

结构振动和撞击计算法

H.K. 斯尼特考

建筑工程出版社

結構振动和撞击計算法

梅占馨 王蔭長 宋忠保 合譯
劉 錚 李德成

建築工程出版社出版

• 1957 •

內容提要 本書敘述了工程結構撞擊計算的實用方法，介紹了著者所研究的应用在梁和自由剛架振動理論中的初參數法、力矩法和位移法。著者在本書里提出了任意形式的剛架振動問題（用機動鏈作基本系）的一般解法。

書中列舉了系統受瞬時力和非周期力作用時許多動荷計算問題的解答，以及結構受各種重複撞擊時的簡單計算方法。闡明這些問題時，考慮到了蘇聯科學的最新成就。

本書可供從事工程結構振動和撞擊計算的工程師和設計人員參考之用。

原本說明

書名 МЕТОДЫ РАСЧЕТА СООРУЖЕНИЙ НА ВИБРАЦИЮ И УДАР

著者 Н.К. Снитко

出版者 Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре

出版地點及年份 Ленинград—1953—Москва

結構振動和撞擊計算法

梅占馨等譯

*

建筑工程出版社出版（北京市崇文門外南廠胡同3號）

（北京市書刊出版業營業登記證字第952號）

建筑工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書5544 236千字 870×1092 1/30⁴ 印張 10⁴/15

1957年8月第1版 1957年8月第1次印刷

印數：1—1,050册 定價（11）2.40元

目 录

前 言	5
第一章 緒論。一个自由度系統的自然振动	7
第一 節 概况。动荷系数	7
第二 節 动力荷載和动荷效应	10
第三 節 振动的种类	13
第四 節 一个自由度系統的無阻尼自然振动	18
第五 節 一个自由度系統的阻尼自然振动	29
第二章 一个自由度系統的强迫振动。短时力和周期力的作用	35
第六 節 緒 論	35
第七 節 在任意非周期力的作用下强迫振动的綜合方程式	39
第八 節 不变的突加力作用。最簡單的撞击	43
第九 節 任何延續時間的周期突加力作用問題的一般解答	51
第十 節 干擾力的線性变化	57
第十一 節 冲量和任何干擾力的共同作用	65
第十二 節 周期力的作用。共振	70
第十三 節 在一般情况下的强迫阻尼振动。非周期力的作用	76
第十四 節 有阻尼时周期力的作用	83
第十五 節 在周期力作用下并且考慮阻尼时的动荷系数。 計算例題	88
第三章 結構撞击計算	94
第十六 節 撞擊計算理論的基本原理	94
第十七 節 按照冲量和突加力作用研究撞击	97
第十八 節 有阻尼时的撞击作用。在撞击时考慮荷載的离开	104
第十九 節 荷載对結構的重复撞击	108
第四章 若干个和多个自由度系統的振动	115
第二十 節 兩個自由度系統的自然振动頻率的確定	115

第二十一節	兩個自由度系統對稱性的利用。例題	122
第二十二節	折算質量。結點質量法	129
第二十三節	求主要振動形式。主要形式的正交特性	131
第二十四節	用支承彈簧彈性聯結質量的豎向振動	135
第二十五節	任意個自由度系統的自然振動	140
第二十六節	拱自然振動頻率的確定	152
第二十七節	在振動荷載作用下 n 個自由度系統計算的一般 程序	158
第二十八節	作剛架動荷力矩圖的一般程序。計算例題	164
第五章 連續分布質量時杆件系統的振動		168
第二十九節	常截面梁的自由橫向振動	168
第三十節	單跨梁的自由振動。彈性基礎梁	177
第三十一節	連續梁自由振動理論中的三彎矩方程式	188
第三十二節	求剛架自由振動頻率的力矩法	195
第三十三節	实腹拱自由振動頻率的計算	204
第三十四節	剛架自由振動理論中的位移法	208
第三十五節	自由振動理論中建築力學的基本定理。確定第 n 個頻率的近似法	224
第三十六節	在周期力作用下有分布質量的梁和剛架系統的 強迫橫向振動	236
第三十七節	梁振動計算例題。彈性基礎梁	242
第三十八節	用位移法計算剛架振動	247
第六章 壓弯杆和剛架的振動		257
第三十九節	压杆橫向振動頻率的確定。有分布質量和集中質 量的压杆的振动	257
第四十節	確定受压弯剛架橫向振動頻率的一般方法	268
第四十一節	压弯杆和剛架的強迫周期振動	276
第七章 动荷稳定性。彈性杆件的縱向振動		280
第四十二節	概論	280
第四十三節	杆件的動荷穩定性	282
第四十四節	杆件動荷穩定性的計算	288
第四十五節	彈性杆件的縱向振動	298
附表	用變形法計算剛架振動頻率的函數表	303

結構振动和撞击計算法

梅占馨 王蔭長 宋忠保 合譯
劉 錚 李德成

建築工程出版社出版

• 1957 •

內容提要 本書敘述了工程結構撞擊計算的實用方法，介紹了著者所研究的应用在梁和自由剛架振動理論中的初參數法、力矩法和位移法。著者在本書里提出了任意形式的剛架振動問題（用機動鏈作基本系）的一般解法。

書中列舉了系統受瞬時力和非周期力作用時許多動荷計算問題的解答，以及結構受各種重複撞擊時的簡單計算方法。闡明這些問題時，考慮到了蘇聯科學的最新成就。

本書可供從事工程結構振動和撞擊計算的工程師和設計人員參考之用。

原本說明

書名 МЕТОДЫ РАСЧЕТА СООРУЖЕНИЙ НА ВИБРАЦИЮ И УДАР

著者 Н.К. Снитко

出版者 Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре

出版地點及年份 Ленинград—1953—Москва

結構振動和撞擊計算法

梅占馨等譯

*

建筑工程出版社出版（北京市崇文門外南廠胡同3號）

（北京市書刊出版業營業登記證字第952號）

建筑工程出版社印刷廠印刷·新華書店發行

書5544 236千字 870×1092 1/30⁴ 印張 10⁴/15

1957年8月第1版 1957年8月第1次印刷

印數：1—1,050册 定價（11）2.40元

目 录

前 言	5
第一章 緒論。一个自由度系統的自然振动	7
第一 節 概况。动荷系数	7
第二 節 动力荷載和动荷效应	10
第三 節 振动的种类	13
第四 節 一个自由度系統的無阻尼自然振动	18
第五 節 一个自由度系統的阻尼自然振动	29
第二章 一个自由度系統的强迫振动。短时力和周期力的作用	35
第六 節 緒 論	35
第七 節 在任意非周期力的作用下强迫振动的綜合方程式	39
第八 節 不变的突加力作用。最簡單的撞击	43
第九 節 任何延續時間的周期突加力作用問題的一般解答	51
第十 節 干擾力的綫性变化	57
第十一 節 冲量和任何干擾力的共同作用	65
第十二 節 周期力的作用。共振	70
第十三 節 在一般情况下的强迫阻尼振动。非周期力的作用	76
第十四 節 有阻尼时周期力的作用	83
第十五 節 在周期力作用下并且考慮阻尼时的动荷系数。 計算例題	88
第三章 結構撞击計算	94
第十六 節 撞擊計算理論的基本原理	94
第十七 節 按照冲量和突加力作用研究撞击	97
第十八 節 有阻尼时的撞击作用。在撞击时考慮荷載的离开	104
第十九 節 荷載对結構的重复撞击	108
第四章 若干个和多个自由度系統的振动	115
第二十 節 兩個自由度系統的自然振动頻率的確定	115

第二十一節	兩個自由度系統對稱性的利用。例題	122
第二十二節	折算質量。結點質量法	129
第二十三節	求主要振動形式。主要形式的正交特性	131
第二十四節	用支承彈簧彈性聯結質量的豎向振動	135
第二十五節	任意個自由度系統的自然振動	140
第二十六節	拱自然振動頻率的確定	152
第二十七節	在振動荷載作用下 n 個自由度系統計算的一般 程序	158
第二十八節	作剛架動荷力矩圖的一般程序。計算例題	164
第五章 連續分布質量時杆件系統的振動		168
第二十九節	常截面梁的自由橫向振動	168
第三十節	單跨梁的自由振動。彈性基礎梁	177
第三十一節	連續梁自由振動理論中的三彎矩方程式	188
第三十二節	求剛架自由振動頻率的力矩法	195
第三十三節	实腹拱自由振動頻率的計算	204
第三十四節	剛架自由振動理論中的位移法	208
第三十五節	自由振動理論中建築力學的基本定理。確定第 n 個頻率的近似法	224
第三十六節	在周期力作用下有分布質量的梁和剛架系統的 強迫橫向振動	236
第三十七節	梁振動計算例題。彈性基礎梁	242
第三十八節	用位移法計算剛架振動	247
第六章 壓弯杆和剛架的振動		257
第三十九節	压杆橫向振動頻率的確定。有分布質量和集中質 量的压杆的振动	257
第四十節	確定受压弯剛架橫向振動頻率的一般方法	268
第四十一節	压弯杆和剛架的強迫周期振動	276
第七章 动荷稳定性。彈性杆件的縱向振動		280
第四十二節	概論	280
第四十三節	杆件的動荷稳定性	282
第四十四節	杆件動荷稳定性的計算	288
第四十五節	彈性杆件的縱向振動	298
附表	用變形法計算剛架振動頻率的函數表	303

前　　言

根据苏联共产党第十九次代表大会对于发展第五个五年計劃的指示，大型工业結構和水工結構的大規模建設正在进行着。因此，发展結構的动荷計算是非常重要的。

十分明显，必須使結構动荷的計算方法大加改进和簡化，才能获得足够精确，而且在实用上很方便的求动荷內力的方法。

本書叙述杆件系統自由振动和强迫振动的一般原理，結構撞擊計算中最基本問題的解法以及动荷稳定問題。

著者在强迫振动和自由振动理論中广泛地运用了初参数法，这个方法还是著者在1930年提出的〔51〕。在任意非周期力作用下，无论阻尼存在与否，若利用分析函数的特性和計算干扰荷載中突变的一般原理，则对于基本的最簡單系統的动荷位移問題，能够得到簡單的一般解答。到现在为止，大家对于这个问题还注意得不够，其实这个问题有很大的实际意义，特別对于受重复撞击的結構計算，以及当研究不連續的动荷載系統的作用时是如此。

最近很受注意的是結構动荷稳定性的分析，需要有受压系統自然振动频率方面的知識。关于結構物动荷稳定性問題，本書根据已有的图解分析比拟法和采用的結点質量法，利用三角函数已作出有成效的解答。

当系統的形狀复杂时，为了得到振动频率問題的普遍而精确的解答，非常重要的要有这种复杂系統的普遍而通用的計算图形。彈性环节机动鏈形式的基本系統，就是这种通用的图形，而这种基本系統实际上的不变性，可用按照可能位移原理写出的平衡方程式来表示。彈性环节机动鏈在1934年我們的著作里的靜力学問題中已經研究过。利用它，我們得到关于任意自由剛架結構当考慮質量沿其杆件長度分布时振动計算問題的普遍而精确的解答。

說到這裡，就不能不提到鉸鏈杆件系統機動法創始人 I.M. 拉賓諾維奇教授在1928年第一部著作[42]。在該書中，機動法在任意剛架結構的振動計算中，無論是純彎曲或壓彎情形，都得到最普遍的应用。

解決了在分布質量作用下的自由剛架結構的橫向振動問題，就能夠利用修正的方法，相當精確地估計任意複雜的剛架系統中壓力對橫向振動的影響。

著者認為，重要的是在敘述杆件剛架系統振動計算的普遍原理和方法時，而不必用大量的各種圖表和不作結論地引用研究結果去填充書中的敘述，因為這些東西不能使工程師正確地利用純粹的參考材料來解決新的實際問題。但是，理論上的解析無疑地應該用例子加以說明，而本書正是這樣做的。

第一章

緒論。一个自由度系統的自然振动

第一節 概況。動荷系数

結構动力学乃是广义建筑力学的第二个部分。

高速机器、新的起重设备、快速运输工具、轻型桥梁和工业结构应用的日益增加，引起了结构振动和撞击计算的实际方法——结构动力学发展的必要性。结构动力学的方法，使研究大型工业楼板在快速运转机器作用下的振动、桥梁和基础的振动的重要问题，在理论上确定振动、运动和撞击荷载的动荷系数问题，确定运动着的运输车辆动荷内力的问题，以及减振等等问题，都获得了解决。

与结构静力学不同，结构动力学研究随着时间而很快地变化着的动力荷载的作用；因此，在计算中就必须考虑运动荷载的惯性力，以及速度和其他参变数。

实用结构动力学方法的发展，主要是由于苏联科学家们的劳动，其中以A.H.克雷洛夫院士和H.P.彼特罗夫教授的卓越著作最为出色。

在许多情形下，结构物实际工作中所作用的荷载是动力的，但是在实际的工程计算中，计算荷载的动荷效应常常仅仅用引入所谓动荷系数的方法，这个动荷系数是根据不同的试验凭经验的方法决定的，这种试验是以总和的形式反映出在一定条件下荷载的动荷作用。

一百多年以前(1847年)，由于契斯捷尔斯基桥的破坏，成立了研究荷载的动荷作用的第一个委员会。这个委员会确定了在撞击和振动的运动荷载作用下，桥梁的梁内挠度和应力与静荷时相比

能够增大一倍，并且提出了“撞击次数”或者增补动荷系数的概念[39]。

按照交通人民委員部(HKPI)1931年的铁路鋼桥标准，在計算桥跨結構的杆件、支座部分的構件和直接承受动荷作用的实体支座部分时，推荐如下的完全的动荷系数公式：

$$\psi = \frac{P_n}{P_{cm}} = 1 + \mu = 1 + \frac{27}{30 + l}, \quad (1.1)$$

式中 l ——影响 線載荷部分 的長度(当 $l=5$ 公尺时, $\psi=1.77$);

μ ——增补动荷系数;

P_{cm} ——靜荷压力;

P_n ——考慮全部动荷效应的全压力。

許多的研究指出，由于沿着水平路線运动着的不变的力(所謂列車的“駛入效应”)使桥梁发生振动所引起的动荷增补，甚至列車用很大速度行驶时也不超过5~10%[22]。

无疑地，沿着桥梁等速度运动的脈动力將引起严重的效应，这种脈动力是由于过剩的平衡錘 离心力作用的結果而产生的，平衡錘牽引着并且联結着不完全平衡的机車的車輪[70]。

同时在这最簡單的解答里得到，运动的脈动力的动荷增补(車輪效应)与跨度大小的平方根成正比，也就是說 动荷系数是随着跨度的增大而增大的。

运动的脈动力系作用在小跨度(30公尺以下)桥梁上，由于共振現象在这里实际上是不可的能的，所以其最大动荷撓度非常小[37]。

桥梁試驗[64]指出，在振动时实际的动荷撓度大約是理論上的动荷撓度的五分之一，这个可以用共振範圍內阻尼对于强迫振动幅的显著影响加以解釋。如同桥梁試驗所指出的那样[33]、[22]、[64]，在周期荷載作用下，对于一定条件和在不大的時間間隔內，共振是不可避免的，但是，就是在小的阻尼系数情形下，运动着的脈动力所产生的强迫振动也是迅速地停滯下来。当阻尼存在时，桥梁由于脈动的可动荷載所产生的动荷撓度被減小了好多

[64]。当然，只是在很短的时间内才可以允许结构与荷载在共振中工作。

同时必须指出，通常的暂时荷载很显著地影响着系统（桥梁+列车）自由振动的频率，而且很剧烈地改变着发生共振的条件。振动质量数值的連續变化产生了特殊的参数振动。在桥梁的实际计算中，在列车作用情形下决定动荷挠度时，可以建议代替自由振动的周期 T_c 用平均的算术值：

$$T_0 = \frac{1}{2}(T_c + T_n),$$

式中 T_n ——桥梁沿其全部长度受有列车载荷时系统的振动周期。

荷载的撞击作用是对动荷系数产生最大影响的主要因素，这种撞击作用是由于路面的不平坦、车轮边缘的凹陷等等所引起的。通常吊车梁的最大动荷系数约为1.2~1.3，它的产生就是由于路面不平坦和铁轨有缺点的结果[40]、[48]。对于轻质的小跨度梁，撞击荷载的影响是特别大的。由于暂时荷载的质量具有很大的相对值，当荷载突然作用时，小跨度桥梁挠度的动荷系数就显著地增加。系统自由振动的频率随着暂时荷载的增大而减小，因而，在撞击荷载作用下动荷系数也就减小了[61]。

当行动机车的成对车轮经过轨道的接合点时，或者当轨道上存在着凹陷时，将发生有节奏的撞击，因为在轴间距离相等时将发生极有害的振动的合成。所以这种撞击的动荷影响是特别严重的。研究结果指出，在共振区域内并且当阻尼存在时，由节奏的撞击所产生的动荷挠度比仅由单独撞击作用所产生的挠度可以大5倍多。如果认为振动质量是不变的，则在许多情形下结构在共振范围内的工作问题是完全现实的[37]。因此，在共振范围内考虑阻尼时的结构计算，获得一个有根据的方法是非常重要的[16]。最近的研究指出了阻尼对于频率的独立性。根据中央工业建筑科学研究院(ЦНИИПС)专门进行的实验研究的结果而积累的实验资料，现在已经可以采用关于振动时内消耗的最完善的假定。

本书将介绍解决建筑方面杆件结构的动力学问题的最有效的

实用方法。

第二節 動力荷載和動荷效應

一、动力荷載的种类

在結構动力学里，研究数值和位置随着时间很快地变化着的荷載作用。因而，动力荷載使結構物各个杆件的位移随着时间而改变。动力过程的特征是在变速度运动时，产生杆件运动的加速度和慣性力。結構动力学的任务是求結構物的位移和內力以及决定最大的动荷系数。

动力荷載分为以下类型。

(一) 不動的撞擊荷載

我們把很快地加在結構物上的荷載叫做不動的撞击荷載，而荷載的运动速度在很短的时间間隔內发生变化。当撞击荷載落在樁上时，就使樁具有一定的动能貯备，并且在落下荷載与樁接触的第一瞬间，速度发生剧烈的变化，結果就形成系統共同运动时的初速度。当鍛鐵时，由于锤头在极短的时间內丧失了它的初速度，所以被撞击的平台得到了显著的加速度。撞击現象，可概略的說成是荷載的突然加载(即荷載 P 从高度 $h=0$ 落下，在一瞬间加上它的全部数量)。

不動的撞击荷載发生在下面几种情形：

- 1) 当打樁机、打鐵錘、砸碎廢鋼用的底座(撞击作用机械)工作时；
- 2) 当道路不平和車輛輪緣有凹陷时；
- 3) 当突然地加载和去掉荷載时(在起重机工作中不經心地放下荷載时)；
- 4) 当损坏性的坍落和荷載落在承重結構上时(山嶺場滑在路上、撞击波的作用等等)。

撞击时第一次接触时间的持续可能是很短的，然后荷載就从

被撞击物体上跳开，但它的位移减小了，接着发生了新的撞击等等。因而，落下的荷载在它的撞击过程中可能是接連有节奏的撞击。

由于道路的不平坦或者輪緣上凹陷的存在，发生产生动力荷載的撞击作用。撞击是列車动荷載的特性之一。

結構物往往受到定期的、經過相同时間間隔的連續不断的撞击，也就是所謂周期性的撞击作用。当机車(当其軸間距离相等时)經過有空隙的轨道接合点时，就发生很明显的周期性重复撞击作用。

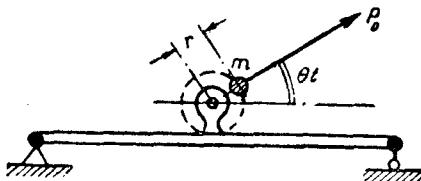


圖 1

所有的撞击都引起振动(也就是机械的振动)，这是因为落下的荷載与結構第一次接触后就发生振动，作为时间函数的运动速度等于零时相当于振动的最大值。

(二) 不動的、隨着時間變化的荷載

各种类型的具有轉动部分的不平衡机器，都产生按位置來說是不动的，而随时间來說是变化的荷載。这种机器的轉数会是很大的(到10000轉/分鐘)。

質量为 m 的荷載对于轉动的軸有半徑長度为 r 的偏心(图 1)时，这个荷載的轉动將引起机械的不平衡性，而使机械产生周期性的干扰力。使質量 m 得到向心加速度 $\theta^2 r$ ，这里 θ —轉动的角速度，

$\theta = \frac{2\pi n}{60} n$ —发动机一分钟的轉动次数。在这种不平衡运动的情形下，將使轉动的軸受有离心慣性力 P_0 ，它等于：

$$P_0 = m\theta^2 r$$

梁的横向振动是由离心力的竖直分力所引起的：

$$P_t = P_0 \sin \theta t, \quad (2.1)$$

式中 P_0 ——力的变化幅度；

t ——时间。

很显然，当时间 t 的增量为时间间隔 $T = \frac{2\pi}{\theta}$ 时， P_t 的大小重複它的数值，因此 T 是周期力数值的振动周期（它的轉動周期），而 θ 是干扰力变化频率（所謂“圓周频率”）。

在許多实际情况中，用时间的幂函数表示作用力（当常值集中力行动时，当連續均布荷載等行动时，主梁上結点压力的变化規律）。时间函数的任意干扰力 $P(t)$ 的作用，可以根据叠加原理采用积分的形式进行研究：先确定冲量 $dS = P(t) \times dt$ 作用的效应，接着把表示冲量作用的函数积分，求所有力在变数从0到 t 的变化区間內作用的結果。

（三）可動的、隨着時間變化的荷載

这种荷載沿着結構物运动着，同时还作为时间的函数而变化着。当机車运行时，其过剩的平衡錘离心力的竖直分力产生可动的脈動荷載；因此对于机車就存在有可动的脈動力系，它随着时间根据(2.1)式而变化它的大小。

（四）可動的撞擊振動荷載

实际上，机車的可动荷載产生非常复杂的撞击振动作用，因为除了运动速度和竖直力周期性变化的因素以外，由于車輪外緣有凹陷和道路的不平坦，还經常地发生可动荷載的撞击作用。特別有害的是經過相同的时间间隔作用在結構上有次序的一系列的撞击作用[9]、[37]。并且荷載撞击的节奏和結構自然振动频率間的比例有一定的意义；如果这个比例接近于1，则將发生很大的、对于結構有危險的动荷撓度和內力。