〔美〕H. 戈德斯坦 著

经典力学

科学出版社

经 典 力 学

〔美〕H. 戈德斯坦 著

汤家镛 陈为恂 译

科 学 出 版 社

1981

内 容 简 介

本书结合学习近代物理学的需要，阐述经典物理学的基本原理及其数学形式，特别着重于对近代物理最重要的一些表述形式和与量子力学有关的数学技巧．例如讨论了散射问题，正则变换，泊松括号，变分原理等；也介绍了狭义相对论的基本内容．

全书共分十一章，内容如下：基本原理通论，变分原理和拉格朗日方程，两体有心力问题，刚体运动的运动学，刚体运动方程，经典力学中的狭义相对论，哈密顿运动方程，正则变换，哈密顿-雅可比理论，微幅振荡，连续系统和场的拉格朗日与哈密顿表述简介．

本书可供综合大学和理工科大学高年级学生，研究生和教师以及有关研究人员参考之用．

H. Goldstein

CLASSICAL MECHANICS

Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Third Printing (1953)

经 典 力 学

〔美〕H. 戈德斯坦 著

汤家镛 陈为恂 译

*

科 学 出 版 社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1981 年 3 月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1981 年 3 月第一次印刷 印张：14 3/8

印数：0001—8,430 字数：327,000

统一书号：13031・1507

本社书号：2070・13—3

定价：2.20 元

序　言

经典力学高级教程，历来是研究生物理学传统课程之一．然而，这样的教程在当前的作用可能受到非议．它不会给研究生介绍新的物理概念．也不会引导他们直接进入近代物理学的研究．对于解决他们在实验室里所遇到的实际力学问题，也并无明显的帮助．

但尽管有此非议，经典力学依然是物理工作者必修的课程．在学生为研究近代物理学所作的准备中，它具有双重的作用．首先，经典力学的种种高级表述可以作为研究近代物理学各学科的起点．例如，作用角变量的技巧是旧量子力学所需要的；哈密顿-雅可比方程以及最小作用量原理提供了向波动力学的过渡；而泊松括号以及正则变换是表述新量子力学不可缺少的．其次，只要我们依然用熟悉的经典物理学概念来研究量子力学，那么，经典力学就为学生提供了掌握大量必需的数学技巧的机会．

当然，对于我们所考虑的这些目标来说，那些在过去近五十年时间内大部分固定不变的传统处理方式不再是适当的了．本书就是意在阐明能够满足这些新要求的经典力学的一种尝试．对近代物理学是重要的那些表述都得到了强调，而通常跟量子力学有关的数学技巧，凡是有助于使表述更为精练、简洁的，也都作了介绍．例如，有心力运动的讨论被扩大到包括散射运动学及散射问题的经典解．用相当篇幅讨论了正则变换、泊松括号表述、哈密顿-雅可比理论以及作用角变量．还介绍了连续系统和场的变分原理表述．为了具体说明

新的数学技巧的应用，从矩阵变换的观点论述了刚体的转动。这样，关于刚体运动的熟悉的欧拉定理就能用正交矩阵的本征值问题来表示，从而使得象惯性张量、闵可夫斯基空间内的洛仑兹变换以及微幅振荡的共振频率这样一些课题有可能具有统一的数学论述。而且，采用这种技巧还可能在早期阶段阐明反射运算和赝张量等困难概念，而这对于近代量子力学是至为重要的。矩阵方法的另一个好处，是能够引进跟凯瑞-克莱因参量的性质有关的“旋子”概念。

书中提出了一些特别的课题。长期以来，狭义相对论没有作为一个相关学科加以研究，而只是作为包含有广义相对论的高度专门化教程的一部分。然而，它在近代物理学中的极重要地位，要求学生在学习近代物理学早期阶段就应熟悉狭义相对论。因此，第六章专门讨论了这一课题。其次，就是引进了跟速度相关的力。历史上，经典力学的研究中强调的是象万有引力那样的仅跟位置有关的静态力。但在近代物理学中，却经常遇到跟速度相关的电磁力。为使学生尽可能早地具有处理这种力的能力，从一开始就把跟速度相关的势纳入力学结构，并贯穿于教材的始末。

本书另一个新特点是第十一章中讨论了连续系统力学和场，以及对材料的选择提出了一些评述。严格说来，本学科还应包括弹性学、流体动力学和声学，但这些内容超越了本书原先规定的范围，况且其中大多数已出版有适当的专著。相反，目前还没有统一论述连续系统变分原理表述的经典基础著作，尽管它在基本粒子的场论方面具有日益增长的重要性。在有必要引进量子化之前，对场论的讨论可以变得非常冗长和复杂。例如，在经典物理学范畴内，也完全可以讨论应力能量张量、微观连续性方程以及动量空间描述等等课题。但总觉得这些课题的适当讨论必然要求某种复杂的技巧，这超出了

学生的能力．因此，决定至少在这一版本中仅限于第十一章内对场的拉格朗日和哈密顿表述作一初步描述．

本书的目的是作为力学的一本高级教程．对于事先准备不够的研究生(这是经常遇到的)以及要求省略中间阶段的有雄心的高年级学生，本书将努力做到自成体系．第一、三两章的许多篇幅就是用来提供通常预备性教程的有关材料．

除个别情况外，要求学生具有的数学基础不超过通常大学阶段的高等微积分教程和矢量分析教程的范围．只是在需要时才以相当篇幅探讨了更为复杂的数学工具．为了了解论述电磁力的有关章节，必须对麦克斯韦方程及其简单结果有一初步了解．进入研究生阶段的学生，至少已有一个学期学习过近代物理学，这种情况非常有利于简要地表明经典叙述及其量子延续之间的关系．

有关力学的教程中都有极为丰富的习题，读者很容易得到，在这里似乎没有必要再广泛地收集这些习题．所以，附于每章的习题是有限的，主要是作为本书的一种扩充，用来说明某些特殊的论点或者证明不同的定理．那些学究式的陈旧部分均已被删去．

符号问题常常是一个麻烦问题．要达到一个完全统一而又不重复的符号系统，既要行得通又不致引起混乱，这是不可能的．书中遵循习惯的约定，用粗体罗马字母表示矢量．另外，各阶矩阵量以及除矢量外的张量，则用无端粗体字母(如**A**)表示．书末所附符号索引列举了各种意义的重要符号，那些偶尔遇到的次要符号未予列出．

每章末所列参考书，对所讨论问题或未论及的问题提供了详尽的阐述．当然，对这些参考书的评论纯属个人见解，不过，总觉得对于处于力学参考文献迷津之中的学生，有必要提供某种指导．这些参考书以及其它更多的参考书均列于书

末，并不指望能包罗万象，许多较陈旧的已经删去．总之，所列参考书包括了编写这本书时所用的参考资料，所以也可以说是我取材的凭证．

本书是根据我在哈佛大学讲授经典力学时的讲稿发展而成，我要感谢当时的物理系主任 J. H. 范扶累克教授，感谢他个人以及系当局给予我的鼓励．我要感谢 J. 施温锷教授以及其他同事，他们提出的许多极有价值的建议．我还愿在此记下我对学生们的深深感激，他们善意的反映和热忱的关心也不断地促成了这一著作．

H. 戈德斯坦

1950 年 3 月于马萨诸塞．剑桥

目　录

第一章　基本原理概述

物体的运动是物理学先驱者们最早研究的课题. 他们的研究成果逐渐形成了称为分析力学或动力学，或简称为力学的广阔领域. 到了二十世纪，人们惯用“经典力学”一词来使这一物理学分支跟那些较新的物理理论，特别是量子力学区别开来. 我们将沿用这个惯例，并把经典力学理解为还应包括由狭义相对论发展起来的那种力学. 研究经典力学的结构，概述它对纯粹物理学当前有关问题的某些应用，乃是本书的目的.

任何力学表述的基础都是一系列基本物理概念，诸如空间、时间、同时性、质量和力等. 在讨论狭义相对论时，将对同时性、时间和长度标度等概念作简要检查. 然而对这些概念多半将不作仔细分析，而把它们假设为一些有待定义的术语，并认为这些术语的含义是为读者所熟悉的.

1-1　质点力学

质点力学的基础是*牛顿第二运动定律*，这一定律可以看作是一个基本假说，或者看作是力和质量的定义. 对于单个质点，第二定律的正确形式为

$$\mathbf{F}=\frac{d\mathbf{p}}{dt}, \tag{1-1}$$

此处 $\mathbf{F}$ 是作用于质点的合力，$\mathbf{p}$ 是质点的*线动量*，它是这样定义的：令 s 是质点在运动中描绘的曲线，$\mathbf{r}$ 是从原点指向质点的径向矢量，则速度矢量在形式上可由下列方程来定义：

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}, \tag{1-2}$$

此处微商是通过通常取极限的过程(参见图 1-1) 来计算的:

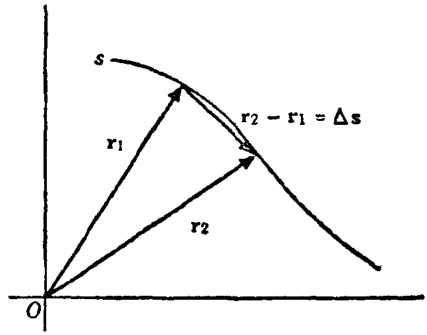

图1-1. 质点在空间的运动，此图阐明了速度的定义

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{s}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}.$$

(微商的最后形式明显地表明 $\mathbf{v}$ 跟曲线相切). 于是线动量 $\mathbf{p}$ 可借助于速度定义为

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}, \tag{1-3}$$

从而 (1-1) 可以写成

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}). \tag{1-4}$$

在大多数情况下,质点的质量是常数,方程 (1-1) 简化为

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}, \tag{1-5}$$

此处 $\mathbf{a}$ 称为质点的加速度,定义为

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}. \tag{1-6}$$

许多重要的力学结论可以表成守恒定理的形式，这些定理指明了各种力学量始终是常数的条件. 方程 (1-1) 就提供

了第一个这样的定理,即

质点的线动量守恒定理: 如果合力 $\mathbf{F}$ 为零, 则 $\dot{\mathbf{p}}=0$, 即线动量 $\mathbf{p}$ 守恒.

质点相对于点 O 的角动量, 记为 $\mathbf{L}$, 它定义为

$$\mathbf{L}=\mathbf{r}\times\mathbf{p}, \tag{1-7}$$

此处 $\mathbf{r}$ 是从 O 到质点的径向矢量. 注意, 这两个因子的次序颇为重要. 我们现在把相对于 O 的*力矩*定义为

$$\mathbf{N}=\mathbf{r}\times\mathbf{F}. \tag{1-8}$$

只要组成 $\mathbf{r}$ 跟方程(1-4)的矢积, 就可得到类似于(1-1)的 $\mathbf{N}$ 的方程:

$$\mathbf{r}\times\mathbf{F}=\mathbf{N}=\mathbf{r}\times\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}). \tag{1-9}$$

利用下列矢量恒等式,方程 (1-9) 还可以写成不同的形式:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r}\times m\mathbf{v})=\mathbf{v}\times m\mathbf{v}+\mathbf{r}\times\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}),$$

上式右边第一项显然等于零. 因此,方程 (1-9) 就取形式:

$$\mathbf{N}=\frac{d}{dt}(\mathbf{r}\times m\mathbf{v})=\frac{d\mathbf{L}}{dt}. \tag{1-10}$$

注意, $\mathbf{N}$ 和 $\mathbf{L}$ 都跟取力矩和动量矩时的参照点 O 有关.

同方程(1-1)的情况一样, 力矩方程(1-10)也给出了一个直接的守恒定理,这一次是

质点的角动量守恒定理: 如果合力矩 $\mathbf{N}$ 为零,则:$\dot{\mathbf{L}}=0$, 即角动量 $\mathbf{L}$ 守恒.

下面考虑作用于质点的外力 $\mathbf{F}$ 在质点从点 1 移至点 2 的过程中所作之功. 按照定义,这个功等于

$$W_{12}=\int_1^2\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}. \tag{1-11}$$

对于不变的质量 (从现在起除有特别说明外, 我们都这样假

定)，方程(1-11)中的积分可化为

$$\int \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=m\int\frac{d\mathbf{v}}{dt}\cdot\mathbf{v}dt=\frac{m}{2}\int\frac{d}{dt}(v^2)dt,$$

所以

$$W_{12}=\frac{m}{2}(v_2^2-v_1^2). \tag{1-12}$$

标量 $mv^2/2$ 称为质点的动能，记为 T，于是所作之功就等于动能的变化：

$$W_{12}=T_2-T_1. \tag{1-13}$$

如果某力场中的力绕一闭合轨道所做的功W为零，即

$$\oint \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=0, \tag{1-14}$$

则该力(以及系统)称为**保守的**. 实际上，明显的是，如果有摩擦力或别的耗散力存在，系统就不可能是保守的，因为由于摩擦力的存在，$\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}$ 总是正的，积分就不可能为零. 由斯托克斯（Stokes）定理，保守力的条件，即方程（1-14）可以写成

$$\nabla\times\mathbf{F}=0,$$

又由于梯度的旋度永远是零，所以 $\mathbf{F}$ 必定是某个标量的梯度：

$$\mathbf{F}=-\nabla V, \tag{1-15}$$

此处V称为**势或势能**. 不应用矢量运算定理，也能确立V的存在. 如果方程（1-14）成立，功 W_{12} 必定同端点 1 和 2 之间的积分路径无关. 由此得知一定有可能把 W_{12} 表成仅跟端点位置有关的某量的变化. 这个量可以记为 $-V$，从而对于一段微分路径长度，我们有关系式

$$\mathbf{F}\cdot d\mathbf{s}=-dV,$$

或者

$$F_s=-\frac{\partial V}{\partial s}.$$

这跟方程 (1-15) 是等效的. 注意,在方程 (1-15) 中,我们可以对 V 加上某个在空间内保持不变的量而不致影响其结果. 因此,V 的零位是任意的.

对于保守系统,力所作的功等于

$$W_{12} = V_1 - V_2. \tag{1-16}$$

组合方程(1-16)和方程(1-13),结果得

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2, \tag{1-17}$$

上式用符号表明了:

质点的能量守恒定理: 如果作用于质点的力都是保守力,则质点的总能量 $T + V$ 守恒.

1-2 质点系力学

把前一节的概念推广于多质点系统时,我们必须把由系统外部的因素引起的、作用于质点的外力,跟由系统内所有其它质点作用于第 i 个质点的内力区分开来. 从而第 i 个质点的运动方程(牛顿第二定律)应该写成

$$\sum_j \mathbf{F}_{ji} + \mathbf{F}_i^{(e)} = \dot{\mathbf{p}}_i, \tag{1-18}$$

此处 $\mathbf{F}_i^{(e)}$ 意指外力, $\mathbf{F}_{ji}$ 则为第 j 个质点作用于第 i 个质点的内力 ($\mathbf{F}_{ii}$ 自然是零). 我们将假定 $\mathbf{F}_{ij}$ (同 $\mathbf{F}_i^{(e)}$ 一样) 满足作用和反作用的牛顿第三定律: 两个质点的互相作用力是等值而反向的,并且沿着两者的联线. 有好几种重要系统,在这些系统内,力不服从这个定律,其中值得注意的是运动着的质点间的电磁力. 把下面推导的那些定理用到这样的系统时必须特别小心.

对所有的粒子求和以后,方程 (1-18) 取形式

$$\frac{d^2}{dt^2}\sum_i m_i \mathbf{r}_i = \sum_i \mathbf{F}_i^{(e)} + \sum_{\substack{i,j \\ i\neq j}} \mathbf{F}_{ji}, \tag{1-19}$$

右边第一个总和就是总的外力 $\mathbf{F}^{(e)}$，而第二项则为零，因为作用和反作用的定律告诉我们，每一对 $\mathbf{F}_{ij}+\mathbf{F}_{ji}$ 都等于零. 为了简化左边，我们定义矢量 $\mathbf{R}$ 为所有质点的平均径向矢量，求平均时的权重跟质点的质量成正比，亦即*

$$\mathbf{R}=\frac{\sum m_i\mathbf{r}_i}{\sum m_i}=\frac{\sum m_i\mathbf{r}_i}{M}. \tag{1-20}$$

矢量 $\mathbf{R}$ 确定出一点，称为系统的质心，或者不太严格地，称为系统的重心. 根据这一定义，(1-19) 化为

$$M\frac{d^2\mathbf{R}}{dt^2}=\sum_i\mathbf{F}_i^{(e)}\equiv\mathbf{F}^{(e)}, \tag{1-21}$$

此式表明质心就象总的外力作用在系统的全部质量都集中于质心上一样运动. 所以内力对于质心的运动完全没有影响. 一个经常引用的例子就是爆炸壳体的运动；那些碎片质量的中心就象壳体仍然是一整块似地向前行进着(不计空气的阻力). 同样的原理也包含在喷气发动机和火箭推进过程中. 为使质心的运动不受影响，气体的高速喷射必须为飞行器的向前运动所抵消.

由方程 (1-20)，系统的总线动量

$$\mathbf{P}=\sum m_i\frac{d\mathbf{r}_i}{dt}$$

等于系统的总质量乘以质心速度. 结果，质心的运动方程(1-21)可以重新表述为

质点系统的线动量守恒定理：如果总外力为零，则总线动量守恒.

作出矢积 $\mathbf{r}_i\times\mathbf{p}_i$ 并对 i 求和，我们就得到系统的总角动

---

* 方程(1-20)如果用直角坐标来写，这个定义可能更为人们所熟识：

$$X=\frac{\sum m_ix_i}{\sum m_i},\quad Y=\frac{\sum m_iy_i}{\sum m_i},\quad Z=\frac{\sum m_iz_i}{\sum m_i}.$$