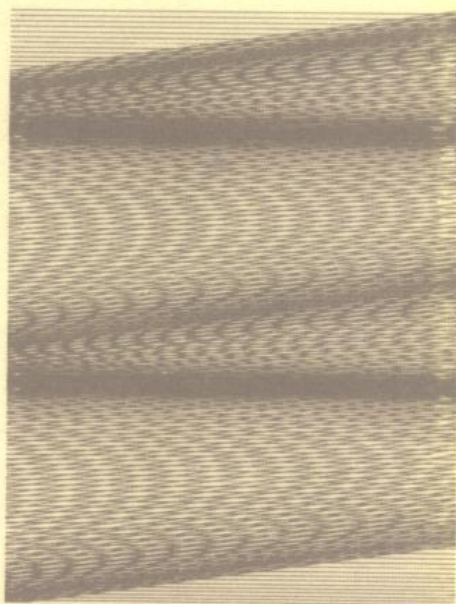


岩波講座 基礎工学 15

固体力学Ⅲ

山本善之 著
堀 幸 夫



岩波書店

712
61-2
岩波講座 基礎工学 15

固 体 力 学

Ⅲ

山 本 善 之
堀 幸 夫



岩 波 出 版 社

岩波講座 基礎工学 15 固体力学Ⅲ

(全19巻／第12回配本)

1969年4月26日 第1刷発行 ©

東京都千代田区神田一ツ橋 2-3 株式会社 岩波書店／精興社印刷・松岳社製本

表紙カット製作：渡辺茂・榎屋治紀・藤野孝爾・幸村真佐男
(IBM データセンター設置 IBM 7090・プロッター使用)

目 次

はじめに

第 I 編 構造設計の固体力学

第 1 章 固体力学と構造物

1. 1 固体力学と構造物	1
1. 2 製作法と固体力学	7
1. 3 固体力学の範囲	7
1. 4 単位についての注意	8
演習問題	8

第 2 章 構造物のうける荷重

2. 1 構造物と荷重	9
2. 2 静荷重と動荷重	10
2. 3 強制された変位	13
2. 4 熱と熱応力	15
2. 5 流体力学的荷重	16
2. 6 慣性力	21
2. 7 統計的に変動する荷重 ☆	25
演習問題	31

第 3 章 応力とひずみ

3. 1 応力	33
3. 2 ひずみ	44
3. 3 応力とひずみの関係	51
3. 4 ひずみエネルギー	58
3. 5 エネルギーに関する定理	67
演習問題	69

第4章 構造物の強さと機能

4. 1 構造物の強さ	71
4. 2 構造物の機能	75
4. 3 疲 れ 破 壊	77
4. 4 強さ・寿命のばらつきと安全率	82
4. 5 温度と強さ	88

第5章 構造要素の力学的性質(1)

5. 1 構造物の模型化	91
5. 2 棒の引張り	94
5. 3 棒の曲げ	100
5. 4 棒の曲げ(続き)	116
5. 5 棒の振り	125
5. 6 棒の座屈	138
演習問題	148

第6章 構造要素の力学的性質(2)

6. 1 2次元弾性論	151
6. 2 応力集中	168
6. 3 接触の問題☆	173
6. 4 円筒	179
6. 5 平板の曲げと座屈	186
6. 6 薄肉殻	199
演習問題	204

第7章 構造物の静的応答と設計

7. 1 エネルギーと平衡状態	207
7. 2 骨組構造	215
7. 3 平面トラス	218
7. 4 カスチリアノの最小仕事の原理の応用	223
7. 5 最小仕事の原理の応用	227
7. 6 骨組の塑性解析☆	241
7. 7 構造設計の諸因子	249

演習問題	255
------	-----

第8章 構造物の振動と動的応答

8.1 棒の縦振動	257
8.2 棒の振り振動	264
8.3 棒のたわみ振動	271
8.4 弾性振動の一般的性質	279
8.5 減衰力	289
8.6 ランダム振動☆	294
演習問題	297

さらに勉強するために	299
------------	-----

第II編 固体材料の力学的性質

第1章 序 論

1.1 固体における原子の結合	307
1.2 金属結晶を取り扱うための予備知識	308
1.3 非晶質固体を取り扱うための予備知識	316

第2章 転位論の基礎

2.1 完全結晶のせん断強さ	324
2.2 転位とバーガース・ベクトル	326
2.3 転位の運動	332
2.4 転位のまわりの応力分布	333
2.5 転位のエネルギーと張力	336
2.6 応力場の転位に働く力	339
2.7 平行な転位間に働く力	340
2.8 点欠陥と転位との相互作用	344
2.9 転位を動かすのに必要な臨界せん断応力	345
2.10 転位の交叉とジョグ	348
2.11 部分転位と拡張転位	351
2.12 転位の起源と転位網	354
2.13 転位の増殖	357
2.14 結晶の成長と転位	360

演習問題	363
------	-----

第3章 金属の塑性変形

3. 1 固溶体合金の降伏強さ——固溶硬化	365
3. 2 第二相粒子を含む合金の降伏強さ——析出硬化と分散硬化	369
3. 3 炭素鋼の降伏とひずみ時効	372
3. 4 多結晶金属の降伏強さ	375
3. 5 金属のひずみ硬化(加工硬化)	378
3. 6 金属のクリープ変形	383
演習問題	391

第4章 固体材料の破壊

4. 1 破壊一般	393
4. 2 固体材料の理想的破壊強さ	394
4. 3 完全ゼイ性破壊	396
4. 4 金属材料の延性破壊	402
4. 5 金属材料のゼイ性破壊	405
4. 6 金属材料の疲れ破壊	415
4. 7 金属材料のクリープ破壊	420
さらに勉強するために	423

付 録 材料試験法

A.1 は し が き	427
A.2 引張り試験	428
A.3 圧縮試験	430
A.4 振り試験	431
A.5 衝撃試験	431
A.6 かたさ試験	432
A.7 疲れ試験	434
A.8 クリープ試験	436

第 1 章

序 論

本講第 I 編において固体材料からなる単一部材や構造物の力学的性質について考察したが、その際、材料そのものは単純な連続体と考えた。この第 II 編においては、観察の尺度をずっと小さくし、固体材料自身を内部構造(たとえば原子、分子、結晶粒、クラックなど)を有する力学系と考えて、それが示す力学的性質(たとえば降伏応力、塑性変形能、破壊強さなど)の考察を行なう。

近年、材料科学(materials science)という言葉がよく聞かれる。これは記述的内容を主とした従来の材料学と異なり、各種材料の性質を、材料の内部構造から当然の結果として導き出し、それを統一的に理解しようとする学問である。その取り扱う範囲は極めて広く、あらゆる材料のあらゆる性質を含む。この第 II 編で取り扱おうとしているのは固体材料の力学的性質(mechanical property)であるが、それは材料科学の一小部分とすることができる。なお、材料の力学的性質のことを、工学上または工業上は、機械的性質(英語ではおなじく mechanical property)ということが多い。

すべての固体はもちろん原子や分子の集合体であるが、それらの配列の仕方により、規則配列をもつ結晶質固体(crystalline solid)と不規則配列をもつ非晶質固体(non-crystalline solid)とに分けられる。無機物質の多くは、各種鉱物や金属のように、結晶を形成する。中でも金属は工業上もっとも重要な結晶の例であって、実用の金属材料はほとんどが微細な結晶からできている。有機物質の多くは非晶質固体となる。ゴム、プラスチックなどはその例である。しかし無機物質でもガラスなどは非晶質固体の代表的なものであり、またプラスチックでも幾分かは結晶性を持つなど、例外はある。

結晶は、自然界において最も美しい規則性をもつものの一つである。しかしそれでも実在の結晶は全く完全というわけではなく、ほとんど必ず多少の不規則

な部分を含む。これを結晶の**格子欠陥**(lattice defect)または**結晶欠陥**(crystal defect)という。また逆に非晶質固体といっても、ごく部分的に見れば規則性をもった原子配列になっているのが普通である。それで非晶質固体は、**長範囲規則度**(long-range order)はもたないが**短範囲規則度**(short-range order)はもつ、などという。結晶はもちろん長範囲規則度をもっている。

固体材料を特徴づける性質には、弾性係数、降伏応力、破壊強さ、比重などの力学的性質や、熱的あるいは電氣的性質など、多くの種類があるが、そのあるものは材料の内部構造のわずかな変化によってほとんど変わらないのに対し、他のものはわずかな変化たとえば格子欠陥によって甚だしく変化する(もちろん中間的なものもある)。この点に着目して材料の性質を2種類に分類するとき、前者を**構造鈍感性の性質**(structure-insensitive property)、後者を**構造敏感性の性質**(structure-sensitive property)という。そのような分類の例を表1.1に示す。たとえば、弾性係数、比重、比熱などの性質は、材料中にわずかな欠陥があってもほとんど変化しない。それらは元来微視的な構造に起因しているにしても、巨視的には全体の平均値としてしか現われてこないのである。ところが、降伏応力、塑性変形能、破壊強さなどの性質は、ある種のわずかな欠陥——たとえば本編第2章で述べる結晶転位(オングストローム程度の不規則部分)や第4章で述べるグリフィス・クラック(ミクロン程度のきず)——によって甚だしく影響され、それによって決定されてしまう。つまり、これらの場合には特定の微視的な欠陥が全体を支配してしまうのである。そのため、破

表 1.1 固体材料の性質の分類

	構造鈍感性	構造敏感性
力学的性質	弾 性 係 数 比 重	降 伏 応 力 塑 性 変 形 能 破 壊 強 さ
熱 的 性 質	比 熱 熱 膨 張 率 熱伝導率(室温)	熱伝導率(極低温)
電磁氣的性質	電氣抵抗(良導體) (室温) 常 磁 性	電氣抵抗(良導體) (極低温) 電氣抵抗(半導體) 強 磁 性

壊強さなどの値は統計的なばらつきを示す[†]。

この『固体力学』第Ⅱ編においては、固体材料の力学的諸性質とくに金属材料の強さについて述べるが、もっと一般の材料の性質については本講座12講『材料科学の基礎』、13講『材料の構造と性質』を参照されたい。

まずこの章では、第2章以下のための予備知識について簡単に述べておく。

1.1 固体における原子の結合

固体材料は、無数の原子が原子間結合力によって互いに引き合い、結合したものである。原子の結合は電子の挙動と極めて深い関係にあり、もし原子の接近によって電子のエネルギーが著しく下がれば**1次結合**(primary bonding)すなわち強い結合、少し下がれば**2次結合**(secondary bonding)すなわち弱い結合となる。

1次結合は電子の挙動によってさらに、**イオン結合**(ionic bonding)——NaCl, LiF など——、**共有結合**(covalent bonding)——ダイヤモンド, I_2 など——、**金属結合**(metallic bonding)——多くの金属——に分けられる。しかしそれらの境界は明確でなく、中間的な結合をする物質も多い。たとえば遷移金属——Fe, Co, Ni など——の結合は、少し共有結合的性格をもった金属結合であると考えられている。

2次結合にも、**永久双極子結合**(permanent dipole bonding)—— H_2O (水)など——、**ファン・デル・ワールス結合**(van der Waals bonding)——各種高分子の分子間の結合など——の区別がある。

また結合を、**方向性をもつ**(directional)ものと**方向性をもたない**(non-directional)ものとに区別すると、原子の配列を考えるのに都合がよい。共有結合および永久双極子結合は方向性をもつ結合であり、金属結合、イオン結合、およびファン・デル・ワールス結合は方向性をもたない結合である。

なおこれらについても詳しくは上記の『材料科学の基礎』を参照されたい。

[†] 構造敏感性については**鎖橋型**(weakest link model)によって説明することができる。種々の強さ、太さの環からなる鎖を考えると、その強さは最も弱い環(weakest link)一つだけによって規定されてしまうが、弾性係数や比重は全部の環の平均で規定される。したがって前者は構造敏感であり、後者は構造鈍感である。そのような鎖の強さが統計的なばらつきを示すことも容易に理解できる。

1.2 金属結晶を取り扱うための予備知識

a) 金属結晶

金属原子の結合の仕方は**金属結合**(metallic bonding)とよばれる。金属結合の重要な特徴の一つは結合力が方向性をもたないことである。したがって金属の場合、原子は互いに引き合う摩擦のない球にたとえることができる。このような場合、原子はできるだけ密につまった構造をとろうとして、**六方最密格子**(hexagonal close-packed lattice, 略して hcp)、**面心立方格子**(face-centered cubic lattice, fcc)、**体心立方格子**(body-centered cubic lattice, bcc)などの構造をとる。それらの格子を図 1.1 にしめす。図ではわかりやすく原子の中心位置だけを小さな球で示したが、実際の結晶ではもちろん原子は互いに接しており、その直径は多くの金属において約 $2.5 \text{ \AA}$ である。

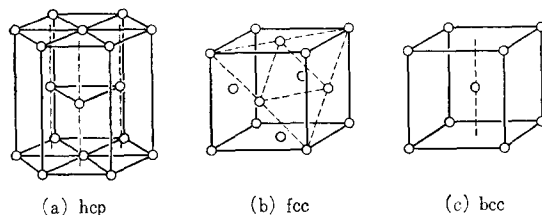


図 1.1 金属における代表的結晶格子

六方最密格子(hcp)の底面の平面上にある原子を書きならべると図 1.2 のようになることは、図の左半分の六角配列の部分を見れば容易にわかる。そしてこの配列は球を平面上に最も密に並べて得られる配列である。一方、面心立方格子(fcc)の原子配列も、図 1.1(b)の破線のような斜めの面で考えると全く同じ配列をしていることが図の右半分の三角配列の部分を見れば容易にわかる。このことから六方最密格子(hcp)と面心立方格子(fcc)とは非常に似た構造で

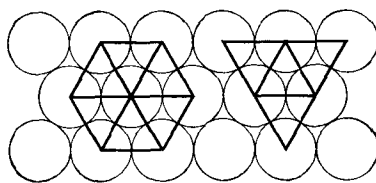


図 1.2 球の最密配列

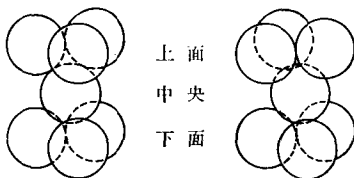
あることがわかる。

いずれの場合もこのような最密配列の原子面が無数に積みかさなっているのであるが、ただその積みかさね方は異なっている。すなわち3枚の重なった原子面を考えてその一部分を示すと、hcp の場合には図 1.3(a)、fcc の場合には同図(b)のようになり、hcp では上面の原子の真下に下面の原子があるのに、fcc ではそれらが互いちがいの位置にある。あるいはこれをつぎのように考えてもよい。すなわち図 1.4 の多数の球 B を互いに接する3枚の原子面の中央の面の原子とすると、手前の原子面の原子が A の位置にあるならば向う側の原子面の原子も A の位置にあるのが(両方とも C の位置にあるとしてもよい) hcp であり、手前の原子面の原子が A の位置にあるならば向う側の原子面の原子は C の位置にあるのが fcc である。これを前後に連続させて考えると、それぞれの場合の積み重ね順序はつぎのようになる。

六方最密格子, hcpABABABA.....

面心立方格子, fccABCABCA.....

hcp と fcc ではともに1個の原子は等距離にある12個の最近接原子をもち、最も密な積み重ね方である点で同じであるが、ただ第2近接原子またはそれ以上に離れた原子については差異が生ずる。



(a) hcp 結晶

(b) fcc 結晶

図 1.3 原子面の積み重ね

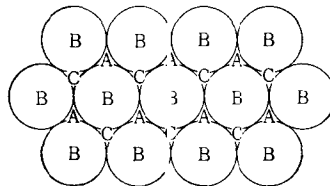


図 1.4 原子面の積み重ね

金属全体の約 2/3 は室温で hcp または fcc の最密構造をもっているが、残りの 1/3 の大部分は体心立方(bcc)構造をとる傾向がありこの中には Na, K などのアルカリ金属と、工業上特に重要な Fe, Cr, Mo, W などの遷移金属が含まれる。bcc 構造はかなり密な構造であるが、最密構造ではない。これらの金属が最密でない bcc 構造をとる原因は、熱の効果、あるいは遷移金属の場合には、原子間結合力が多少共有結合性をもちたがって多少方向性をもつこと、など

にあると考えられている。

結晶において、一つの原子に隣接する原子の数を**配位数**(coordination number)という。fcc, hcp, bcc 各結晶における配位数は、それぞれ 12, 12, 8 である。

主な金属の結晶構造を表 1.2 に示す。表中、Fe, Co, Ti などは同一金属でありながら温度によって異なる結晶構造をもつ。すなわち変態をおこす。

表 1.2 主な金属の結晶構造

結晶構造	金 属 元 素
fcc	Al, Mn(1095~1134°C), γ -Fe(900~1400°C), β -Co(400°C~), Ni, Cu, Rh, Pd, Ag, Ir, Pt, Au, Pb
hcp	Be, Mg, α -Ti(~880°C), α -Co(~400°C), Zn, Y, Ru, Cd, Hf, Hg
bcc	Li, Na, K, β -Ti(800°C~), V, Cr, Mn(1134°C~), α -Fe(~900°C), δ -Fe(1400°C~), Nb, Mo, Ta, W

b) ミラー指数

結晶格子に関連して平面や直線の方角を表わすのに**ミラー指数**(Miller indices)が用いられる。

立方格子の面を表わすには、まず図 1.5 のように単位胞の 3 本の稜を座標軸にとる。つぎに考えている平面が座標軸を切る点の座標を単位胞の稜の長さを単位として読み取り、それらの値の逆数を 3 個ならべて書く。つぎにそれら逆数に共通のある数を掛け、比は変わらないようにしながら最も単純な数字になおす。そして (hkl) のように () の中に示す。したがって、平行な平面はすべて同じミラー指数をもつことになる。指数が負になる場合は指数の上に負の記号をつけて $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ のように表わす。図 1.6 はいくつかのミラー指数の例である。この書き方によれば面心立方格子の最密面は (111) となる。また結晶学的に等

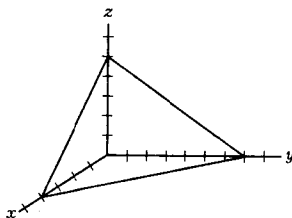


図 1.5 立方格子の座標軸

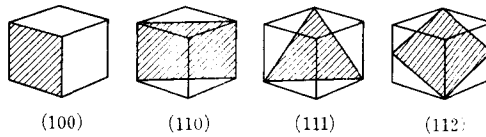


図1.6 立方格子内の平面とミラー指数

価な平面全部をまとめて示すには $\{ \}$ を用いる。たとえば立方格子の6枚の表面は (100) , (010) , (001) , $(\bar{1}00)$, $(0\bar{1}0)$, $(00\bar{1})$ となるが、これら全部をたとえば $\{100\}$ で表わす。このような略記法は、等価な平面が類似の形の指数をもつため便利に用いられる。

立方格子内の方向はつぎのように表わす。まず考えている方向と平行なある長さの矢を座標の原点から引く。矢の先端の座標を単位胞の辺の長さを単位として読みとり、その比を最も簡単な数字になおして $[\quad]$ の中に示す。たとえば x 軸は $[100]$ と表わされる。また等価な方向をまとめて示すには $\langle \quad \rangle$ を用いる。

六方格子の場合には、図1.7のような座標軸のうち、たとえば a_1, a_2, c の3本をとって3個の数からなるミラー指数をつくることもできるが、そうすると等価な面が類似の形の指数をもたなくなるなどの欠点である。そのため、余分の座標軸も加えて a_1, a_2, a_3, c の4本の座標軸を考え、4個の数からなる指数をつくることが多い。平面に対する指数の作り方は立方格子の場合と同様であるが、この場合にはミラー-ブラヴェ指数(Miller-Bravais indices)という。ミラー-ブラヴェ指数のうち a_1, a_2, a_3 は互いに独立でなく、それらの1個は他の2

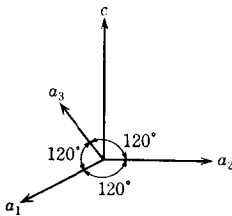


図1.7 六方格子の座標軸

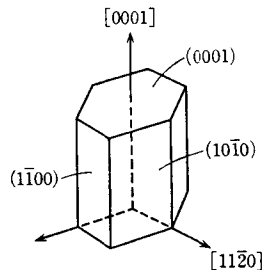


図1.8 六方格子の平面とミラー指数

個で表わされる。そして指数相互の間には $(h \ k \ \overline{h+k} \ l)$ の関係がある。二三の例を図 1.8 に示す。

六方格子における方向も同様な考え方で表わすが、指数の間に $[h \ k \ \overline{h+k} \ l]$ の関係が成立するように数字を選ばなければならない。二三の例を図 1.8 にしめす。

c) 金属結晶の塑性変形——すべりと双晶化

金属のような結晶性物質の塑性変形は、主として結晶面のすべりによっておこる。しかしすべりがおこりにくい場合には双晶化もかなりの役割をはたす。以下に結晶のすべりと双晶化について述べよう。

(i) **金属結晶のすべり** 塑性変形をした金属結晶の表面を観察すると、多くの平行な直線あるいは波打った曲線がみられる。これを電子顕微鏡によって詳しく調べると、それは図 1.9 に示すような、結晶のすべり (slip, glide) による段であることがわかる。すべりによって表面にあらわれた線をすべり線 (slip line) という。段には図 1.9(a) のような単純なもの (Fe, Pb, Zn, Cd などの場合) と同図 (b) のような更に複雑な構造をもつものがある。図 (b) の場合、小さな段による線をすべり線、それらが集まった大きな段による線をすべり帯 (slip band) とよんで区別することがある。

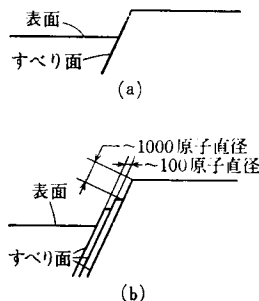


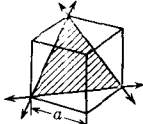
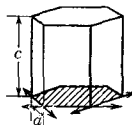
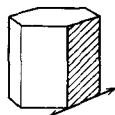
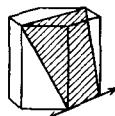
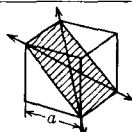
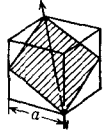
図 1.9 すべり線の構造

すべりは特定の結晶面で特定の結晶方向におこる。すべりがおこる面をすべり面 (slip plane), すべりがおこる方向をすべり方向 (slip direction) という。fcc 結晶と hcp 結晶では、多くの場合すべりが単一のすべり面でおこるのですべり線は直線となるが、bcc 結晶では、すべりがいくつかのすべり面に移動してゆくのですべり線は波打って現われる。すべり面とすべり方向の組合せをす

べり系(slip system)という。すべり系の数が多いほど、すべり変形の自由度が大きい。室温におけるすべり面、すべり方向の例を表1.3に示す。

すべり方向は常に原子が最も密に並んだ方向すなわち**最密方向**(most densely packed direction)と一致する。それは後に転位のところで示すように、そ

表 1.3 室温におけるすべり面とすべり方向の例

結晶構造	金 属	すべり面	すべり方向	すべり系の数	
fcc	Al, Cu, Ag, Au, Ni, γ -Fe, Pb, ……	$\{111\}$	$\langle 1\bar{1}0 \rangle$	$4 \times 3 = 12$	
	Mg, Cd, Zn, Ti, Be	$\{0001\}$	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$	$1 \times 3 = 3$	
hcp	Ti	$\{10\bar{1}0\}$	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$	$3 \times 1 = 3$	
	Ti, Mg	$\{10\bar{1}1\}$	$\langle 11\bar{2}0 \rangle$	$6 \times 1 = 6$	
bcc	α -Fe, W, Mo	$\{110\}$	$\langle \bar{1}11 \rangle$	$6 \times 2 = 12$	
	α -Fe, W, Mo, Na	$\{211\}$	$\langle \bar{1}11 \rangle$	$12 \times 1 = 12$	
	α -Fe, K	$\{321\}$	$\langle \bar{1}11 \rangle$	$24 \times 1 = 24$	