

分形艺术程序设计

潘金贵 艾早阳 等编著



南京大学出版社

分形艺术程序设计

潘金贵 艾早阳 等编著

南京大学出版社

1998·南京

内 容 简 介

计算机艺术是计算机科学的一个新的研究和应用领域。分形技术作为一种描述自然界几何及物理现象的工具在计算机艺术领域有着广泛的应用。

分形也是现代数学的一个分支,但本书把分形看作是艺术而非数学,只要具有初等数学水平的读者就能阅读本书,再结合一定的程序设计技巧,每一位读者都能成为计算机艺术家,书中给出的所有程序例子都经过严格测试,并可编译执行,展现多姿多彩的分形艺术图形,使读者领略分形的奥妙。

分形艺术程序设计

潘金贵 艾早阳 等编著

*

南京大学出版社出版

(南京大学校内 邮政编号: 210093)

江苏省新华书店发行 南京人民印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 5.5 字数 136 千

1998年3月第1版 1998年3月第1次印刷

印数 1—2000

ISBN 7-305-03048-1/TP·170

定价:10.00 元

前 言

分形理论是由 Mandelbrot 于 70 年代提出的。它主要研究自然界中具有自相似性且没有特征长度的形状和现象。古代的几何学在希腊曾大放异彩,但它研究的图形只是用圆规和直尺画的简单图形。牛顿以后,由于微积分学和几何学的结合,才能表现更为复杂的形状,但这些形状的重要特征是具有特征长度,是平滑的,可微分的。分形研究的图形是更为复杂的图形,是不平滑的,不可微分的。如山脉、河流、云层、树木、雪花等等都具有分形构造。建立适当的模型来表现上述现象,正是一种艺术创作的过程,因为艺术就是用形象来反映现实的一种意识形态,艺术家的创作过程就是通过他的感官来感知现实,再通过主观意识对现实进行再加工,最后运用某种艺术手段加以表现,即感知→加工→表现。目前计算机缺乏主动感知现实的能力,这就需要我们z去发现形式简单而内涵丰富的自然规律,并建立适当的模型,交给计算机进行加工,即完成对模型的处理,这一处理过程数据量极大,没有计算机是无法完成的,最后的表现工作也只有借助于计算机图形学,才能清晰、直观、艺术性地展现在人们面前。

可以说,分形理论的提出和分形技术的发展使得计算机成为一架透视自然界中潜在美的“抽象摄影机”,而这种蕴涵于朴素的自然规律中的美是艺术家或科学家都无法直接观察到的。

计算机艺术的出现向人们展示了全新的艺术思想和全新的艺术作品。计算机艺术的诞生至今不过 30 年时间,1965 年 1 月,由三位数学家筹办了首次电子数字计算机绘图展览。此后,计算机艺术逐步成为国际上研究的热门课题。

人们在不断地发明新的用于改造自然工具的同时,也在发明新的艺术创作工具,用来创作更好的艺术作品。计算机的发明及其软硬件技术的发展,为艺术家提供了一个崭新的创作工具,正如照相机的发明开创了摄影艺术一样,计算机将成为新一代的创作工具,并产生新的艺术形式——计算机艺术。按常规,艺术家们所使用的工具往往决定了他们所创作的作品类型,如画家使用画笔和颜料,而音乐家则使用乐器等等。然而,计算机艺术家们发现计算机却是多才多艺的:可以用显示器或喷枪进行绘画,用数控铣床进行雕刻,用多媒体系统制作音乐、动画等节目。可以说计算机艺术已经渗透到艺术的各个领域之中,它不再是艺术家手中纯粹被动的工具,而是成为艺术家的得力助手。

在计算机艺术中,与其说一种艺术风格是某个艺术家的首创,还不如说是一个特定程序所创造的,这是因为程序的单一性使艺术作品拥有自己的艺术风格。因此不论艺术家以什么方式来处理艺术创作,程序仍然是确定艺术风格的重要因素,一个艺术家有权选择所用程序的设计方案,并对特定程序所存在的各种可能性进行仔细研究,这就使艺术家能确定他们自己的艺术风格。

分形技术作为一种描述自然界几何及物理现象的工具应用在计算机艺术领域是非常恰当的,也正是计算机技术的发展给了分形一个展示自身魅力的环境,可以说这二者是不可分离的。比如复数域上的递归函数 $Z_{n+1}=Z_n^2+C$ 从数学角度来说,这是一个非常简单的函数,但是它所具有的混沌态,通过计算机表现出来,能产生非常复杂的图形。

分形是现代数学的一个分支,所以深入进去是很深奥的,本书不是分形的专业书,本书的目的是使具有初等数学水平的读者能够初步领略到分形的奥秘,在这里,我们把分形看作是艺术而非数学,再结合一定的程序设计技巧,让每一位读者都能成为计算机艺术家。

在程序设计语言的选择上,本书采用了比较流行的 C 语言,并且选择了一个很常见的版本,即 DOS 版的 Turbo C 2.0,以利于读者理解和使用,本书的所有程序均在 AST PP4/33 上调试通过并运行。

本书主要由潘金贵、艾早阳同志执笔完成,陈世福教授为主审。艾早阳不辞劳苦对全部程序进行了严格认真的调试和测试。戴耀峰和任新宇两位同志也对本书做出了积极的贡献,谨此一并表示谢意。

限于时间仓促和水平所限,书中若有不妥和错误之处,欢迎读者批评指正。

编著者

目 录

第一章 分形概述	1
1.1 集合的势和维数——分形的起源	1
1.2 发生器	5
1.3 自相似性	8
1.4 分形维数.....	10
1.5 复杂性和维数.....	13
1.6 自然界的分形.....	15
第二章 分形图形	17
2.1 图形的准备.....	17
2.2 递归.....	17
2.3 由发生器产生的分形图形(Ⅰ).....	21
2.4 由发生器产生的分形图形(Ⅱ).....	30
2.5 由发生器产生的分形图形(Ⅲ).....	42
2.6 由不动点线性映射产生的分形图形(Ⅰ).....	47
2.7 由不动点线性映射产生的分形图形(Ⅱ).....	53
2.8 由不动点线性映射产生的分形图形(Ⅲ).....	57
2.9 基本图案的反复映像生成的分形图形(Ⅰ).....	60
2.10 基本图案的反复映像生成的分形图形(Ⅱ)	64
第三章 递归图形	71
3.1 树木曲线.....	71

3.2	由线段构成的递归图形	76
3.3	圆为构成元素的递归图形	80
3.4	曼陀罗式的递归图形	85
3.5	正多边形为构成元素的递归图形	89
3.6	星形为构成元素的递归图形(I)	94
3.7	星形为构成元素的递归图形(II)	98
第四章	复平面上的分形	104
4.1	复平面上的点列	104
4.2	预料不到的变动	111
4.3	朱利亚集合(I)—— Z_c 为实数	117
4.4	朱利亚集合(II)—— Z_c 为复数	123
4.5	曼代尔波集合	129
4.6	朱利亚集合的奥秘	135
4.7	3 次函数的分形集合	140
4.8	发散区域的分类	144
第五章	细胞自动装置	153
5.1	帕斯卡尔三角形	153
5.2	细胞自动装置产生的分形图形(I)	154
5.3	细胞自动装置产生的分形图形(II)	158
附录	专用图形库	162
参考文献		165

第一章 分形概述

“分形”来自于拉丁语的形容词“fractus”。事实上这种曲线就是由无数段分形组成，与通常的曲线不同，它所到之处都是弯曲且不可再分。当然，不是胡乱地弯曲而是按某种简单的规则进行弯曲。

1.1 集合的势和维数——分形的起源

任何科学都是经过了长时期的准备才诞生的，分形也不例外，准备时间甚至长过一个世纪，那么分形究竟是怎样诞生的呢？让我们来简单地回顾一下。

“势”是康托尔提出的词语，它表示某集合内所含有的元素之个数。如果两个集合的元素可以一一对应的的话，那么就称这两个集合是相同势的。如果集合是由有限个元素组成的话，那么不会有什么特别的问题，但是将势这个概念扩展到有无限个元素的集合时，就会产生问题，如果是无限集合（有无限个元素之集合），就可以说是相同势的吗？答案是否定的。

自然数（正整数）的集合就是最容易想到的无限集合，该集合的特征是其元素可以顺序排列。由此称自然数集合的势为“可数势”或“可标号的势”。整数集合，有理数集合，平面上格子点的集合等都是“可数势”。这些集合的元素都可以适当地顺序排列。

实数集合又是怎样的呢？众所周知，实数集合和自然数集合之势不同，这个证明因可在任何一本数学基础理论书中找到，故本书省略之。二个集合的元素间不能建立一一对应关系，因为无论建立

怎样的对应关系,实数集合中总存在对应不上的元素,为与自然数相区别,实数集合的势被称为“连续的势”。

自然数的集合——可数势

$\{1, 2, 3, \dots\}$ 可以顺序排列

实数集合——连续的势

不能顺序排列

实数集合可以说是数轴上点的集合,若是线,即使是有限长度,也可以和无限长度的数轴一一对应起来,因为任何长度的线均是“连续的势”。图 1.1 表示了除去一点的圆周和数轴的一对一的关系。

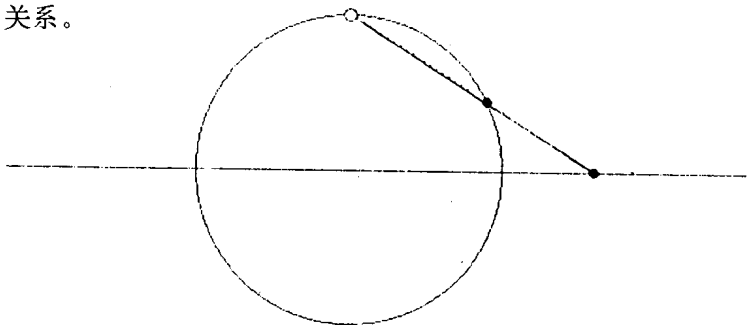


图 1.1 除去一点的圆周和数轴的一对一关系

平面上点的集合之势是怎样的呢?实际上这和数轴上的点集合一样是“连续的势”,大约一世纪前 Peano 得出一种变化着的曲线是根据图 1.2 的(a)(b)(c)……的一连串操作而得到的,无限次重复这种操作而得到的极限曲线就是 Peano 曲线(参见图 1.3),到处弯曲的这种曲线并不拘泥于线段如何连接,实际上它充满整个平面。

这一发现使某些古典概念的存在基础开始动摇,这个概念就是“维数”。一般来说,维数是指“要指定其中一点时所必需的坐标之个数”。直线是一维的,平面是二维的,这些大家都很清楚,因为指定直线上的一点时只要一个坐标,指定平面上的点时需要二个

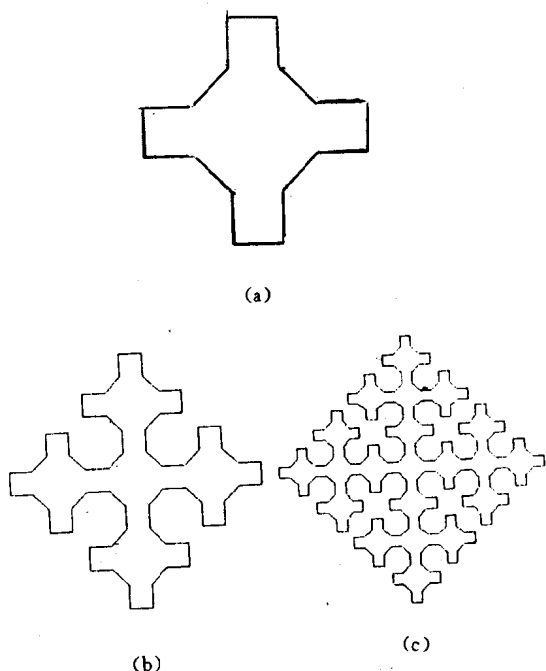


图 1.2 Peano 曲线的画法

坐标,那么 Peano 曲线是一维的? 还是二维的? 实际上虽然它是二维的,但是不管怎样的确存在着同样的势而维数相异的图形。曲线、不规则多边形、填满的多面体等都是“连续的势”,但却是维数不同的图形。

这样说来,维数的意思究竟是什么呢? 让我们来比较一下图 1.4 的二个图形,(a)是线段,(b)是 Peano 曲线,二个图形之间的不同之处是很明显的,可以看出线段是最简单的,而 Peano 曲线则是复杂的图形,这个曲线就好像从线段渗出逐步蚕食着平面,如果把线段的维数看作是 1, Peano 曲线是 2 的话,那么维数可以看作“表示复杂的尺度”或“弯曲情形”。

自然会想到,既然“复杂度”就是连续地得到变化的量,则没有

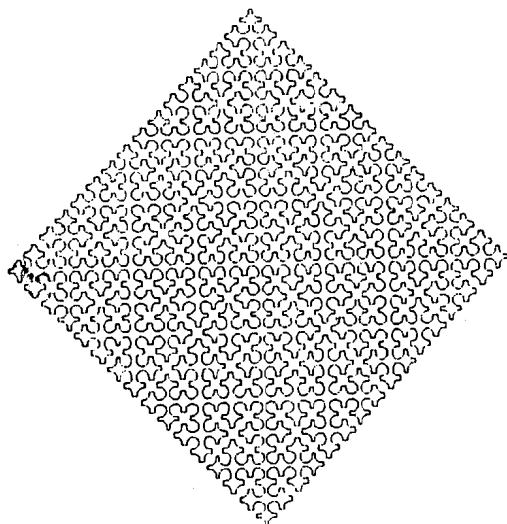


图 1.3 Peano 曲线

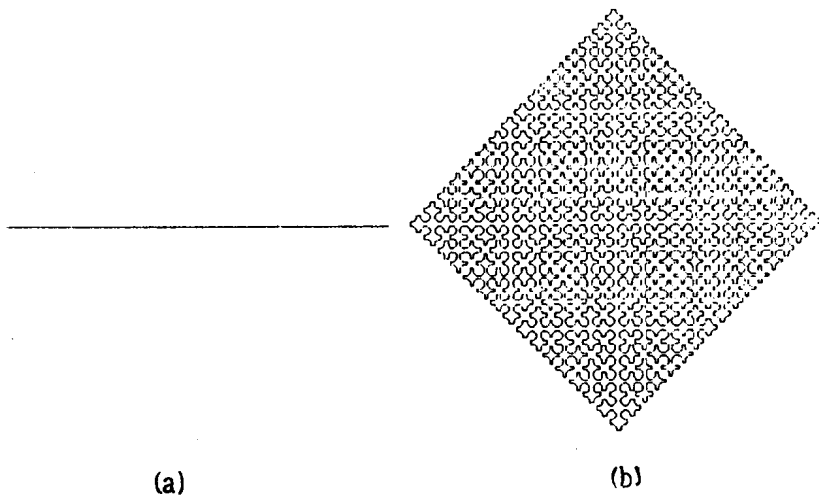


图 1.4 单纯的一维线段(a)和复杂的二维 Peano 曲线(b)

必要只取喜欢的 1, 2, 3, ... 等整数值, “复杂度为 1.5”这样的图形也是不奇怪的, 这样的话, 也可以有“维数为 1.5”这样的图形。

1.2 发生器

暂且打断一下上节所述话题, 先来看看画科荷曲线, 因为一说起“分形”就会立刻想起它, 这里所说的画法是使用最一般的发生器的方法。发生器就是“生成”像文字样的分形图形。

科荷曲线的发生器就像图 1.5 中(a)所示的 4 个线段组成的那样, 这决定了无限反复的弯曲规则。科荷曲线中这个规则是, 以左端为起点, 以一笔画的形式“前进”一定距离后旋转 60 度(逆时针旋转为+), 再前进一定距离, 偏转-120 度, 再前进一定距离, 旋转 60 度, 再前进一定距离, 此发生器作 1 次科荷曲线。

2 次科荷曲线是缩小发生器 $1/3$ 后放入一次科荷曲线的各线段上, 这就是(b)的样子, 它有 $4 \times 4 = 16$ 个线段, 3 次科荷线是再次缩小发生器 $1/3$, 放入 2 次科荷曲线的 16 个线段上。如(c)所示, 它有 $4^3 = 64$ 个线段。

无限次重复这样的操作, 得到 4 次的科荷曲线(d),5 次科荷曲线, 这就是作为分形图形的科荷曲线, 很容易想象到, 按照发生器的规则, 这个曲线到处都是弯曲的。

嵌入发生器的方法有二种, 一种是原封不动地嵌入, 另一种是朝相反方向旋转, 向里嵌入。嵌入的发生器向里转后会变成什么样的曲线呢? 例如, 对 1 次的科荷曲线的第一和第四线段采取嵌入向里转的发生器。

在作 3 次以后的科荷曲线时亦采取相同的方法, 这时所产生的曲线如图 1.6 所示。这和图 1.5 多少有点区别, 这是取一个发生器的情形, 可以想象得到它有许多变形。

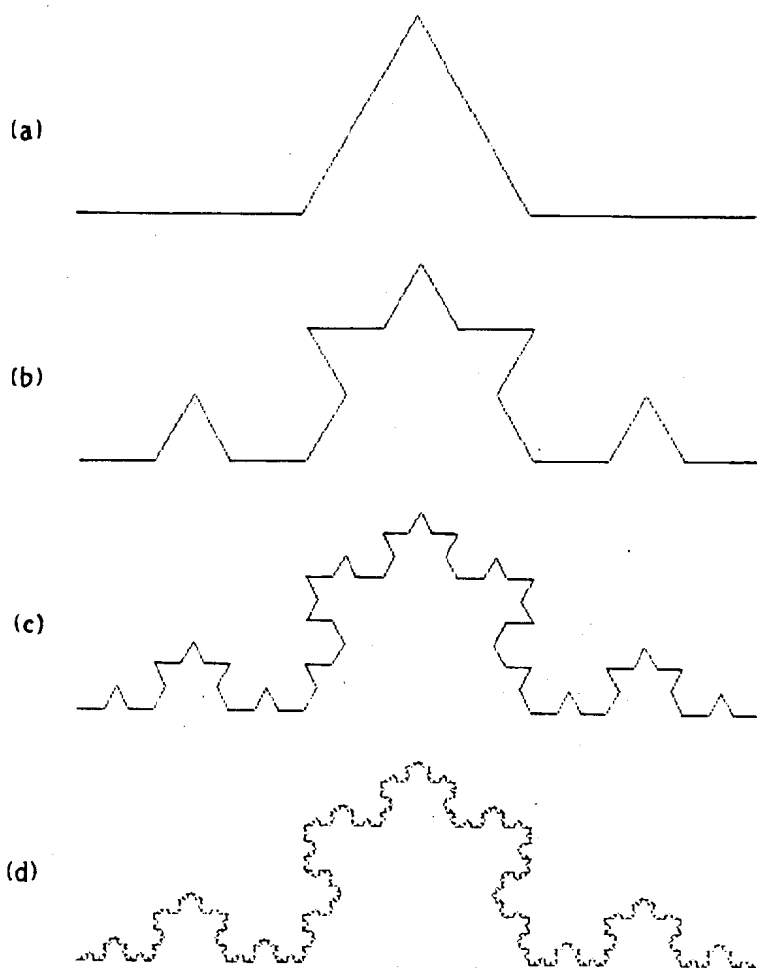


图 1.5 使用发生器画的科荷曲线

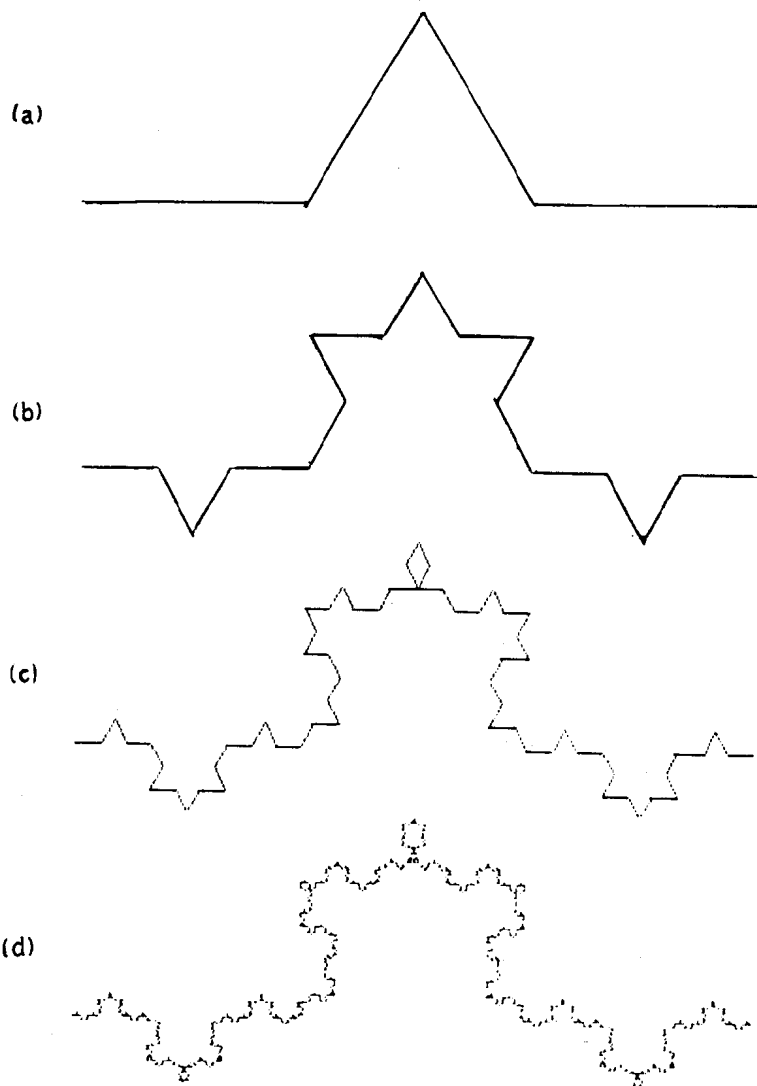


图 1.6 部分嵌入向里转的发生器的科荷曲线

1.3 自相似性

分形的最大特征就是“自相似性”。那么,自相似性是怎样一种性质呢?

请看图 1.7,这是用图 1.5 的方法画出的科荷曲线。

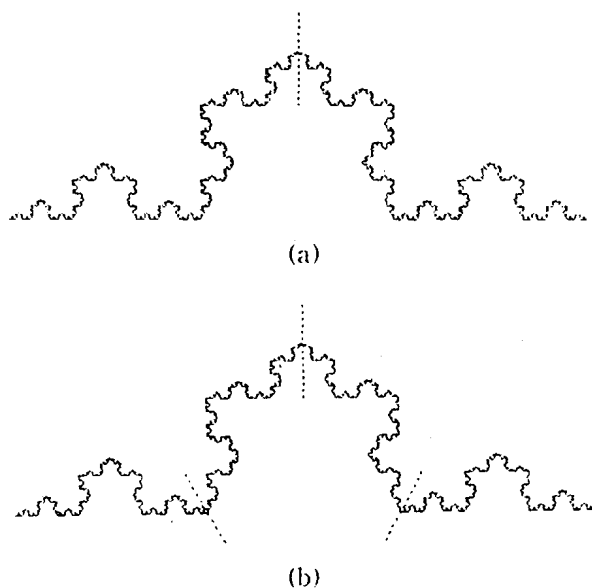


图 1.7 科荷曲线的自相似性

图 1.7 的科荷曲线可分割成几个部分,如(a)那样,即将整个曲线分成二部分,而每部分扩大后与原形相同,因而二部分都和原形相似。也即图形的全体是由与全体相似的二个图形组成,再看(b)的分割方法,这种场合,即图形的全体是由 4 个与全体相似的

图形组成。无论哪种情形,被分割出的部分都和图形全体相似。

科荷曲线具有的这种性质就是典型的自相似性;即无论将图形全体分割成几部分,分割后的各部分均和原形相似,如果满足这个条件,那么这个图形称之为“自相似图形”。

最容易想到的、具有自相似性的例子即图 1.8 的树木线。它的枝长按一定比率缩小,同时无限地分成二股后得到,将其全体分成①、②、③的三部分来看看,①和②扩大后与原形相同,因此可以说它们与原形相似,但③是怎样的呢?后根部到第一分支点的这部分怎么看都与原形不相似。

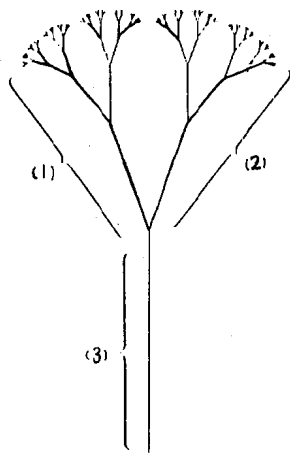


图 1.8 不具有自相似性的树木曲线

严格地说,图 1.8 不具有自相似性,将其全体分成若干部分时,即使绝大部分都和原形相似而只剩一个不与原形相似的话,那也不能说该图形具有自相似性。

如果某图形具有自相似性,那么该图形要么到处弯曲,要么完全不弯曲,必具其一,这是很显然的。完全不弯曲的情形,该图形即为线段。