

谨将此教材奉献给
北洋大学——天津大学创建一百周年

理论力学

萧龙翔 贾启芬 邓惠和 主编

天津大学出版社

高 等 学 校 教 材

理 论 力 学

主编: 萧龙翔 贾启芬 邓惠和
编者: 刘习军 曹树谦 梁 价
张文德 郎作贵

天 津 大 学 出 版 社

本教材是根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》编写的。

本教材含绪论、静力学、运动学、动力学、实验指导书、附录和习题答案七个部分,其中静力学五章、运动学六章、动力学十二章,共二十三章。适当提高了理论力学的教学起点,加强了课程的基本内容,安排了提高内容,并配有加强分析方法训练、综合应用训练和结合实际例题和习题。

本教材可作为高等工业学校各专业的理论力学教材,也可供职工大学、函授大学教学或有关工程技术人员参考。

天津大学出版社出版

(天津大学内)

邮编:300072

天津市宝坻县第二印刷厂印装

新华书店天津发行所发行

*

开本:787×1092 毫米^{1/16} 印张:31.5 字数:783 千

1995 年 9 月第一版 1995 年 9 月第一次印刷

印数:1—6000

ISBN 7-5618-0765-1
O·71 定价:26.80 元

前 言

本教材是根据国家教育委员会于1987年批准印发的《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》编写的。

理论力学是研究物体机械运动规律的科学,既古老又充满着活力。在高等工业学校中,理论力学是一门技术基础课,是系统地引导学生结合工程实际的第一门理论课程。为了适应学生入学水平逐年提高、独立思考能力不断增强的形势,为了总结好天津大学理论力学教研室几代教师宝贵的教学经验,给教学质量的进一步提高奠定一个基础,在天津大学理论力学教研室1959年编写的《理论力学》(上、中、下三册)的基础上,编写了这本教材。在编写中,考虑了以下几个问题:

一、适当地提高理论力学的教学起点,以矢量运算和矢量分析为主线,全面、系统地论述静力学、运动学和动力学三部分的理论体系,有的章节还引入了矩阵运算和张量的概念。同时,尽量减少与先修课程(高等数学和大学物理)在某些内容上不必要的重复。

二、加强整个课程的基本内容,适当安排提高的内容(这部分用“*”号标注),以适应不同专业、不同教学时数(68~130学时)的要求。

三、在编写上,力求把本课程的基本概念写得准确、通俗,把基本理论阐述得系统、清楚,把基本方法介绍得全面、明确,重点突出,易于掌握。注意加强分析方法(主要是受力分析、运动分析和解题思路的分析)的训练,注意加强综合应用方面的训练,注意加强课程内容与工程实际、生活实际的结合,逐步培养学生具备工程观念、将实际问题抽象化为力学模型的能力。

四、增加了理论力学实验指导书和附录两部分,以适应多年来本课程已增设振动实验或振动演示教学环节的形势,便于在教学中查阅有关的参数以及矢量、矩阵运算中常用的一些公式。

五、国务院在1984年2月27日发布了《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》,确立了以国际单位制为基础的我国法定计量单位,因此,本教材采用国际单位制。本教材所用的力学名词术语,均以全国自然科学名词审定委员会在1993年公布的《力学名词》(科学出版社1993年9月第一版)为准。

本教材内含绪论、静力学、运动学、动力学、实验指导书、附录和习题答案七个部分。其中静力学、运动学和动力学三篇共分23章,配有151道例题、436道习题。

参加本教材编写工作的有曹树谦(第一章至第五章)、贾启芬(第六章至第九章、第二十二、二十三章)、刘习军(第十、十一、十三、十七章和附录)、梁价(第十四章)、邓惠和(第十五章、第十六章)、萧龙翔(第十二章、第十八章至第二十一章)、张文德、郎作贵(理论力学实验指导书)。萧龙翔、贾启芬、邓惠和任主编。采取集体讨论编写大纲,分头执笔,互相补充的编写方式,最后,由萧龙翔对全部书稿作了统一修改和定稿。参加本教材有关工作的有萧蓉、钟顺、邓志云、黄元英、孙金玲、董莉、陈璐。

本教材承蒙毕学涛教授详细审阅,提出了许多非常宝贵的意见;在编写过程中,得到了教研室许多教师的支持,在此谨向他们致以衷心的感谢。

由于我们的水平所限,编写的时间又比较短促,对几代教师宝贵教学经验的总结未必全面、准确,本教材会有不少的缺点,甚至错误。对此,我们诚恳地期望广大的教师和读者批评指正。

编 者 1995 年 6 月
于天津大学

目 录

绪论	(1)
第一篇 静力学	(3)
引言	(3)
第一章 静力学基础	(4)
§ 1-1 力的概念	(4)
§ 1-2 静力学公理	(5)
§ 1-3 约束与约束力	(8)
§ 1-4 物体的受力分析和受力图	(14)
习题	(18)
第二章 静力学基本知识	(22)
§ 2-1 力的投影	(22)
§ 2-2 力矩	(24)
§ 2-3 力偶	(27)
习题	(28)
第三章 力系的简化	(30)
§ 3-1 汇交力系	(30)
§ 3-2 力偶系	(31)
§ 3-3 任意力系	(32)
§ 3-4 平行力系与重心	(41)
习题	(46)
第四章 力系的平衡	(49)
§ 4-1 平面力系的平衡条件与平衡方程	(49)
§ 4-2 静定问题与超静定问题	(54)
§ 4-3 平面物系的平衡问题	(56)
§ 4-4 平面桁架	(60)
§ 4-5 空间力系的平衡	(64)
习题	(69)
第五章 摩擦	(77)
§ 5-1 摩擦现象	(77)
§ 5-2 滑动摩擦	(78)
§ 5-3 考虑滑动摩擦的平衡问题	(81)
§ 5-4 滚动摩擦	(88)
习题	(90)
第二篇 运动学	(94)
引言	(94)
第六章 点的运动学	(96)

§ 6-1 点的运动的矢径表示法	(96)
§ 6-2 点的运动的直角坐标表示法	(97)
§ 6-3 点的运动的弧坐标表示法	(99)
* § 6-4 点的运动的极坐标表示法	(106)
* § 6-5 点的运动的柱坐标表示法	(108)
习题	(109)
第七章 刚体的基本运动	(113)
§ 7-1 刚体的平行移动	(113)
§ 7-2 刚体的定轴转动	(114)
§ 7-3 定轴转动刚体内各点的速度与加速度	(115)
§ 7-4 以矢量表示刚体的角速度和角加速度 以矢积表示点的速度和加速度	(119)
习题	(121)
第八章 点的合成运动	(124)
§ 8-1 点的绝对运动、相对运动和牵连运动	(124)
§ 8-2 速度合成定理	(125)
§ 8-3 牵连运动为平移时,点的加速度合成定理	(128)
§ 8-4 矢量的绝对变化率和相对变化率	(130)
§ 8-5 牵连运动为定轴转动时,点的加速度合成定理	(131)
习题	(137)
第九章 刚体的平面运动	(142)
§ 9-1 刚体平面运动的运动方程	(142)
§ 9-2 求平面图形内各点速度的基点法	(145)
§ 9-3 求平面图形内各点速度的瞬心法	(147)
§ 9-4 平面图形内各点的加速度 加速度瞬心	(152)
§ 9-5 运动学理论的综合应用	(157)
习题	(160)
第十章 刚体定点运动和刚体一般运动	(166)
§ 10-1 刚体定点运动的运动方程	(166)
§ 10-2 刚体定点运动的欧拉定理及无限小角位移合成定理	(167)
§ 10-3 定点运动刚体的角速度及角加速度	(170)
§ 10-4 定点运动刚体内各点的速度和加速度	(171)
§ 10-5 刚体的一般运动	(177)
§ 10-6 牵连运动为一般运动时点的加速度合成定理	(178)
第十一章 刚体的合成运动	(181)
§ 11-1 刚体绕两个相交轴转动的合成	(181)
§ 11-2 刚体绕两个平行轴转动的合成	(182)
习题(内含第十章的习题)	(186)
第三篇 动力学	(190)
引言	(190)
第十二章 牛顿定律 质点的运动微分方程	(192)
§ 12-1 牛顿定律	(192)
§ 12-2 惯性参考系 单位制	(193)

§ 12-3 质点的运动微分方程	(195)
§ 12-4 质点动力学的两类基本问题	(195)
§ 12-5 质点的相对运动微分方程	(200)
* § 12-6 地球自转的影响	(204)
习题	(209)
第十三章 质点系的惯性特征	(214)
§ 13-1 质点系的质量中心	(214)
§ 13-2 刚体的转动惯量	(215)
§ 13-3 转动惯量的平行轴定理	(217)
* § 13-4 转动惯量的转轴公式 惯性积及惯量矩阵	(219)
* § 13-5 惯量椭球和惯量主轴	(222)
§ 13-6 转动惯量的实验求法	(224)
习题	(226)
第十四章 动能定理	(230)
§ 14-1 动能	(230)
§ 14-2 力的功	(232)
§ 14-3 动能定理	(237)
§ 14-4 功率 功率方程	(243)
§ 14-5 势力场 势能 机械能守恒定律	(244)
习题	(246)
第十五章 动量定理	(251)
§ 15-1 动量	(251)
§ 15-2 力和力系的冲量	(253)
§ 15-3 动量定理	(254)
§ 15-4 质心运动定理	(261)
§ 15-5 变质量质点的运动微分方程	(267)
习题	(271)
第十六章 动量矩定理	(277)
§ 16-1 动量矩	(277)
§ 16-2 动量矩定理	(283)
§ 16-3 动量矩定理的应用	(284)
§ 16-4 刚体绕定轴的转动微分方程	(288)
§ 16-5 质点系相对于动点的动量矩定理	(291)
§ 16-6 刚体平面运动微分方程	(294)
§ 16-7 普遍定理的综合应用	(298)
习题	(305)
第十七章 碰 撞	(315)
§ 17-1 碰撞的特征	(315)
§ 17-2 碰撞的基本定理	(317)
§ 17-3 两物体的对心碰撞	(318)
§ 17-4 碰撞冲量对定轴转动物体的作用 撞击中心	(323)
§ 17-5 碰撞冲量对平面运动物体的作用	(325)
习题	(327)

第十八章 达朗贝尔原理	(332)
§ 18-1 惯性力	(332)
§ 18-2 达朗贝尔原理	(333)
§ 18-3 刚体惯性力系的简化	(335)
§ 18-4 定轴转动刚体的轴承动反力	(344)
* § 18-5 静平衡和动平衡简介	(349)
习题	(352)
第十九章 虚位移原理	(358)
§ 19-1 约束 约束的分类	(358)
§ 19-2 自由度 广义坐标	(360)
§ 19-3 虚位移 虚功	(362)
§ 19-4 理想约束	(365)
§ 19-5 虚位移原理	(366)
§ 19-6 虚位移原理的应用	(368)
* § 19-7 用广义力表示质点系的平衡条件	(375)
* § 19-8 质点系在势力场中的平衡问题	(377)
习题	(381)
第二十章 动力学普遍方程 拉格朗日方程	(386)
§ 20-1 动力学普遍方程	(386)
* § 20-2 拉格朗日方程	(388)
* § 20-3 拉格朗日方程的首次积分	(393)
习题	(397)
* 第二十一章 定点转动刚体动力学	(399)
§ 21-1 定点运动刚体的动量矩	(399)
§ 21-2 赖柴尔定理	(400)
§ 21-3 陀螺近似理论	(401)
§ 21-4 三个自由度的陀螺	(402)
§ 21-5 两个自由陀螺的陀螺效应	(405)
§ 21-6 定点运动刚体的动力学方程	(408)
§ 21-7 一般运动刚体动力学方程	(410)
习题	(411)
第二十二章 单自由度系统的振动	(415)
§ 22-1 单自由度系统的自由振动	(415)
§ 22-2 计算固有频率的能量法	(421)
§ 22-3 单自由度系统的衰减振动	(422)
§ 22-4 单自由度系统的受迫振动	(426)
§ 22-5 受迫振动理论在工程实际中的应用	(432)
习题	(434)
* 第二十三章 两自由度系统的振动	(438)
§ 23-1 两自由度系统的自由振动	(438)
§ 23-2 两自由度系统的受迫振动	(443)
§ 23-3 动力减振器	(445)

习题	(446)
实验说明书	(449)
实验一 振动基本参数的测量	(449)
第一部分 简谐振动	(449)
第二部分 衰减振动	(451)
实验二 振动系统幅—频特性曲线的测量	(453)
附 录	(456)
附录一 典型的约束和约束力	(456)
附录二 简单均质刚体的转动惯量与惯性积	(457)
附录三 常用物理量的单位和量纲	(461)
附录四 矢量代数	(462)
附录五 矢量函数的导数与积分	(466)
附录六 并矢	(468)
附录七 笛卡尔张量	(470)
附录八 矩阵计算的微机源程序	(470)
习题答案	(476)

绪 论

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。机械运动是指物体的空间位置随时间的变化。具体地说,理论力学的任务就是研究描述物体机械运动的方法、产生机械运动的物理因素以及物体按这种或那种规律作机械运动的条件,其中包括相对静止——平衡的条件。

运动是物质的固有属性,包括宇宙中发生的一切变化和过程。机械运动是物质运动的最简单的形式,也是人们随时都可以见到的一种运动形式,固体的运动和变形、流体的流动均属机械运动。理论力学属于经典力学的范畴,所研究的内容是速度远小于光速(30 万千米/秒)的宏观物体的运动,就是说,以牛顿定律为基础所建立的理论力学的理论,不适用于原子、电子等微观粒子的运动,也不适用接近光速运动的物体。前者属于量子力学,后者属于相对论力学的研究范畴。这说明经典力学的应用范围是有局限性的。但是,在工程技术中所遇到的物体都是宏观物体,其速度远低于光速,所以,有关的力学问题仍应用经典力学的理论来解决。

理论力学的内容由三部分组成:

静力学——主要研究受力物体平衡时作用力应满足的条件;

运动学——从几何的角度来研究物体运动的变化规律;

动力学——研究受力物体的运动与作用力之间的关系。

理论力学在研究物体的机械运动的一般规律中,形成了由基本概念、基本理论和基本方法组成的完整的理论体系。有的直接应用于工程技术实际,更多的则是一系列学科和后继课程的重要基础,例如材料力学、流体力学、机械原理及设计等课程。

理论力学作为工科院校的技术基础课,它的教学内容、研究方法及课程的设置有其自身的特点:

一、理论系统完整,教学演绎严密,逻辑性强。这个特点的形成与学科的发展历史密切相关。力学是古老的学科,如我们所知,伊萨克·牛顿(1643—1727)于1666年发现万有引力定律,并在总结前人的研究成果基础上,在其名著《自然哲学的数学原理》(1687)中完备地提出动力学的基本定律,奠定了动力学的理论基础。在牛顿的研究中,并没有用到他和莱勃尼兹创立的微积分(大约在1670年);但是微积分出现后,力学的研究方法很快地完善起来。许多著名的科学家集数学与力学的研究于一身,数学与力学学科蓬勃发展齐头并进,很难将这二个学科区分开。在这个时期中,1696年,约翰·伯努利(1667—1748)解析地研究受重力的质点在各种不同曲线上运动时开创了变分法,并于1717年精确表述了力学基本原理——虚位移原理;欧拉(1707—1783)建立了刚体运动微分方程;达朗贝尔(1717—1785)建立了著名的达朗贝尔原理;拉格朗日(1736—1813)发表了用严格数学分析方法处理力学问题的《分析力学》一书,以及其他科学家的建树,创立了有逻辑结构、完美的力学体系,使力学成为严密的理论科学;由对实际现象的综合、观测和归纳,得到经过实践检验为正确的理论的研究方法,转变为以牛顿定律为基础,利用数学演绎得出结论并受实践检验的研究方法,形成了与数学学科具有相同的特点。

这里应着重指出,在以基本定律为基础进行数学演绎的研究方法的同时,应重视实验研究。在力学发展的过程中,开卜勒(1571—1630)、伽利略(1564—1642)通过大量的观测和实验,

总结出针对行星运转、落体及抛射体等物理现象的理论(一般称为现象性理论),这表明在牛顿以前,观测和实验为经典力学的建立起到不可磨灭的作用。同样,牛顿定律成为人们普遍接受的基本定律,不是在其提出之日,而是在数次重大的天文观测中,它都经得住考验之时。其中的一次是在1864年,即牛顿发表《自然哲学的数学原理》的177年之后,法国科学家勒威耶根据牛顿定律的计算,提出在天王星之外还有海王星的预言。通过天文观测,果然发现了这颗新的行星,而且说明其位置的日心经度的观察值与理论值之间,只差 $0^{\circ}52'$!这也就在实践中检验了牛顿定律的正确性。随着科技水平的提高,实验仪器和技术的日益完善,实验成了力学研究中的重要方法,它可以对各种自然条件进行精密的控制,对某些现象和因素进行独立的研究,从而摆脱许多偶然因素的干扰。

二、理论密切联系工程实际,培养学生工程概念,是大学本科中第一门联系工程实际的理论课程,这是理论力学课程的又一特点。从力学的发展历史看,理论力学原是数学物理中的一个分支,由于它的一些原理和理论在自然科学和工程技术中有着广泛的应用,使它逐步发展成为一个独立的学科。可以说,理论力学起源于工程技术,并和它一齐发展。事实上,力学在理论上的每一重大进展都具有工程背景的。18世纪由于航海事业的发展,提出了关于船舶的摇摆运动规律问题,推动了刚体定点运动的研究,欧拉建立了刚体定点运动微分方程,形成了以牛顿—欧拉方程为代表的矢量方法;其后,随着机器生产的迅速发展,将自由度较多的受约束系统动力学的研究提到日程上来,《分析力学》应世而生,产生了以拉格朗日方程为代表的数学分析方法;20世纪50年代以后,由于现代科学技术的发展,出现了多个刚体组成的且作大位移运动的机械系统,如航天器、机器人等。与此同时,也出现了计算速度高的数字计算机,在这种背景下产生了力学新分支——多刚体系统动力学。总之,力学与生产实践紧密结合,随着生产的发展而发展。显然,探索力学的内在规律也是力学发展的动力。

从另一角度看,一般的机器与机械或者是传递、转换某种运动,或者是实现某种特定的运动,它们都是物体或物体系统机械运动的具体体现,因此,理论力学的习题,绝大多数都是从工程实际中简化而来的,或者习题本身就是一个简单的工程实际问题。在自然界以至人类的日常生活中,物体的机械运动到处可见,这是在技术理论课程中少见的。

三、建立力学模型和描述其数学物理方程的研究方法是理论力学课程的第三个特点,也是大学本科中,第一门需要学生自己选择研究对象,并对其进行合理的简化,然后建立描述研究对象力学特征的数学方程。自然界和工程技术中的实际问题是复杂多样的,理论力学课程阐述的内容都是依据问题的性质和所要求的精度,略去次要的和偶然的因素,进行合理地简化,经过受力分析和运动分析,列写运动微分方程来描述它。建立模型和建立数学方程是科技和工程技术人材必备的本领,是业务素质的重要组成部分。理论力学课程对培养这种能力具有得天独厚的条件,特别要求学生自己选择研究对象并列写运动微分方程的习题更比比皆是,这种解题方法是学生习惯于运用公式求解方法的一个飞跃,迈上一个新的台阶。

毫无疑问,在教学中应该充分注意到课程的特点,并围绕其特点组织有关教学活动。例如,针对严密的数学演绎在课程中的重要地位这一特点,必须加强对基本概念和基本理论的深入理解,以避免理论上差之毫厘有失之千里之谬。一种力学现象的出现,蕴含着促使其产生、发展的诸多物理因素的作用。它们之间的因果关系,通常用数学方程来描述。正因如此,在教学中不但要求学生学会在数学上求得解答的本领,更要培养学生在这一方面的能力:通过数学方程中各物理量的关系,进一步了解运动的特性及其物理本质。

实践是检验真理的唯一标准。通过数学演绎导出的结论,必须再回到实践中去,经过实践的检验才能被认为是正确的结论。

第一篇 静 力 学

引 言

静力学是研究物体受力及平衡一般规律的科学。所谓**物体的平衡**，是指物体相对某一惯性参考系保持静止或匀速直线平移的运动状态。下文如不特别说明，均以固结在地球表面的参考系作为惯性参考系^①。

理论力学的研究对象都是从天体和工程实际中抽象出来的理想化模型。就静力学而言，研究对象是刚体。所谓**刚体**，是指在力的作用下，其内部任意两点之间的距离永远保持不变的物体。事实上，在受力状态下不变形的物体是不存在的，不过，当物体的变形很小，在所研究的问题中把它忽略不计，并不会对问题的性质带来本质的影响时，就可以近似看作刚体。刚体是在一定条件下研究物体受力和运动规律时的一种科学抽象，这种抽象不仅使问题大大简化，也能得到足够精确的结果。几个刚体通过一定联系组成的系统称为**刚体系**，又称**物体系统**或**物系**。静力学中所说的物体或物系均指刚体或刚体系。本篇静力学也称为**刚体静力学**。

静力学的理论体系是在静力学公理的基础上建立起来的，它研究以下两方面问题：

1. 力系的简化

作用于物体上的一群力称为**力系**。如果两个力系对物体的作用效果相同，称此二力系为**等效力系**。用一力系去等效代替另一力系，称为**力系的等效替换**。

力系的简化是以最简单的力系与原来较复杂的力系进行等效替换，由此分析原力系的作用效果。

2. 力系的平衡条件及其应用

根据力系简化的结果可以导出力系的平衡条件。当物体处于平衡时，其所受的力系称为**平衡力系**。此时，力系中的力应满足一定的关系，这种关系称为**力系的平衡条件**。表示这种平衡条件的数学方程式称为**力系的平衡方程**。平衡方程揭示了作用于平衡物体上的力的关系。通过求解这些方程，可以得到待求的各种未知量，如力、几何性质或其它力学量。这是静力学的核心任务。

研究力系的平衡有着广泛的意义。在工程实际中，许多问题是物体的平衡问题，例如，机械设计中零部件的静强度计算，土木工程中房屋、桥梁、以及水坝、闸门、船体、车体的强度设计等等，都需要依据静力学的平衡条件求各物体所受的力。对于一些速度变化不大的物体，也可以近似按静力学方法分析研究，得到满足一定精度要求的结果。

^① 关于惯性参考系的准确定义，详见本书第三篇 § 12-2. P. 193。

第一章 静力学基础

§ 1-1 力的概念

力是物体之间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化或使物体变形。前者称为力的**外效应或运动效应**,后者称为力的**内效应或变形效应**。一般来讲,这两种效应是同时存在的。静力学的研究对象是刚体或刚体系,所以,不考虑力的内效应,只研究力的外效应,以及由此引出的力作用于刚体时的一些特殊性质。至于力的内效应,将在材料力学、结构力学、弹性力学等后续课中论述。

按照相互作用的范围来区分,力可以分为集中力与分布力两类。**集中力**是作用于物体某一点上的力。**分布力**则是作用于物体某一体积(面积或线段)上的力。事实上,集中力是一个抽象出来的概念,任何两物体之间的相互作用不可能局限于无面积大小的一个点上,只不过当这种作用面积与物体尺寸比较很小时,可以近似认为作用在一个点上。另外,对刚体而言,一些分布力的作用效果可以用一个与之等效的集中力来代替,以使问题得到简化,如重力用一等效集中力作用于刚体重心上。

尽管集中力是抽象的结果,但它却是最重要、最普遍的一种力,大多数力的作用可以用集中力来描述。下文如不特别说明,所说的力均指集中力。

力对物体的作用效果与三种因素有关:**力的大小、方向和作用点**。这三个因素称为力的**三要素**。力具有大小、方向,且服从矢量合成的平行四边形定则(见公理一),因此,**力是矢量**,且是**定位矢量**。所以,可以用一个定位的有向线段来表示力,如图 1-1 示。线段的长度代表力的大小(一般地定性表示即可)。线段的方位和指向代表力的方向,线段的起点(或终点)表示力的作用点。线段所在的直线称为**力的作用线**。在书写中,通常用大写字母上加箭头作为力的矢量符号,如 $\vec{F}$ 。在本书中,用黑体大写字母 F 表示力矢量,用普通字母 F 表示力的大小。

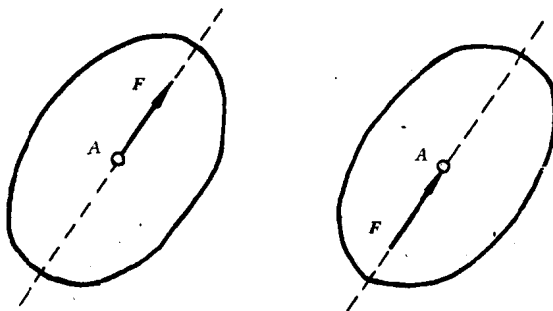


图 1-1

为了测定力的大小,需要确定度量力的单位,在国际单位制中,力的单位为牛顿(N)或千牛顿(kN)。

一个力是一种最简单的力系。如果一力与一力系等效,称此力为该力系的**合力**,求合力的过程称为**力系的合成**;该力系中各力称为其合力的**分力**或**分量**,求力之分力的过程称为**力的分解**,它是力系合成的逆过程。

§ 1-2 静力学公理

人们在长期实践的经验积累中,得到的关于力的基本性质的概括和总结,又经过实践的反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律,称为**静力学公理**。

公理 1 力的平行四边形定则

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力,此合力仍作用于这一点,其力矢由此二力为邻边所作平行四边形的对角线来决定。

在图 1-2(a)中,设在物体的 A 点作用两个力 F_1 和 F_2 ,则其合力 R 由平行四边形对角线决定,称为力 F_1 和 F_2 的矢量和或几何和:

$$R = F_1 + F_2$$

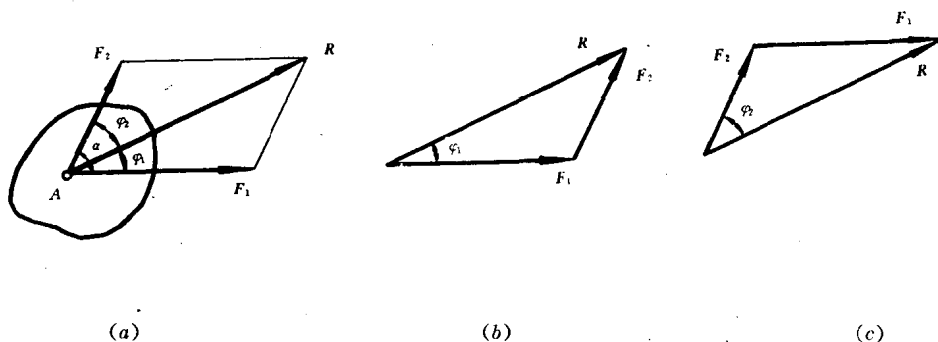


图 1-2

另外,为了简单,可以用力平行四边形的一半来表示这一合成过程,如图(b)、(c)示,即依次将 F_1 和 F_2 首尾相接,最后,三角形的封闭边,即为此二力的合力 R ,称为**力的三角形定则**。力三角形定则与绘制此二力的次序无关。注意这里的各力均应按比例画出。

这一定则同时也提供了将一个力 F 分解为作用于同一点的两个分力 F_1 和 F_2 的方法。与合成过程不同,这里分解的结果并不唯一,如图 1-3(a)示,除非给定必要的限制条件,其中最重要的一种分解是正交分解,如图(b)示。

力沿空间三个方向分解的规则称为**力的平行六面体定则**,它是力的平行四边形定则在空间问题中的推广,如图 1-4 示。

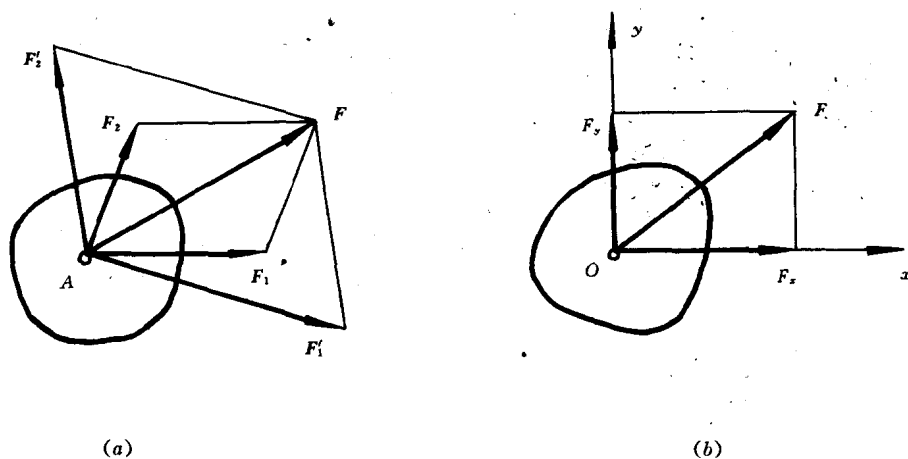


图 1-3

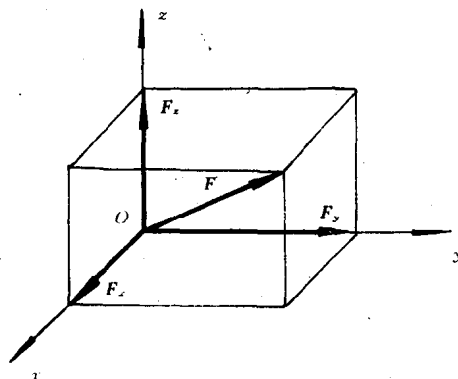


图 1-4

公理 2 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力平衡的必要与充分条件是：两个力的大小相等、方向相反、作用线相同，简称为等值、反向、共线。如图 1-5 示。

这一公理揭示了最简单的力系的平衡条件，记为

$$F_1 = -F_2$$

只受两力作用，且处于平衡状态的刚体称为二力杆或二力构件。这里所说的刚体实际包括各种形状的刚体，若为杆件时，称为二力杆，否则，称为二力构件。

公理 3 加减平衡力系公理

在任意力系中加上或减去任何平衡力系，并不影响原力系对刚体的作用效果。

由这三个公理可以得到下面两个推论。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某一点的力可沿其作用线移至该刚体上的任一点而不改变该力对刚体的作

用效果。

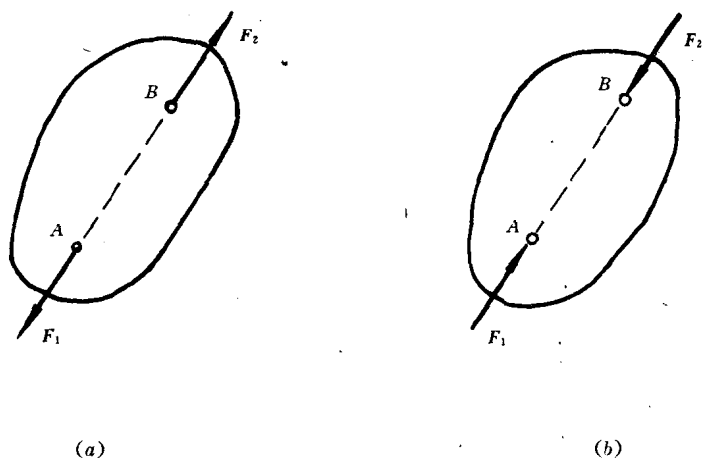


图 1-5

证明: 设力 F 作用于刚体上 A 点, 如图 1-6(a) 示, B 为其作用线上任意一点。在 B 点上加一对平衡力 F_1 、 F_2 , 且 $F_1 = -F_2 = F$, 如图(b) 示, 并不影响原力 F 对刚体的作用效果(公理 3)。另一方面, F 、 F_2 为一对平衡力(公理 2), 将其去掉也不改变原力对刚体的作用效果(公理 3), 此时, 刚体上只留下一个作用于 B 点的 F_1 , 如图(c) 示。于是 $F_1 \equiv F$ 。

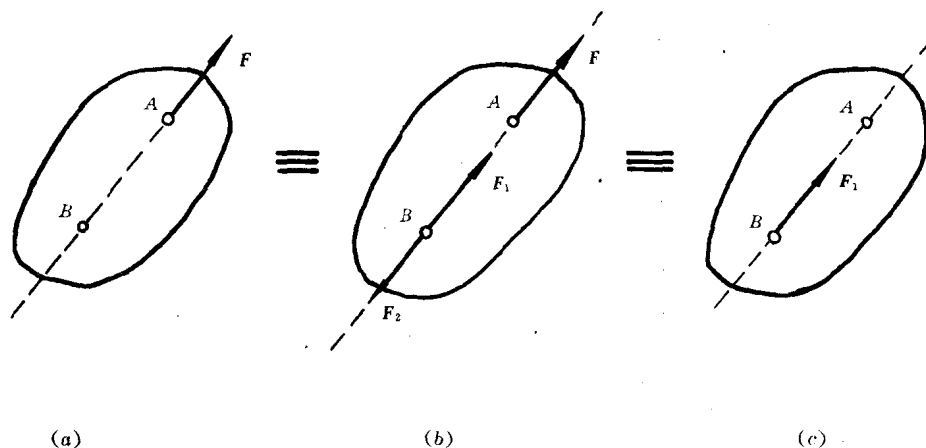


图 1-6

力的这一性质称为力的可传性。根据这一性质, 作用于刚体上的力的三要素可以表示为: 大小、方向和作用线。这表明, 作用于刚体上的力是滑移矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理

刚体受不平行的三个力作用而平衡时, 此三力的作用线必共面, 且汇交于一点。

证明: 设 F_1 、 F_2 和 F_3 三力分别作用于刚体的 A_1 、 A_2 和 A_3 点上, 使刚体处于平衡状态, 如图 1-7 示。已知 F_1 、 F_2 作用线交于 O 点, 根据力的可传性, 将 F_1 、 F_2 移至 O 点得 $F'_1 = F_1$, $F'_2 = F_2$,