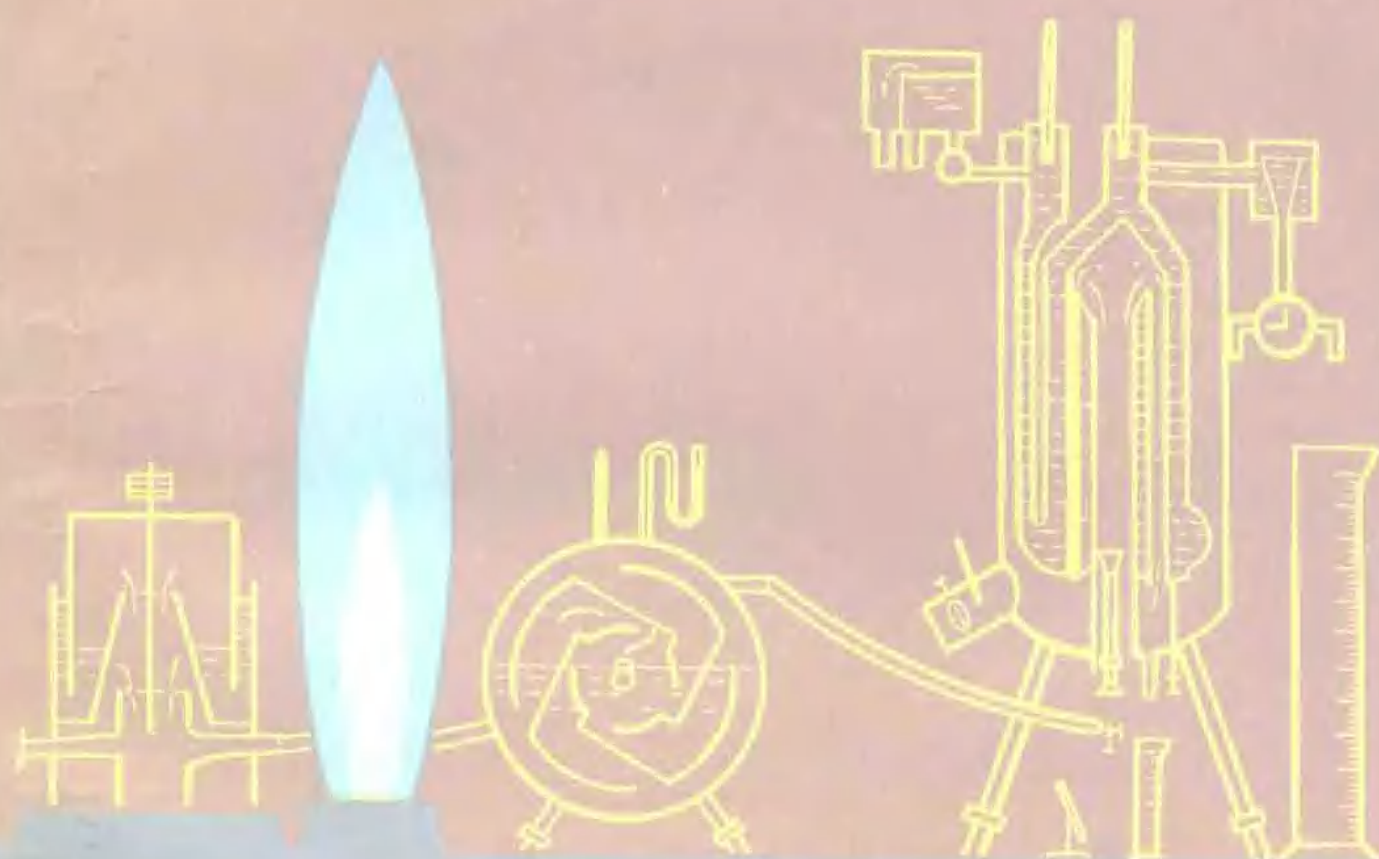


1482

燃气测试技术

徐吉沅 主编



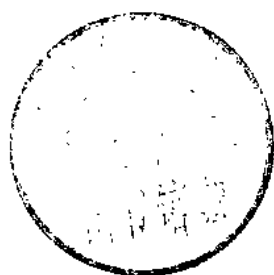
同济大学出版社



72.56
497

燃气测试技术

徐吉沅 主 编



同济大学出版社

103001

(沪)204号

内 容 提 要

本书系高等学校城市燃气工程专业《燃气测试技术》课程的教科书,其主要内容包括测量的基本知识和误差分析、燃气基本参数(温度、压力、流量、成分和密度等)及燃气燃烧性质(热值、华白数和火焰传播速度等)的测试技术。为了反映新技术发展,本书还介绍了微型计算机在测试工作中的应用;书末作为各参数测量技术的综合应用,专列一章燃气用具的测试方法。

本书可作为大专院校热能工程等有关专业的教学参考书,也可供从事煤气、天然气、液化石油气和人工沼气供应工作的工程技术人员参考。

2F70/07

责任编辑 吴味隆

封面设计 王肖生

燃气测试技术

徐吉沅 主编

同济大学出版社出版

(上海四平路 1239 号)

新华书店上海发行所发行

上海科技外文印刷厂排版

同济大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 18.5 字数: 489 千字

1991 年 12 月第 1 版 1991 年 12 月 第 1 次印刷

印数: 1—2000 定价: 5.15 元

ISBN 7-5108-0386-7/T·2

前 言

随着科学技术的发展,测试技术越来越为人们所重视。测试工作是实现燃气供应现代化的基础,也是节约能源不可缺少的措施。

只有进行准确的测试,才能控制各种设备的运行参数,实现生产自动化,保证安全、可靠、按质、按量的供气,并使用气设备达到较低的燃料消耗;只有进行准确的测试,才能检验燃烧设备的技术性能,保证产品质量,实现生产标准化;只有进行准确的测试,才能开展科学研究和新产品试制,不断提高技术水平,实现燃气工业现代化。

近年来,材料科学、激光技术和电子技术的迅速发展推动了测试仪器、测试设备的发展,测试过程本身也实现了自动化。“测试技术”作为一门学科,其内容越来越丰富,越来越完善,它已成为一个工科大学生必须具备的基本知识技能。

同济大学自1982年为燃气工程专业开设“燃气测试技术”课程以来,经过多年的教学实践,编写过三次讲义。本书稿是在此基础上修改、补充编写而成的。

本书内容包括测量的基本知识和误差分析、燃气基本参数(温度、压力、流量、成分和密度等)及燃气燃烧性质(热值、华白数和火焰传播速度等)的测量。着重对基本原理的阐述,而对硬件的细节不作过多的介绍。为了反映新的技术发展,还介绍了微型计算机在测试工作中的应用。最后,作为各参数测量技术的综合应用,介绍了燃气用具的测试方法。

本书共分十章,参加编写工作的同志有徐吉浣(第一、二、三章)、施惠邦(第四、五、七章)、庄永茂(第六章)、李奇(第八、九章)和伍国福(第十章)。全书由徐吉浣主编,并请姜正侯同志主审。

在本书编写过程中,承蒙上海市煤气公司孙炳常同志、同济大学郁顺康同志和吴愈勤同志的大力协助,提供了宝贵的资料和意见,特此致谢。

限于编者的学识水平,书中难免存在错误和不妥之处,希读者批评指正。

编 者

1990年12月

目 录

前言

第一章 测量及误差分析	1
第一节 测量及误差	1
第二节 测量仪表及其基本特性	4
第三节 有效数字及其计算法则	8
第四节 随机误差	10
第五节 系统误差	14
第六节 疏失误差	21
第七节 间接测量的误差	23
第二章 燃气分析	25
第一节 采样	25
第二节 化学吸收法分析燃气	28
第三节 燃气中杂质含量的分析	34
第四节 气相色谱分析燃气	37
第一节 燃气热值的测量	53
第三章 燃气燃烧性质的测量	53
第二节 燃气相对密度的测量	61
第三节 燃气白华数的测量	66
第四节 火焰传播速度的测量	68
第四章 温度的测量	79
第一节 非电测温法	79
第二节 温度的电测方法	84
第三节 辐射测温	102
第五章 压力和流速的测量	110
第一节 压力的测量	110
第二节 流速的测量	127
第六章 流量的测量	134
第一节 容积式流量测量方法	134
第二节 速度式流量测量方法	138
第三节 差压式流量测量方法	147
第四节 节流变压降流量计	150
第七章 烟气分析	170
第一节 间歇式烟气分析仪	170
第二节 连续式烟气分析仪	178
第八章 基本测量电路	194

第一节	电桥线路测路	194
第二节	测量放大	198
第三节	电势的测量	209
第九章	微型计算机在燃气测试中的应用	214
第一节	微机测试系统简介	214
第二节	微机测试系统中的软件	220
第三节	微机测试系统应用实例	226
第十章	燃烧设备的测试	236
第一节	概述	236
第二节	燃烧器的测试	242
第三节	民用燃烧器具的测试	255
第四节	工业炉的测试	264
附录		234
附录 1	常用单位换算表	264
附录 2	城市燃气和试验气	265
附录 3	一些常用气体的物理化学性质	268
附录 4	一些常用液体的物理化学性质	270
附录 5	常用材料的比热和导热系数	271
附录 6	各种测温材料的物理性质	273
附录 7	常用热电偶分度表	274
附录 8	常用热电阻分度表	278
附录 9	某些材料的发射率	280
附录 10	流量测量常用图表	281
参考文献		289

第一章 测量及误差分析

测量是指人们为确定未知参数而做的全部工作。在测量过程中,借助于专门的仪器设备,通过一定的试验方法,求出以所用测量单位来表示的未知参数的数值,其中包括测量误差的分析和数据处理。

任何自然科学和工程技术领域中所进行的研究活动都离不开测量。科学技术的发展与测量技术的不断完善是紧密相关的。

准确和可靠的测量,是生产过程自动化的先决和必要条件。生产过程自动化的任务就是根据测量装置所提供的信号发出指令,对生产设备进行必要的控制,以达到安全而经济的运行。这对燃气工业是特别重要的。

测量是判断产品质量的重要手段,只有借助于测量所获得的各种参数,才能评价产品的好坏,例如设备的燃料消耗率、热效率、金属消耗率等。生产过程一旦离开了测量就会带来盲目性。即使在日常生活中,如果没有必要的测量也会引起混乱,例如汽车在道路上行驶时,为了安全必须装有速度表。

由于测量对科学研究有重要意义、与工农业生产有密切关系,它已发展成一个专门的学科——测试技术。

测试技术是研究测量方法和测量装置的科学技术。根据测量对象的不同,它又可分为长度测量、力学测量、电学测量、热工测量和组分测量等等。与燃气工程有关的温度、压力、流量、气体组成等参数的测量,属于热工测量和组分测量的范畴,但又有其特点。

随着科学技术的发展以及燃气工业规模的不断扩大,为保证安全、可靠和经济的运行,燃气工业自动化势在必行,对测量的要求也愈来愈高。如何采用那些不断涌现的新型的测量仪表,并研究适合于各种具体条件的测量方法,就成为一个燃气工程师必须考虑的问题。目前,一套大型燃气工业炉所布置的测点多达几百个,不得不考虑巡回检测装置,甚至使用专用计算机来进行大量测量工作的控制和数据的处理。测量过程本身也实现了自动化。

第一节 测量及误差

一、被测量

在科学实验中,往往需要知道某些物理量的数值大小而对它进行测量,通常就把需要测量的物理量称为“被测量”或“被测参数”,例如:温度、压力、流量等。

按照被测量随时间的变化关系,被测量有静态参数和动态参数之分:

(一)静态参数

在整个测量过程中被测量的数值大小和方向保持不变的(即被测量不随时间而变化)为静态参数,例如大气压力、电动机转速等。当然,严格地说这些参数的数值也非绝对恒定,只是在测量过程中其数值变化甚微,可以忽略不计。

(二)动态参数

被测量的数值随时间变化的,为动态参数,例如在升温加热过程中的炉温、脉冲燃烧装置运行时燃烧室内气体的压力等。这些参数随时间变化的关系可以是周期函数、随机函数等。

二、测量方法的分类

测量方法通常分为直接测量和间接测量。

(一)直接测量

将被测参数直接与选用的标准量进行比较而得到测量值的方法称为直接测量。直接测量又可分为直读法和比较法两类。

1. 直读法 直读法是直接从测量仪表上读得被测量,例如用水银温度计测量温度。

2. 比较法 比较法一般不能从测量仪表直接读得测量结果,而使用与标准量具比较的方法来获得测量结果。根据比较的方法不同,又可分为:

(1) 零示法(又称零值法) 在测量时使被测量的作用与已知量(标准量具)的作用互相抵消(平衡),以致总的效应为零,这样就可以确定被测量等于该已知量。例如,用电位差计上指针为零来确定热电偶在某个温度环境中的热电势。

(2) 差值法 使用适当的手段测量出被测量 A 与一个已知量 K 的差值 $(A - K)$,则有

$$A = (A - K) + K$$

例如, U 形压力计测得的压力,是被测压力与大气压力之差。

(3) 替代法 在一定的测量条件下,选择一个适当的已知量(通常是可调的标准量具),使它在测量装置中替代被测量而维持测量仪表指示值相同。这样,被测量的数值就等于该已知量。

用以上三种比较法进行测量,手续比较麻烦,但测量仪表本身的误差以及其他某些误差往往在测量过程中被抵消,从而可以达到较高的测量精确度。

(二)间接测量

间接测量是通过测量与被测量有一定关系的一个或几个物理量,再引用它们之间的函数关系计算出被测量的数值。例如在测量管道中气体流量 V 时,可通过测量管道中气体的平均流速 v 和管道的截面积 S 加以确定:

$$V = Sv$$

三、真值与测量值

在测量过程中,被测量具有客观存在量值,这一量值就称之为真值,用 μ 表示。而通过仪表测得的结果为测量值,用 M 表示。

由于测量仪表、测量方法、环境条件、人的观察能力以及测量程序等不能达到完美无缺的程度;另一方面,要对物理量进行测量必须有一个比较标准,而真正的比较标准又是不存在的,因此,在测量中总是存在误差,测量值实际上是不可能等于真值的。

随着人的认识运动的推移和发展,在实践中不断改进测量仪表、测量方法以及数据处理方法,测量值可以逐渐逼近真值,然而却不能等于真值,两者之间的差异程度称为测量误差。

四、测量误差分类

(一)按测量误差的表示方法分类

1. 绝对误差 ΔM 绝对误差是测量值与真值之差:

$$\Delta M = M - \mu$$

绝对误差表示出测量误差在量值上的大小。使用绝对误差时测量结果记作

$$M \pm \Delta M$$

2. 相对误差 δ 相对误差是绝对误差与测量值之比:

$$\delta = \frac{\Delta M}{M} \times 100\%$$

相对误差表示出测量的精确度。例如在某温度测量中测得结果为 $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$, 在另一温度测量中得到的结果为 $(50 \pm 1)^\circ\text{C}$, 尽管它们的绝对误差相同, 均为 $\pm 1^\circ\text{C}$, 但后者的测量精确度 ($\delta_2 = 2\%$) 高于前者 ($\delta_1 = 5\%$)。

使用相对误差时测量结果记作

$$(1 + \delta)x$$

由于被测量的真值 μ 实际上是无法知道的, 因此绝对误差 ΔM 和相对误差 δ 也无法求得。在实际工作中, 往往用高一级的准确度的仪表测得的值作为真值的近似值来计算。

(二)按测量误差的特性分类

1. 随机误差(又称偶然误差) 在相同条件下(同一观察者、同一测量仪器、相同的环境条件等), 多次测量同一被测量, 会发现存在一种绝对值和符号不可预知的变化着的误差, 这就是随机误差。

2. 系统误差 系统误差是在测量中产生的量值大小和符号都恒定不变或遵循一定规律变化的误差, 通常产生这种误差的原因是可知的。

3. 疏失误差(又称粗大误差) 由于测量者的疏忽、过失或测量条件的突然变化等原因造成的误差称为疏失误差。这种误差的特点是导致测量值过大或过小, 误差极为明显。疏失误差的大小和变化无规律可循, 但是可以通过主观努力避免其发生。

(三)测量误差的来源

1. 仪表误差 由测量仪表本身造成的误差, 其大小与仪表的制造工艺、结构完善程度等有关, 通常用仪表的准确度来表示。

2. 人员误差(也称操作误差) 由测量者主观原因造成的误差, 它与人的观察能力、操作水平以及是否细心有关。

3. 环境误差 由于测量环境不符合仪表使用条件而产生的附加误差。

4. 装置误差 由于测量装置的安装不符合要求而产生的附加误差。

五、测量的准确度、精密度和精确度

(一)准确度

准确度是指测量值与真值的符合程度, 一般它是由系统误差的大小来表示的。系统误差大, 意味着测量的准确度就低, 反之就高。

(二)精密度

精密度是对同一被测量在相同的条件下, 使用同一仪表, 由同一操作者进行多次测量所得结果彼此之间的接近程度。换言之, 它是由随机误差来表示的。随机误差大精密度就低, 反之就高。

(三)精确度

精确度是准确度和精密度的综合反映, 习惯上又叫精度, 它表示总的测量误差的大小。

对某一物理量来说,准确度高的测量其精密度不一定高,精密度高的测量其准确度不一定高,只有精确度高的测量,其准确度与精密度都高。图 1-1 所示为某种燃气的低热值 H_i 的三组测量值, n 为测量次数, $H_{i,0}$ 表示真值。(a)组表示系统误差小而随机误差大,即准确度高、精密度低;(b)组表示系统误差大而随机误差小,即准确度低、精密度高;(c)组表示系统误差与随机误差都小,即准确度和精密度都高。显然,(c)所示的这组测量精确度最高,比较令人满意。

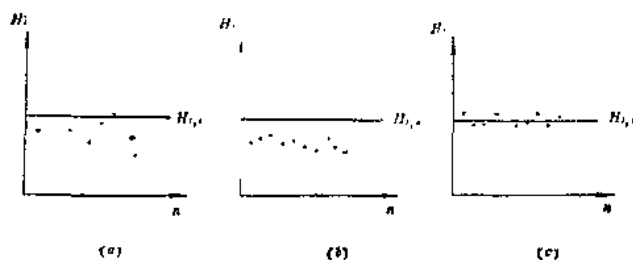


图 1-1 准确度、精密度和精确度

第二节 测量仪表及其基本性能

一、测量仪表

测量仪表发展至今已种类繁多。但是,不论各种仪表的原理、构造如何,就其各部分的作用来看,任何一个仪表都可以剖析为感受件、显示件和中间件三个组成部分。

(一)感受件

感受件直接感受被测参数的变化,并将其转换成一个相应的信号变化输出。例如,水银温度计端部的水银温包,它可以把感受到的温度变化转换为水银体积的变化而输出;热电偶温度计的热电偶,它能把感受到的温度变化转换为电势变化输出。感受件有时又称为敏感元件或传感器。

对感受件的要求是:

1. 输出信号必须随被测参数变化而变化。
2. 输出信号的变化不因其它参数变化而受影响。
3. 输出信号与被测参数之间具有线性变化关系。

(二)显示件

显示件向观察者反映被测参数的数值大小。按显示件的功能不同,可把测量仪表分为以下几种:

1. 指示式仪表,显示被测参数瞬时值。
2. 记录式仪表,记录被测参数随时间变化的数值。
3. 积算式仪表,显示被测参数对时间的积分值。例如,在测量燃气流量时,若要测出某段时间内流过的总量就要采用积算式燃气流量计。
4. 信号式仪表,当被测参数达到或超过规定的限值时,仪表自动发出声、光信号,引起人们注意。

(三)中间件

中间件的作用是将感受件输出的信号按显示件的要求传输给显示件。根据不同的使用要求,中间件可有以下不同功能:

1. 单纯起传输作用,将感受件输出的信号直接送给显示件,如信号管与电缆。
2. 放大感受件发出的信号,以满足远距离传输及驱动指示和记录装置的需要。
3. 当感受件输出信号的形式不适合于显示时,中间件要把信号转换成适合于显示的形式。例如在单元组合仪表中,将各种感受件的输出信号转换成具有统一数值范围的气、电信号。这时,中间件常被称为变送器。有了变送器,便可用同一种显示器来显示不同的被测参数。

由上述测量仪表的基本组成可知,各种测量仪表的工作过程,就是被测参数以某种能量形式进行转换和传递并与相应的测量单位进行比较的过程。独立的感受件或传感器又称为一次仪表。接受一次仪表的输出信号,并将其放大或转换成其他信号,最后显示出测量结果的仪表称为二次仪表。

有的测量仪表是一次仪表和二次仪表组合在一起的,例如弹簧压力表、水银温度计等;有的测量仪表则是一次仪表和二次仪表分开的,如热电偶温度计、孔板流量计等。

二、测量仪表的基本技术性能

(一)量程和刻度范围

仪表能够测量的最大输入量与最小输入量之间的范围称作仪表的量程;而仪表显示盘上的刻度终值(即满刻度值)与起始值所限定的范围称作刻度范围。量程与刻度范围两者之间不同之处在于仪表有基本误差。

选用仪表时,首先应对被测量的大小有一初步估计,务必使被测量的值都在仪表的量程之内。如果被测量的值超过仪表的量程,会导致仪表的损坏,或者不能测得被测量。

(二)准确度

准确度反映了测量仪表的基本误差。一个仪表制成之后,如果使用条件和操作方法均符合说明书的规定,那末在测量中由仪表本身造成的误差是基本不变的,属于系统误差的一种,它的大小应当用仪表的准确度来描述。

仪表准确度是由仪表的最大绝对误差 Δx 折合到占仪表刻度范围 I_m 的百分数(相对误差)来表示的,即

$$\delta_i = \frac{\Delta x}{I_m} \times 100\%$$

国家标准局已按准确度相对百分值的大小将仪表划分成七个等级:0.1级、0.2级、0.5级、1.0级、1.5级、2.5级和5.0级。通常要求将测量仪表的准确度在仪表表面上标出,并在说明书中写明。

如果某一温度计的准确度为1.0级,刻度范围为50~100℃,那么使用这一温度计来测量温度时,可能产生的仪表误差不超过刻度范围的1.0%,即为

$$(100 - 50) \times 1.0\% = 0.5^\circ\text{C}$$

在测量中使用同一准确度等级且量程也相同的仪表时,仪表误差(绝对值)是相等的,与被测参数的大小无关。例如上面所举的例子中,不管测得的温度值是60℃还是80℃,测量仪表的误差均为0.5℃。显然,测80℃时,测量的相对误差就比测60℃时小。所以,在选

用仪表时被测量的值最好落在刻度范围的 2/3 左右为宜。

对同一准确度的仪表,如果刻度范围不等,则在测量中可能产生的绝对误差是不相同的,刻度范围愈大,其绝对误差也愈大。所以,选用仪表时,在满足被测量的数值范围的前提下,应尽可能选择量程小的仪表,并使测量值在刻度范围的 2/3 左右。这样就可以达到既满足测量误差的允许值又能选择准确度等级较低的测量仪表,从而降低费用。

例如,被测温度值为 70°C 左右,系统误差不允许超过 0.5°C ,若提供的温度计有下列几种:

量程为 $0\sim 50^{\circ}\text{C}$; $0\sim 100^{\circ}\text{C}$; $0\sim 200^{\circ}\text{C}$ 的 1.0 级表;

量程为 $0\sim 50^{\circ}\text{C}$; $0\sim 100^{\circ}\text{C}$; $0\sim 200^{\circ}\text{C}$ 的 0.5 级表。

试选择合适的温度计。

根据误差限制的要求,选用量程为 $0\sim 50^{\circ}\text{C}$ 的 1.0 级表和量程为 $0\sim 100^{\circ}\text{C}$ 的 0.5 级表都是可以的,因为两者的仪表误差相同:

$$\Delta t_1 = \pm (50 - 0) \times 1\% = \pm 0.5^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta t_2 = \pm (100 - 0) \times 0.5\% = \pm 0.5^{\circ}\text{C}$$

但是,选用量程为 $0\sim 50^{\circ}\text{C}$ 、准确度为 1.0 级的温度计更为合适。因为它既满足了误差限制的条件,准确度等级又比较低,价格也便宜。

(三)灵敏度和灵敏限

灵敏度表达仪表对被测参数变化的响应程度,用输出变化 Δa 与输入变化 Δx 之间的比值表示,即

$$S = \frac{\Delta a}{\Delta x}$$

对一个线性仪表而言,其灵敏度 S 为常数。

仪表的灵敏限是指引起仪表动作的被测参数的最小变化量。一般来说,仪表的灵敏限应不大于仪表允许误差的一半。

(四)变差

在外界条件不变的情况下,用同一仪表对某一参数作上行程和下行程测量(即逐渐由小到大和由大到小作测量),可以发现两次测量中相等被测量的仪表示值是不相等的,两者之差就是变差。通常,用同一被测参数在上、下行程测量时仪表示值之差的最大值 $\Delta_{\max}$ (图 1-2) 与仪表量程范围 I_m 之比的百分数表示变差:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_{\max}}{I_m} \times 100\%$$

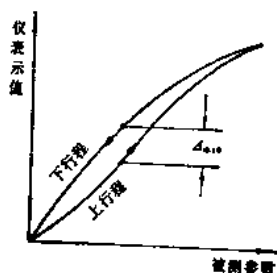


图 1-2 仪表的变差

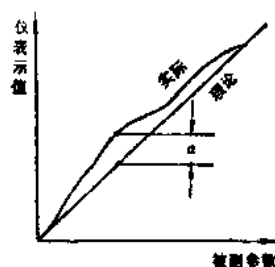


图 1-3 非线性误差

(五)线性度

线性度表征仪表的非线性误差。

对于理论上具有线性“输入-输出”特性曲线的仪表,由于各种因素的影响,实际特性曲线往往偏离线性关系,它们之间的最大偏差 a 与量程范围 I_m 之比用百分数表示(图 1-3),即为该仪表的线性度 L :

$$L = \frac{a}{I_m} \times 100\%$$

(六)重复性

同一工作条件下,多次按同一方向(上行或下行)将输入信号作全量程范围变化时,对应于同一输入值,仪表输出值的一致性称为重复性。重复性大小是以全量程上对应于同一输入量输出的最大值和最小值的差与量程范围之比的百分数来表示的。

(七)漂移

在一定的工作条件下,保持输入信号不变,经过一段时间后输出的变化称为漂移。它是以整个仪表量程上输出的最大变化量与量程范围之比的百分数表示的。通常由于电子元件老化、弹性元件的时效、节流元件的磨损和敏感元件的污染变质等原因引起漂移。

以上所述为仪表的静态特性。此外,当被测对象不是处于稳定状态而是快速变化时,还应当考虑仪表的动态特性。

三、测量仪表的动态特性

动态特性是指仪表对随时间变化的被测量的响应特性。动态特性好的仪表,其输出量随时间变化的曲线与被测量随同一时间变化的曲线是一致或者比较接近的。但是由于实际被测量随时间变化的形式是各种各样的,为了便于比较,在研究动态特性时,通常输入标准信号——正弦变化和阶跃变化两种信号来分析动态特性。

在分析和研究仪表的动态特性时,一般必须建立仪表的输入和输出之间的数学模型,然后得到输出与输入的变换关系。

(一)频率响应

当输入信号的变化如图 1-4 所示为正弦波 $x(t) = A \sin \omega t$ 时,则输出为

$$y(t) = B \sin(\omega t + \varphi)$$

如果输入信号的振幅 A 是一定的,频率 ω 有所变化,则输出信号 $y(t)$ 的振幅 B 和相位 φ 也会发生变化。从图 1-4 可见其幅度将减小,而在时间相位上将出现滞后的现象。所谓频率响应就是在稳定状态下的振幅比 A/B 和相位 φ 随频率 ω 变化的情况。当 $A/B \approx 1$; $\varphi = 0$ 时,仪表的频率响应就好,否则仪表的频率响应就差。

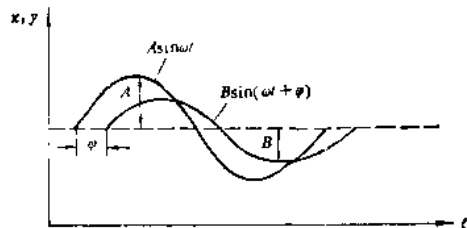


图 1-4 仪表频率响应图示

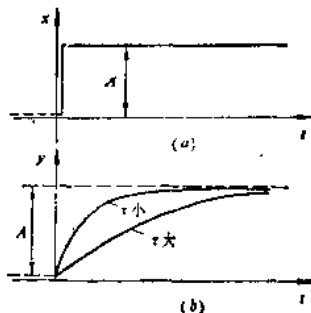


图 1-5 仪表的阶跃响应

仪表的频率响应主要由仪表的固有频率 ω_0 决定。在一般情况下, ω_0 高仪表的频率响应就好,反之就差。

(二)阶跃响应

阶跃信号($t=0$ 时 $x(t)=0$; $t>0$ 时 $x(t)=A$)输入仪表时其输出信号 $y(t)$ 能否立即跟随输入信号变化的能力为阶跃响应。图1-5所示为一阶仪表的阶跃响应,其中 τ 为仪表的时间常数。 τ 大则阶跃响应差; τ 小,则阶跃响应较好。通常仪表的阶跃响应性能受仪表种类和内部摩擦力等因素的影响。

为了提高动态测量的准确度,传感器和显示仪表等的惯性愈小愈好,而对于静态测量来说,准确度与仪表的惯性大小无关。

第三节 有效数字及其计算法则

一、有效数字

本章第二节已经指出,任何测量仪表只能具有一定的准确度。用分度为 1°C 的温度计所读得的测量值,不管保留几位,只有小数点前各位数是可靠的。小数点后面第一位就是估计值,不同的测量者可以估出不同的值,因而有一定可疑性。小数点后面第二位就更不可靠了。为此,规定测量结果的记录值只保留一位可疑数字,而其余数字均应为可靠数字,这样的数字称为有效数字。例如,用分度为 1°C 的温度计测量某一恒温水浴的温度,不同的人记下了以下数字: 20.3°C , $20.^\circ\text{C}$, 20.45°C , 20.5°C , 20.415°C , 20.38°C ……等。有效数字应为 20.3 , 20.4 , 20.5 等。由于观察能力相差不大,多数测量者的读数可能在 20.3°C 与 20.5°C 之间,因此又规定测量结果的末位有正负一个单位的误差(也有文献中规定为正负半个单位误差)。

二、有效数的位数

有效数的位数是从左边第一个非零数字开始计算,直到最右边一位为止。例如: 125cm 和 0.00258m ,其有效数字都是三位。

在测量结果中出现的“0”是否为有效数字,要看具体情况而定。例如测量温度时记录的结果是 20.02°C ,其中两个“0”均为有效数字,故该测量结果有四位有效数字。又如测量长度得到 0.02m ,或改写成 20mm ,则前一个数值的头两个“0”和后一个数字中的后一个“0”都不是有效数字,有效数字只有一位,因为这些“0”是由于单位变换造成的。但如果使用同一根标尺记下两个物体的长度分别为 1.20m 和 3.00m ,则两个结果中的所有“0”均为有效数字,因为记录测量值时,最后一位估计到分度值的十分之一。

在记录测量结果时,必须严格按照有效数字的定义进行。例如,一个温度计的分度值为 1°C ,则测量结果一定要准确到小数点后一位。如果测得温度正好是 8°C ,则必须记成 8.0°C ,而不能写成 8°C ,否则会误认为测量结果的误差是 $\pm 1^\circ\text{C}$,而不是 $\pm 0.1^\circ\text{C}$,绝对误差相差十倍。

为了避免在单位换算时出现有效数字的变化,可以采用指数形式来表示测量结果。例如用分度值为 10cm 的标尺来测量长度时,同一测量值可能会记作 0.2m , 20cm , 200mm 等有效数字含糊不清的结果。按有效数字的规定,应当记作 0.20m , $2.0 \times 10\text{cm}$; $2.0 \times 10^2\text{mm}$,这样,不管在计算中使用什么单位,其有效数都是二位。

三、数字修约规则

对实验结果的修约法则规定如下：

1. 在记录测量值时只保留一位可疑数值，即读数只估计到分度值的十分之一。
2. 在数据处理时，有效数字位数确定后，其余数字一律舍去。舍去的办法是：凡末位有效数字后边的第一位数字大于5，则在前一位上增加1；小于5时舍去；若等于5，则视末位有效数字是奇数还是偶数而定。是奇数，在前一位增加1；是偶数则舍去。这样，在处理大量数据时由于取舍而造成的误差便能相互抵消，从而降低了在数据整理过程中的误差积累。简单地说，有效数后的取舍规则是：

“四舍六入进末位
单收双弃指五整”

四、数字运算法则

在数字运算中，为了提高计算速度，并注意到有效数和凑整误差的特点。可以考虑以下几条原则：

1. 做加减法运算时，其和或差的小数点后面所保留的位数应与参加运算的各数中小数点后位数最少者相同。因为参加加减法运算的数具有相同的量纲，小数点后位数最少者的测量仪表的分度值最大，其最后一位已经是可疑数字，那么其他各数的测量仪表虽有较小的分度，但均不能提高运算结果的精度。

当参加加、减法运算的数字位数较少时，为避免引入过大的舍入误差，往往多保留一位参加运算，在求得和或差后再取其有效位数。例如，有四个凑整数相加（在可疑数字上加“？”）：

$$\begin{array}{r} \quad ? \\ 60.1 \\ \quad ? \\ 2.02 \\ \quad ? \\ 0.222 \\ \quad ? \\ +) \quad 0.0167 \\ \hline 62.6887 \\ \quad ???? \end{array}$$

应取为

$$\begin{array}{r} 60.1 \\ 2.02 \\ 0.22 \\ +) \quad 0.05 \\ \hline 62.69 \approx 62.7 \end{array}$$

在做减法运算时，如果是两个数值相近的数相减，可能导致计算结果的有效数字的位数大大下降而相对误差大为增加。这时，可能的话应对公式进行处理，避免作减法例如：

$$(1) \quad \lg x_1 - \lg x_2 = \lg \frac{x_1}{x_2}$$

(2) 当 x 足够大时

$$\sqrt{1+x} - \sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{1+x} + \sqrt{x}}$$

……等。

2. 作乘、除法运算时,各因子所保留的位数,应以有效数位数最少的为准,其余各因子以及最后的计算结果均凑整为比该因子多一位有效数,而与小数点的位置无关。例如:

$$\frac{603.21 \times 0.32}{4.011}$$

其中 0.32 的有效数位数最少,只有二位,故其余各因子及运算结果应取三位有效数,即

$$\frac{603 \times 0.32}{4.01} = 48.1$$

3. 数的平方或开方,计算结果可比原数多保留一位,例如:

$$696^2 = 484416$$

应该是

$$696^2 = 4844 \times 10^4$$

4. 在对数运算中,所取对数中尾数的位数应与其真数的有效数字位数相等。例如:

$$N = \lg 149, \text{ 求: } N = ?$$

查常用对数表得 $N = 2.1732$, 其中 2 为首数, 0.1732 为尾数, 由于真数 149 是三位有效数字, 所以最后取 $N = 2.173$ 。

5. 查角度的三角函数时,所用函数的位数可随角度误差的减少而加多,其对应关系为

角 度 误 差	函 数 值 的 位 数
10'	5
1'	6
0.1'	7
0.01'	8

6. 在所有的计算中, π 、 $\sqrt{2}$ 以及 $\frac{1}{2}$ 等常数的有效位数应该说是没有限制的, 可以根据需要来取舍。

第四节 随 机 误 差

随机误差是由于测量过程中许多彼此独立的微小因素对测量的影响造成的。这些因素通常是测量者所不知道,也是无法控制的。但是对于一系列重复测定值来说,随机误差的分布服从统计学规律。

一、随机误差的性质和特点

对被测量进行多次测量,在大多数情况下,只要测量的重复次数足够多,测得值的随机误差的概率密度分布服从于正态分布,其正态分布曲线如图 1-6 所示。曲线的横坐标为误差 x ,也就是测量值与真值之差。纵坐标为随机误差的概率密度 y ,其定义为

$$y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{n_i}{n} \cdot \frac{1}{\Delta x} = \frac{1}{n} \frac{dn_i}{dx} \quad (1-1)$$

式中 y ——随机误差的概率密度;

n ——总的测量次数;

n_i ——数值在 x_i 到 $x_i + \Delta x$ 之间的误差所出现的次数。

$y dx$ 表示测定值的误差落在 x_i 与 $x_i + dx$ 之间的概率。随机误差概率密度的正态分布规律,即误差的概率密度与误差之间的关系为

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1-2)$$

式中 y ——误差的概率密度;

x ——测定值的误差, $x = M - \mu$;

M ——测量值;

μ ——真值;

σ ——均方根误差或标准误差;

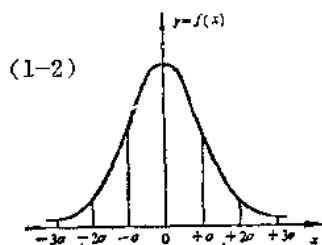


图 1-6 概率密度分布曲线

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \mu)^2}{n}}$$

其中, M_i 为第 i 次的测量值 ($i = 1, 2, 3, \dots, n$)。

式(1-2)也称误差方程。根据误差方程和图 1-6 的分析讨论,可以得出随机误差的几个性质:

1. 随机误差正负值的分布具有对称性 绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等。

2. 随机误差分布的单峰性 绝对值小的误差出现的概率较大,绝对值大的误差出现的概率较小,无穷大的正、负误差出现的概率为零。

3. 随机误差绝对值的有限性 曲线向 x 轴迅速收敛,所以大误差出现的可能性很小,即随机误差的值有一限定范围。误差在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 之间出现的概率(概率密度曲线下的总面积)为 1,即

$$P\{-\infty \leq x < +\infty\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 \quad (1-3)$$

4. 随机误差的抵偿性 由于绝对值相等的正误差和负误差出现的概率相等,可以通过多次重复测量,求取算术平均值的方法来抵消误差,即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n (M_i - \mu)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{n} - \mu = 0$$

所以

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{n} = \mu \quad (1-4)$$

也就是说,当重复次数足够多时,测量值的算术平均值接近真值,是最可信值,因此,又称最优概值。

二、随机误差的表示方法