的应力状态没有改变, 但是用以表示该点应力状态的九个应力分量就有不同的数值。这些不同的数值之间可以用一定的线性关系来换算, 这种关系式符合数学上张量的特性, 所以一点处的应力状态可用一个二阶对称张量描述, 叫做应力张量, 用 σ_{ij} 表示, 即:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

使式中 σ_{ij} 的下角标 i 、 j 分别依次等于 x 、 y 、 z , 即可得出上述九个分量。例如 $i = x$, $j = x$, 即为 σ_{xx} (也即 σ_x); $i = x$, $j = y$, 则为 σ_{xy} (也即 τ_{xy})。

由于 $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, 式 (1-4) 中矩阵对角线 σ_x — σ_y — σ_z 的两边是对称的, 所以应力张量是对称张量, 可以表示为:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \cdot & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \cdot & \cdot & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1-4a)$$

式中 “ $\cdot$ ” 表示所代表的项与位置对称的项相等。

(二) 斜面上的应力

可以证明, 只要知道受力物体上过某一点的三个相互垂直坐标面上的六个应力分量, 则对于与三个坐标轴任意倾斜的平面上的应力 (包括全应力 S 、正应力 σ_N 及剪应力 τ) 都可以求出。

如图 1-9 所示, 设斜面的法线方向为 N , 它与 x 、 y 、 z 三个坐标轴间夹角分别为 α_x 、 α_y 、 α_z , 其余弦相应为 l 、 m 、 n 。设斜面上的全应力为 S , 它在三个坐标轴方向的分量为 S_x 、 S_y 、 S_z 。则根据静力平衡可求得:

$$\left. \begin{aligned} S_x &= \sigma_x \cdot l + \tau_{yx} \cdot m + \tau_{zx} \cdot n \\ S_y &= \tau_{xy} \cdot l + \sigma_y \cdot m + \tau_{zy} \cdot n \\ S_z &= \tau_{xz} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + \sigma_z \cdot n \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

于是可求得全应力 S 为:

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \quad (1-6)$$

斜面上的正应力可由全应力的分量 S_x 、 S_y 及 S_z 投影到法线 N 上相加后求得,

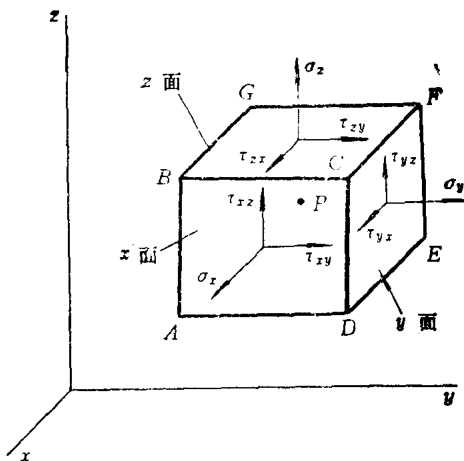


图1-8 单元体上的应力

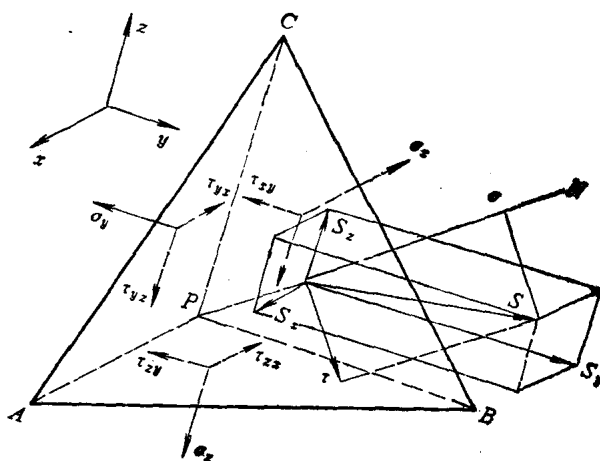


图1-9 斜切面上的应力

即:

$$\begin{aligned}\sigma_N &= S_x \cdot l + S_y \cdot m + S_z \cdot n \\ &= \sigma_x \cdot l^2 + \sigma_y \cdot m^2 + \sigma_z \cdot n^2 + 2(\tau_{xy} \cdot l \cdot m + \tau_{yz} \cdot m \cdot n + \tau_{zx} \cdot nl)\end{aligned}\quad (1-7)$$

由于 $S^2 = \sigma^2 + \tau^2$, 所以:

$$\tau^2 = S^2 - \sigma^2 \quad (1-8)$$

式 (1-7) 及式 (1-8) 说明, 如果已知一点在任意三个相互垂直方向上的应力, 则该点在任意方向上的应力均可求得。

(三) 主应力

由上述可知, 对于一点的应力状态, 如果选用不同的坐标方向, 则各应力分量将有不同的数值。可以证明, 对于受力体中的任意一点 A, 一定存在这样三个相互垂直的平面, 在其上只作用有正应力, 而没有剪应力。我们称该平面的法线方向为主方向或主轴方向, 该平面叫主平面, 主平面上的正应力叫主应力。利用主应力来研究塑性加工中的问题有很多好处, 为分析问题简便起见, 本书在分析问题时一般都用主应力。

假设通过 A 点的某一斜面正好是主平面, 该面上的剪应力分量 $\tau = 0$, 则其正应力 σ 就是全应力 S。σ 在三个坐标轴上的投影也就是 S_x 、 S_y 及 S_z 。即:

$$S_x = \sigma \cdot l \quad S_y = \sigma \cdot m \quad S_z = \sigma \cdot n$$

将此值代入式 (1-5), 整理后得:

$$\left. \begin{aligned}(\sigma_x - \sigma) \cdot l + \tau_{yx} \cdot m + \tau_{zx} \cdot n &= 0 \\ \tau_{xy} \cdot l + (\sigma_y - \sigma) \cdot m + \tau_{zy} \cdot n &= 0 \\ \tau_{xz} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + (\sigma_z - \sigma) \cdot n &= 0\end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

上式是以 $l \cdot m \cdot n$ 为未知数的齐次线性方程组。解此方程组, 并考虑几何关系 $l^2 + m^2 + n^2 = 1$, 即可求得三组方向余弦的值, 它们所代表的方向就是三个互相垂直的主方向。

由式 (1-9) 可以看出, 主方向仅仅决定于该点的应力情况, 而与坐标轴的选取无关。

因此, 一点的应力状态完全可以由三个已知方向和大小的主应力来确定, 这三个主应力用 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 表示, 并习惯上取 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (代数值)。

如果一点的应力状态用主应力给出, 则在公式 (1-5)、(1-6)、(1-7)、(1-8) 的基础上可以简单地表示出斜面上的应力。

沿主轴的应力分量为:

$$\left. \begin{aligned}S_1 &= \sigma_1 \cdot l \\ S_2 &= \sigma_2 \cdot m \\ S_3 &= \sigma_3 \cdot n\end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

$$\text{全应力: } S^2 = \sigma_1^2 \cdot l^2 + \sigma_2^2 \cdot m^2 + \sigma_3^2 \cdot n^2 \quad (1-11)$$

$$\text{正应力: } \sigma_N = \sigma_1 \cdot l^2 + \sigma_2 \cdot m^2 + \sigma_3 \cdot n^2 \quad (1-12)$$

$$\text{剪应力: } \tau^2 = \sigma_1^2 \cdot l^2 + \sigma_2^2 \cdot m^2 + \sigma_3^2 \cdot n^2 - (\sigma_1 \cdot l^2 + \sigma_2 \cdot m^2 + \sigma_3 \cdot n^2)^2 \quad (1-13)$$

所以, 只要三个主应力是已知的, 就可以计算任意平面上的正应力和剪应力。也就是说, 可以认为该点的应力状态是已知的。这时应力张量可简化为:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

(四) 主剪应力和最大剪应力

剪应力具有极值的切面叫主剪应力平面，其上作用的剪应力叫做主剪应力，现取主轴为坐标轴，则任意斜切面上的剪应力可由式 (1-13) 求得。

为求得剪应力的极值，以 $n^2 = 1 - l^2 - m^2$ 代入式 (1-13)，并分别对 l 、 m 求偏导数使之等于零，即：

$$l \left[(\sigma_1 - \sigma_3)l^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)m^2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \right] = 0 \quad (1-14a)$$

$$m \left[(\sigma_1 - \sigma_3)l^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)m^2 - \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \right] = 0 \quad (1-14b)$$

联解上式，即可求得剪应力为极值的斜切面的方向余弦，分析上式可知， $l = m = 0$ 是一组解。这时 $n = \pm 1$ ，它是两个平行的主平面，显然不是主剪应力平面，但在 $l \neq 0$ ， $m \neq 0$ 时，上式一般无法求解，于是设 $l = 0$ ， $m \neq 0$ （也即设斜切面始终平行于 1 轴，如图 1-10a 所示），则由式 (1-14b) 得：

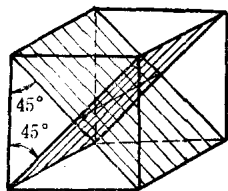
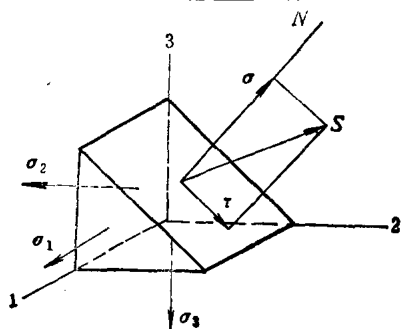
$$(\sigma_2 - \sigma_3)m^2 - \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) = 0$$

$$m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{从而 } n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

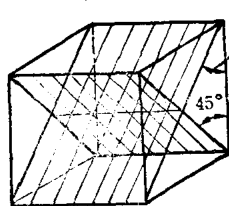
用同一方法在式 (1-13) 中消去 l 或 m 来求解，总共可以得到六组解。如表 1-1 所示。

表 1-1

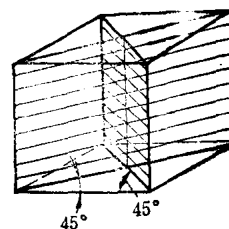
l	0	0	± 1	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
m	0	± 1	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
n	± 1	0	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	0



a)



b)



c)

图 1-10 主剪应力面

表中前三组解是主平面，后三组解各表示一对相互垂直的面，它们分别与一个主平面垂直并与另外两个主平面成 $\pm 45^\circ$ 角（见图1-10b，图中单元体画成了正方体），这些面就是主剪应力平面，面上的剪应力有极值的就主剪应力。将表中后三组解代入式（1-13）即可求得主剪应力：

$$\left. \begin{aligned} \tau_{23} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \\ \tau_{31} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1) \\ \tau_{12} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

主剪应力中绝对值最大的一个，也就是过该点所有斜面上剪应力的最大者，叫做最大剪应力 $\tau_{\max}$ 。如设 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ，则

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \quad (1-16)$$

根据后面第四节中所述的最大剪应力不变条件，当一点的 $\tau_{\max}$ 达到某一定值时，该点就进入塑性状态，所以它具有重要意义。

将上表中后三组解代入式（1-12），即可求得主剪应力面上的正应力：

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{23} &= -\frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \\ \sigma_{31} &= -\frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \\ \sigma_{12} &= -\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

应注意到，每对主剪应力平面上的正应力都是相等的。图1-11为 σ_1, σ_2 坐标平面上的例子。

（五）应力偏张量和球张量

设 σ_m 为三个正应力分量的平均值，即：

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1-18)$$

式中 σ_m ——平均应力或静水应力（静水应力的大小对材料的塑性有重要影响，在工艺分析中要经常用到）。

如果把正应力分量 σ_i （ $i = x, y, z$ ）写成

$$\sigma_i = (\sigma_i - \sigma_m) + \sigma_m = \sigma'_i + \sigma_m \quad (1-19)$$

式中 σ'_i ——应力偏量。

将上式代入张量矩阵，即可将应力张量分为两部分，一部分是反映平均应力大小的球张量，另一部分是应力偏张量：

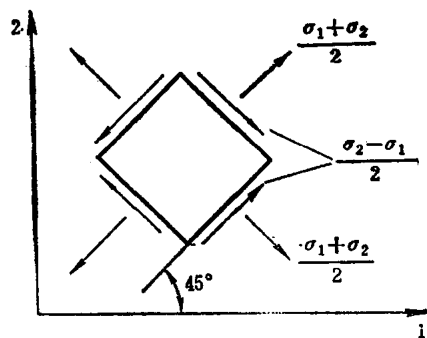


图1-11 主剪应力面上的正应力

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sigma_x - \sigma_m) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma_m) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma_m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix} \quad (1-20)$$

(应力张量) (应力偏张量) (应力球张量)

应力球张量只引起弹性变形，对塑性变形不起作用。而应力偏量反映应力差值，并决定塑性变形的发生和发展。应力偏量对塑性加工来说是一个十分重要的概念。不同的塑性加工工序，加载的形式不同，所引起的主应力的的大小和符号可能不同，但只要它们的应力偏张量类似，就可以得到类似的变形效果。具体内容将在本章第五、六节和第三章中介绍。

(六) 八面体应力和等效应力

八面体平面是指与三主轴等倾斜的平面，共有八个等倾斜面，组成一个八面体，如图1-12所示。该平面的方向余弦

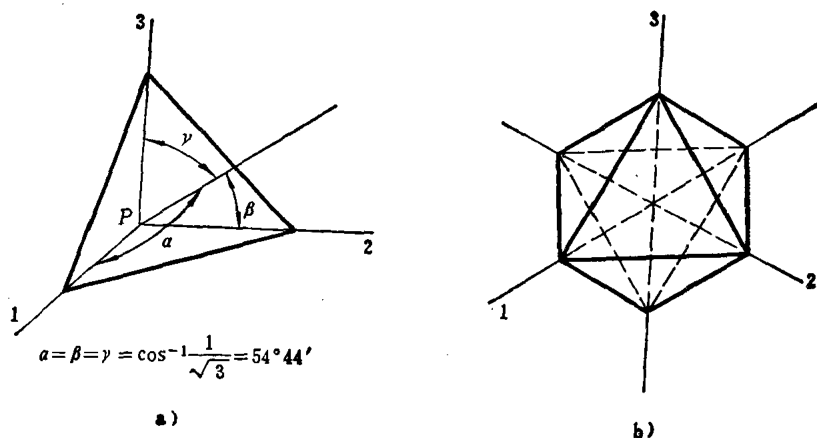


图1-12 八面体

$$l = m = n = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

将上式中的方向余弦的值代入式 (1-12)、(1-13)，并简化得八面体上的正应力 σ_8 与剪应力 τ_8 ：

$$\sigma_8 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1-21)$$

$$\tau_8^2 = \frac{1}{9}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (1-22a)$$

或
$$\tau_8 = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1-22b)$$

由此可见， σ_8 就是平均应力或静水应力，它是一个不变量；而 τ_8 则是和应力球张量无关的一个不变量。

对于任意坐标系，它可以用下式表示：

$$\sigma_8 = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (1-23)$$

$$\tau_8 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1-24)$$

将八面体剪应力 τ_8 乘以系数 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ，又可以得到一个表示应力状态的不变参量，叫做等效应力，也称广义应力或应力强度，一般以 $\bar{\sigma}$ 表示：

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \tau_8 = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (1-25)$$

或
$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]} \quad (1-26)$$

等效应力是一个重要概念，它虽不像八面体应力那样代表某一个真实平面上的应力，但等效应力是决定材料能否进入塑性状态的一个参量，要经常用到（见本章第四节）。在单向应力状态时，将 $\sigma_1 \neq 0$ ， $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ 代入式（1-25），即可得到 $\bar{\sigma} = \sigma_1$ ，与单向应力相等，等效之名由此而来。

三、应变分析

塑性加工通常都是大塑性变形，但研究物体的变形状态应从分析微小变形开始。因为，即使对于大塑性变形过程，在其每一瞬间也是小变形，即大变形是由小变形积累起来的。

变形的大小可以用应变来表示，物体的变形是由正变形（线变形）和剪变形（角变形）组成的，所以应变也分为正应变和剪应变两种。本节从几何学的角度来分析变形和应变问题。

（一）应变状态分析

设在物体中取一微线元 AB ，长度为 r_0 ，小变形后移至 A_1B_1 ，长度变成 r （图1-13），则该线元的正应变为：

$$\epsilon_r = \frac{r - r_0}{r_0} = \frac{\Delta r}{r_0} \quad (1-27)$$

伸长的线应变为正值，缩短的线应变为负值。

图1-14是剪变形的情况。该图中 AB 和 AC 是两条相互垂直的线元，微小变形后移至 A_1B_1 和 A_1C_1 ，它们间的夹角发生了变化。如将 AB 与 A_1B_1 合并到一起（图1-14b）后，可以看到： C 点相对于 A 点在垂直于 AB 的方向偏移了 Δr_1 ，致使线元 AC 相对于 AB 偏移了一个微小的角度 α 。假定线元长度都没有变化，而且，由于变形很小，可以近似认为剪变形不影响线元的长度，于是剪应变为：

$$\frac{\Delta r_1}{r_0} = \tan \alpha \approx \alpha \quad (1-28)$$

当夹角减小时，剪应变为正值，夹角增大时为负值。

为了和成对出现的剪应力对应起来，可以把 α 角看成是线元 AB 和 AC 同时偏转 $\gamma = \frac{\alpha}{2}$ 而成，如图1-14c所示，这从塑性变形的效果来看是完全一样的。

和应力分析一样，一点的应变状态可以用九个应变分量来表示，即三个正应变分量（ $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ ）和六个剪应变分量（ $\gamma_{xy}, \gamma_{yx}, \gamma_{yz}, \gamma_{zy}, \gamma_{zx}, \gamma_{xz}$ ）。根据图1-14c中的假设， $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$ ， $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$ ， $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$ 。

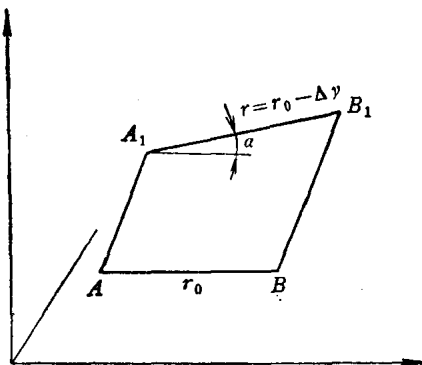


图1-13 线元正变形

所以，表示一点的应变状态，实际上只需要六个应变分量。

和应力分析一样，根据一点的六个应变分量可以求出任意方向上的应变，可以求出主应变 (ε_1 、 ε_2 、 ε_3)、主剪应变 (γ_{12} 、 γ_{23} 、 γ_{31})、八面体应变 (ε_8 、 γ_8) 和等效应变 ($\bar{\varepsilon}$) 等 (其推导过程略)。

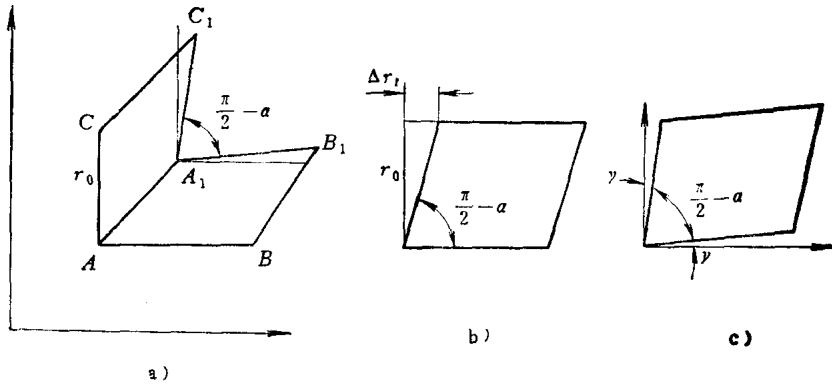


图1-14 线元剪变形

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{12} &= \pm \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \\ \gamma_{23} &= \pm \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \\ \gamma_{31} &= \pm \frac{1}{2}(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \end{aligned} \right\} \quad (1-29)$$

$$\varepsilon_8 = \varepsilon_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (1-30)$$

$$\begin{aligned} \gamma_8 &= \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + 6(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \end{aligned} \quad (1-31)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_8$$

即

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + 6(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \end{aligned} \quad (1-32)$$

和应力分量一样，一点的应变状态也是一个二阶对称张量，叫应变张量，用 ε_{ij} 表示：

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1-33)$$

考虑到与主对角线对称的分量相等，故又可表示为：

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \cdot & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \cdot & \cdot & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1-33a)$$

如取主应变方向为坐标轴（主轴）的方向，则应变张量可简化为：

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (1-33b)$$

应变张量与应力张量具有类似的特性，它充分决定了一点的应变状态，并且同样可以分解为应变球张量和应变偏张量。前者反映了体积的变化（弹性应变），后者反映了形状的变化。

塑性变形时，体积虽有微量变化，但与塑性应变相比是很小的，可以忽略不计。因此，一般认为塑性变形时体积不变，即物体塑性变形前的体积等于变形后的体积。

但是不能由此认为，受外加载荷时，塑性变形过程中的物体体积等于卸载后的物体体积。这是因为物体塑性变形时，总是伴随有弹性变形。弹性变形与应力间的关系符合虎克定律。

塑性变形时，由于体积不变，小应变之和 $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$ ，因此， $\varepsilon_m = 0$ 。故在塑性变形时，应变的球张量为零，应变张量就是应变偏张量。

（二）应变分量和位移分量的关系（几何方程）

物体变形时，体内各质点都将产生位移，因此，应变分量可以通过位移分量来表示。

设想从变形体中取一微元六面体（图1-15），其棱边长为 dx 、 dy 及 dz ，棱边与坐标轴平行，以 a 、 b 、 c 、 d 表示此六面体变形前在 x 、 y 平面上的投影（图1-16）。变形后 a 、 b 、 c 、 d 点产生位移。 a 点的位移分量为 u_a 、 v_a 、 w_a ，而 b 点的位移分量为 u_b 、 v_b 、 w_b （图1-16中 w_a 、 w_b 未表示出来）。如果物体只有刚性移动而无线变形，则

$$u_a = u_b$$

$$v_a = v_b$$

$$w_a = w_b$$

即各质点间相对位置未发生变化。若物体有线变形，则各质点的相对位置发生变化。例如，若 B 点相对于 A 点有位移存在，其位移分量将是：

$$u_b = u_a + du$$

$$v_b = v_a + dv$$

$$w_b = w_a + dw$$

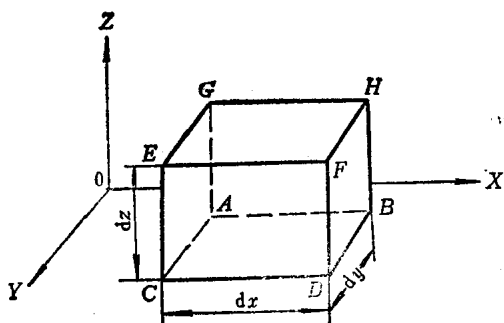


图1-15 微元六面体

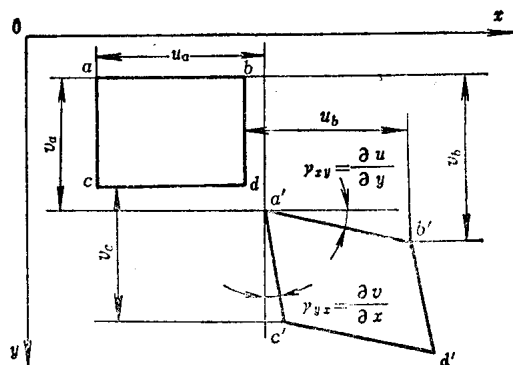


图1-16 单元体的变形