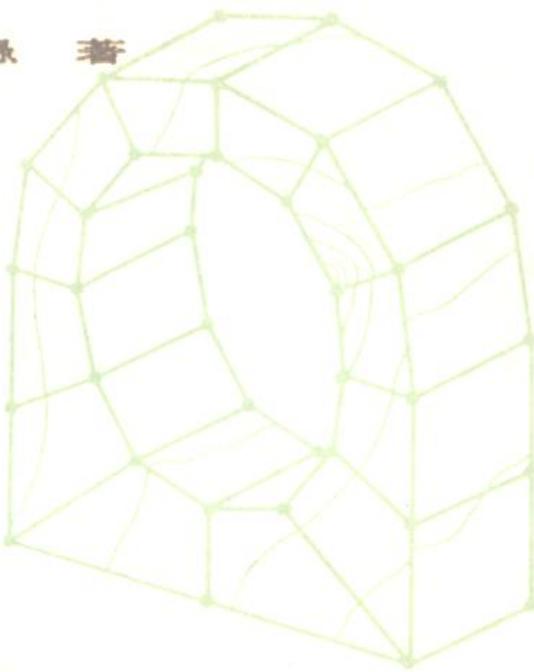


王秉愚 著



# 有限元法 程序设计

# 有限元法 程序设计

王秉愚 著

北京理工大学出版社

(京)新登字 149 号

## 内 容 简 介

本书提出对有限元法程序的要求,剖析了一个典型的程序,随后分章详细介绍了两种实用的程序,包括在我国应用最广的 SAP 5 程序和近年来自行研制的 GAD 程序包,论述了它们的程序结构、数据结构、设计原则和设计技巧。本书是设计新程序和分析现有程序的理论指导和实用参考资料。

因作者曾参加 SAP 5 与 ASKA 的引进、研究及推广工作和 GAD 的开发工作,并有多年教学科研实践,故本书内容充实,除收有一个完整的程序文本外,还列举了不少有参考价值的子程序和程序片段。

本书可作为高等工科院校机械工程、土木工程、应用力学等专业的研究生和高年级本科生教材,也可供应用有限元程序的工程技术人员参考。

## 有限元法程序设计

王秉愚 著

\*

北京理工大学出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京理工大学印刷厂印刷

\*

787×1092 毫米 32 开本 8 印张 179 千字

1991 年 12 月第一版 1991 年 12 月第一次印刷

ISBN 7-81013-422-1/TP·33

印数: 1—4000 册 定价: 2.30 元

## 前　　言

本书是为从事有限元法程序研究与设计、有限元法理论研究、工程结构分析与结构设计的人员而编写的，供他们在使用、阅读、研究、修改以及编写有限元法程序时参考。

有限元法程序是一种大型的计算机应用软件，它与一般的科学计算软件相比有其本身的特点。目前有限元理论方面的著作，一般不涉及程序或仅用少量篇幅略提，这与实用尚有距离。关于程序设计的论述，一般并不针对有限元的特点，且多偏重于语言方面。一些专门介绍有限元设计特点的书籍，大体上有两方面的不足：第一，通常占用一定篇幅论及有限元法的理论，但既不全面又不深入；第二，通常引述一个程序，但因是小型程序，并不具备实用程序的那些特色，参考作用有限。

笔者于 1979 年至 1984 年参加了 SAP 5 程序的引进，于 1982 年至 1984 年参加了 ASKA 程序系统的引进，对这两种程序作了较深入的分析研究。又自 1981 年以来参加了 GAD 程序包的研制与推广工作。在这些经历中，深感有编写一本实用的、适合国情的、论述有限元法程序设计原则与技巧的书之必要。

一、笔者在北京理工大学为研究生讲授了《有限元法程序》课程。本书就是在该课程讲义的基础上，经过历年修订补充而成。

本书基本上不涉及有限元法理论和基础的程序设计方法；文中提到理论公式之处并不作详细的分析或推导，引用程序或程序片段之处并不逐句逐段解释；因此读者应具备这两

方面的基础知识。本书虽也引用了一个小型程序，但仅用来说明此类程序的全貌，随后分章介绍了 SAP 5 和 GAD 两个实用的大型程序，这样就形成面的广泛和点的深入。

全书共分四章。第一章主要论述有限元法程序的特点，并提出了对它的要求，作为选用程序、评价程序的标准，同时也为以下各章提供一个理论依据。第二章剖析了一个小型的但又具有较强功能的教学程序，研究它的程序结构与数据结构，对重点程序段进行了分析与解释，并结合此例阐明有限元程序的基本内容与基本形式。第三章介绍了当前我国应用最广的 SAP 5 程序。除全面概述和评价外，还分析了程序中为满足要求而采取的节约内存、节约机时和方便用户的主要措施，并且深入探讨了重点程序段的设计思路与语句实现。第四章介绍了最近研制的 GAD 结构分析与绘图程序包，由于该程序包在前处理数据输入和后处理绘图方面有较大的发展，故本章着重论述了数化仪输入、交互式对话输入、应力等值线输出等近期有限元程序的特色。

本书可作为机械工程、土木工程、应用力学等专业的大学高年级学生和研究生教材，以及接触有限元程序的教师、工程师、科研人员的参考书，也可供非有限元领域的程序设计人员参考。

本书承蒋维城同志审阅，并提出宝贵修改意见，谨致谢意。书中如有错漏之处，望读者不吝赐教，感谢之至。

北京理工大学

王秉愚

1990 年 12 月

# 目 录

## 第一章 绪论

§ 1.1 引言 .....	(1)
§ 1.2 研究有限元法程序的目的 .....	(1)
§ 1.3 有限元程序的特点 .....	(4)
§ 1.4 有限元程序的分类 .....	(5)
§ 1.5 对有限元程序的要求 .....	(6)
§ 1.6 前处理与后处理 .....	(13)
§ 1.7 有限元程序的当前发展方向 .....	(16)

## 第二章 典型有限元程序的分析

§ 2.1 典型的有限元程序 .....	(18)
§ 2.2 有限元分析的基本流程 .....	(19)
§ 2.3 FEAP 程序文本 .....	(22)
§ 2.4 程序结构 .....	(55)
§ 2.5 数据结构 .....	(64)
§ 2.6 过程控制程序段 .....	(78)
§ 2.7 数据输入程序段 .....	(83)
§ 2.8 单元分析程序段 .....	(85)
§ 2.9 方程求解程序段 .....	(98)

## 第三章 SAP 5 程序

§ 3.1 概述 .....	(109)
§ 3.2 总框图 .....	(117)
§ 3.3 结构树 .....	(119)
§ 3.4 程序结构 .....	(129)
§ 3.5 数据结构 .....	(139)

§ 3.6	节约内存的主要措施.....	(150)
§ 3.7	节约机时的主要措施.....	(157)
§ 3.8	方便用户的主要措施.....	(167)
§ 3.9	总刚组集程序段.....	(171)
§ 3.10	方程求解程序段 .....	(179)
§ 3.11	带宽优化模块 .....	(198)
§ 3.12	评价 .....	(210)

#### **第四章 GAD 程序包**

§ 4.1	概论.....	(213)
§ 4.2	网格图的数字化仪输入.....	(220)
§ 4.3	索引文件.....	(230)
§ 4.4	交互式对话输入.....	(236)
§ 4.5	应力等值线输出.....	(238)
§ 4.6	评价 .....	(246)
<b>参考文献</b>	.....	(248)

# 第一章 絮 论

## § 1.1 引 言

有限元法作为一种高度有效的结构分析方法,在机械工程、土木工程及其它工程设计方面已得到了十分广泛的应用。此外,也在机械振动、传热学、流体力学等许多领域中得到了发展。

近年来,有限元法已成为计算机辅助设计(CAD)的一个重要组成部分。这样,有限元法就从一种单纯的分析工具转变为一种设计的手段了。

自从有限元法问世以来,就出现了不少实用的程序。特别是 60 年代末和 70 年代初在世界范围内出现了一批通用的有限元法程序,对推动有限元法的应用,促进有限元法理论的发展起到了很大的作用。这些程序经过 20 年来的使用,加以不断的修订和扩充,至今仍是工程界最常用的软件。此外,随着有限元法应用范围的扩大,还有一些新的程序投入软件市场。

本书限于篇幅,仅研究有关工程结构分析范围内的有限元程序设计问题。

## § 1.2 研究有限元法程序的目的

工程结构分析用的有限元程序是实现有限元算法的计算

机软件。现在世界范围内已有数以千计的程序能够成功地运行,从事有限元程序研究的人员也为数众多。研究有限元程序的目的有下列三个方面。

### (1)为了编写新的程序

在科学计算领域中,凡一种原理的应用实践,经过的各个阶段如图 1.1 所示,从图中可见程序所处的地位。就有限元法来说,完成由原理到算法再到程序最后到应用这一完整过程,需要力学、数学、软件工程、结构工程各方面专家的共同努力。



图 1.1 由原理到应用

提出一种新的原理,发展一种新的算法公式,固然很不容易;把一种算法编成计算机应用软件,且能适合实际使用,也是一种相当困难的工作。因此工程人员必须广泛地研究现有各种程序,比较优劣,探索规律,才能按实际需要编出优良的程序来。

### (2)为了改进现有程序

程序编好以后,并不是可以一成不变永久地使用,除了由于原理的更新、算法的改进而需补充新内容,增加新功能外,还由于计算机技术的飞速发展,使得计算机程序很快落后于时代。高速度中央处理器、高速度大容量存贮器的出现,高级语言功能的不断扩充,数据库技术的发展等,都曾一次又一次地使应用程序改变面貌。近年来计算机硬软件技术可以说日新月异,现有程序需要不断地改进才能与之相适应。

另外,大型程序编成之后,其中还会有各种不可避免的错

误存在,甚至有的错误可能隐蔽得很深,只有在长期运行中才会陆续发现。这就需要不断对程序进行维护,以便延长它的生命周期。

因此,必须深入研究目前所使用的程序,进行经常的发展、扩充、修正、维护,使之不断提高功能,扩大使用范围,延长寿命。

### (3)为了更好地使用程序

即使是一般的使用者,也应对有限元程序有一个较详细的了解,那是为了更灵活地处理输入信息,更正确地理解输出信息,以及更有效地诊断出错信息。

有限元法需要大量的输入数据,在程序的使用说明书中列出了提供这些信息的方式。但往往因每个具体题目的特殊情况需要对输入信息作一些灵活处理。如果对程序中有关数据输入的模块有一定的了解,就会正确地处理这些问题,而不致因此产生差错。

有限元分析产生大量的输出数据,一般在使用说明书中并未详尽解释这些数据的代表意义和打印(或显示)格式。有的程序的输出安排得较好,可以使用户能比较容易地看懂,但有的却不容易看得明白。如果对程序中有关数据输出的模块有一定的了解,就会对输出的信息有一个正确的解释。

有限元分析的程序通常都是较复杂的,使用时需特别注意。常因使用不当而出现各种各样的错误,或造成运算中止,或导致结果失效,这时需要针对具体情况采取不同的处理措施。一般在使用说明书中并未能列出出错诊断信息的详细解释。如果对有限元程序有一定了解,就可以有效地处理这些错误。

有的从市场得到的有限元软件仅有目标码,不包括源码。

这样的程序只能当作黑盒子使用,一旦出了差错,可能会令人不知所措。

### § 1.3 有限元程序的特点

有限元程序作为科学计算程序的一种,当然有别于管理程序等其它的应用软件。这里仅谈到它不同于其它科学计算程序的特点。

#### (1) 输入信息量大

这些输入数据通常包括以下几个方面。

a. 结点信息 有限元模型常有数百个结点,较大的题目可能有数千或更多个结点。一般来说,每个结点可能有多至一、二十个信息需要输入。

b. 单元信息 模型中的单元数量也可能有成百上千个,每个单元需要输入的信息量随单元类型而异,起码也要有一、二十个。

#### c. 子结构信息

#### d. 控制分析过程用的控制信息及其它信息

成千上万个数据的输入是有限元分析中的一件十分繁琐的工作,它消耗了很多人力,还往往会带来很多差错。

#### (2) 占存储空间多

有限元算法需要占据相当多的内存贮器容量和外存贮器容量,以便存贮大量的输入数据、中间数据和结果数据。仅以总体刚度矩阵为例,若有一模型其自由度为  $N=3000$ ,带宽为  $M=300$ ,则其刚度矩阵共有  $N^2=9000000$  个元素。不要说全部存贮,即使按等带宽存贮方式,也需要  $NM=900000$  个字。按双精度 8 字节浮点数计算,共需存贮空间 7.2 兆字节。这当

然是个不小的数目。

由于一般并没有那么多的内存容量,故总是把较多的数据放在外存,这就引起了内存与外存之间数据的频繁交换。

这里仅仅谈到数据存贮,程序本身的存贮也要占很大空间。特别是大型程序,往往需要采用复盖技术,在运行中将程序的一些模块陆续加载到内存。

### (3)计算规模大

有限元算法的运算量非常大。仅以静力求解线性代数方程组为例。若采用高斯消去法,则运算次数为  $n = NM^2/2$  次。仍按前例数据,则求解阶段运算次数为  $n = 135000000$  次。设所用机器每秒运算 30 万次,则本阶段所耗 CPU 时间为 7.5 分钟,再加上其它各阶段,可能超出 10 分钟。至于动力分析,通常所耗时间比静力分析多出数十倍。

上述内外存频繁交换,导致了许多读写操作,而这些是非常耗费时间的。

运算次数多带来的另一个问题是计算结果的精度会受到影响。计算中的舍入误差会随着一步一步的运算而逐渐积累起来,运算次数越多,精度损失越大。

当然,大规模的运算还要耗费较高的费用。

### (4)程序结构复杂

有限元程序属于复杂的应用软件,通常由大量的程序模块组成,一般通用程序有数万条甚至数十万条语句。因此,有限元程序的编写、调试、装机、维护都要耗费很大的人力。

## § 1.4 有限元程序的分类

按分析的对象可分为专用程序与通用程序。专用程序专

为某一类分析对象而编写,如平面问题专用程序,其适用面较窄。又如海洋平台专用程序,除分析对象适用面窄之外,还附加一些专门的运算。通用程序则力求适用于一切分析对象。

按求解问题的性质可分为静力分析、动力分析、稳定性分析、温度场分析等类程序。有的程序仅具有静力分析功能,或只有静力、动力分析功能,也有的功能较全。

按构成分析模型的材料特性和变形的相对大小,有线弹性结构分析、非线性结构分析、塑性结构分析,以及粘弹性、蠕变、大变形、大应变等多种程序。

## § 1.5 对有限元程序的要求

本节所述限于通用的有限元程序,性能局限、目的特殊的专用程序不在此限。

下列要求可以作为选择现有程序和评价新发展的程序的一个标准。

### 1.5.1 满足主要前提

#### (1) 适用范围广

作为通用有限元程序,应能对各种不同复杂结构进行分析。为此,程序的单元库中应包括多种类型的单元。现有单元种类繁多,大型通用程序的单元库中通常有:

a. 一维单元:主要有杆单元、梁单元、曲梁、薄壁空心梁、管、弧形管等。

b. 二维单元:主要有平面应力单元、平面应变单元、轴对称单元。按单元形态还可分为3结点三角形,6结点三角形,4结点四边形,8结点四边形等。

c. 板壳单元：主要有薄板、薄壳、厚壳单元。薄板壳单元也可分为3结点、6结点的三角形，4结点、8结点的四边形等；厚壳单元则可分为6结点、12结点的三角形，8结点、16结点的四边形等。

d. 三维单元：按单元形态，有4结点四面体，6结点、15结点三棱柱，8结点、20结点六面体等。

e. 假想单元：即具有假想刚度的虚拟单元。主要有单结点，双结点，多结点的罚单元等。

近年来，根据新发展的理论出现一些新类型的单元，如：

f. 断裂单元：可以分析有裂纹的结构。

g. 接触单元：可以分析两个结构相接触的影响。

## (2) 分析功能多

早期的有限元程序主要功能是静力分析，现在的通用有限元程序则应具有多种功能。

a. 静力分析：求解结点位移与压力。

b. 振型分析：求解结构的固有振型与固有频率。

c. 屈曲分析：判断屈曲条件及求解屈曲形状。

d. 强迫响应：求解激振下的结点位移响应历程与应力历程。

e. 谱响应：求解结构在地震谱（或其它反应谱）作用下的最大位移响应与最大应力响应。

f. 频率响应：求解基础作简谐运动时的稳态响应。

此外，结构的温度场分析虽不属于一般的结构分析，但常用来为静力分析、动力分析准备所需的温度场数据，故一般也包含在通用有限元程序包之内。温度场分析可分为：

g. 稳态温度场分析：求解结点温度。

h. 瞬态温度场分析：求解结点温度的变化。

### (3) 足够的精度

计算结果应有足够的精度。影响精度的因素是多方面的，但从对程序的要求来说，主要有以下几方面。

a. 所选择的单元位移函数应有较高的次数，至少在单元库中应有高阶的单元以供选用。在自由度总数相同的情况下，采用高阶单元可有较好的精度。

b. 所选单元应有较好的收敛性。也就是说，可以用较稀疏的网格得到一定的精度。

c. 应具有较好的算法，避免在运算中损失精度。

d. 程序中的实变量与实常数应采用双精度浮点数，以便能得到具有足够有效位的数字。单精度浮点数虽也相当于5至6位有效数字，但对小规模的算题尚可，一般实际问题起码有一千阶左右，此时精度损失严重。至少在求解阶段所用的总体刚度矩阵、总体载荷向量等要用双精度的变量。

以上是对通用有限元程序的基本要求，既能对复杂的结构进行各种工程问题的分析，且其结果又具有足够的精度。

## 1.5.2 节省存贮空间与时间

### (1) 节约存贮空间

在程序的各个阶段的编写过程中，都要求注意到尽量减少所需的存贮空间，否则计算的规模就会受到硬件存贮容量的限制。

大型有限元程序必须有一套数据管理系统与之相适应，包括数据的存贮与检索。良好的数据管理系统应能减少所需的内存容量，同时也要尽量减少所需的外存容量。例如，有限元程序中占存贮量最大的总体刚度矩阵，就有半带宽存贮、一维紧凑存贮等多种减少存贮量的措施。

对于有限元分析中所采用的求解算法，也与存贮空间（包括内存与外存）有关。例如线性代数方程组采用子结构解法，可以不必一次把整个结构的全部数据读入内存，而是按各子结构分别输入数据。又如采用迭代解法，内存不必存贮整个总体刚度矩阵。

数据库技术的出现，使计算机程序的数据管理进入了一个新的阶段。它可以减少数据的重复，使存贮空间尽量减少。

现代计算机具有虚拟空间的技术，这使得从用户看来，好象是内存大大地扩充了。这样，一般不会再有感到内存空间不足的问题。但是，由于下列原因，节约空间仍是程序设计中的重要指标之一。

a. 多用户同时使用一台计算机的情况下，占据太大的存贮空间会使运行速度过慢。

b. 如对数据的产生、存贮、传输不加以科学的管理，则遇到大规模的算题会导致外存空间不足，使计算过程中断。

c. 近来个人计算机发展迅速，相对来说，个人计算机的存贮空间还是较小的。大型通用有限元程序需要控制节约存贮空间，才能推广移植到个人计算机上运行。

## (2) 减少计算机时

求解效率是一个很实际的问题。即使程序的其它方面都满足了要求，但一个题目要计算几个小时或连续几个昼夜，那也还是会使用户望而却步的。

计算机时的耗费主要在于求解阶段，因此，程序采用什么求解算法是个关键问题。如有的迭代算法收敛得比较慢，这样就会消耗较多的机时。动力分析或非线性分析往往有大量的运算步骤，因此更应在算法上合理安排，尽量使机时节约。

单元刚度的计算和总体刚度的组集是其次的耗费机时的

阶段,应细致地编写程序,尽量减少冗长的计算,缩短机时。

随着计算机 CPU 技术的改进,计算机的运算速度已在逐年大幅度提高。一般说来,耗费机时会越来越少。但是,由于下列原因,减少机时仍是程序设计的重要指标之一。

a. 科研、生产的节奏加快,对程序运算速度的要求也随之提高。

b. 有限元分析向结构设计方向发展,因结合优化设计技术而需要进行多次重分析,这就要求每次重分析的时间尽量缩短。

c. 非线性有限元算法目前仍耗费大量机时,需要加以研究改进。

d. 有限元法进入个人计算机,而个人计算机的运算速度还在一个较低的档次,稍微复杂的题目就需要连班计算。

本节所述的两项要求——节约存贮空间和减少计算机时——是对有限元程序的设计质量的要求。这两者构成了一对矛盾,空间与时间的矛盾。多数有利于节约存贮的措施都会引起机时过长,相反地,采取缩短机时的措施又往往会导致存贮量增加。这一矛盾是编程过程中经常会遇到的,良好的程序设计者应能协调这一矛盾的两个方面,采取适当的措施使基本上能同时满足这两方面的要求,或为了某一特殊目的而有所取舍。

### 1.5.3 便于用户使用

#### (1) 输入信息简化

应该使用户只需要输入简单的信息就能顺利地将程序执行下去,得到满意的结果。当然,这一点同程序具有什么样的前处理功能有关。从用户角度来看,要求输入信息量少,而且