力学丛书

结构动态设计的矩阵摄动理论

陈塑寰 著

科学出版社

力 学 丛 书

结构动态设计的矩阵摄动理论

陈塑寰 著

科 学 出 版 社
1999

内 容 简 介

本书系统论述结构动力学的矩阵摄动理论. 内容包括：孤立频率的摄动法、模态向量一阶导数的高精度模态展开法、重频结构的矩阵摄动法、重频模态向量摄动的精确算法、密频的矩阵摄动法、密频模态的判别、复模态的矩阵摄动法、线性振动亏损系统的矩阵摄动法、亏损系统广义模态的稳定算法、接近亏损系统的矩阵摄动法、区间特征值问题的摄动法等等. 内容丰富、新颖，反映了目前国内外在这方面的最新成果.

本书可供机械、车辆、土木、航空、航天工程等方面的科技工作者和高等院校的研究生和教师参考.

图书在版编目(CIP)数据

结构动态设计的矩阵摄动理论/陈塑寰著. -北京：科学出版社，1999

(力学丛书)

ISBN 7-03-007023-2

Ⅰ. 结… Ⅱ. 陈… Ⅲ. 矩阵-摄动理论-应用-结构设计 Ⅳ. TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 27553 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

科地亚印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经销

*

1999 年 2 月第 一 版　开本：850×1168 1/32

1999 年 2 月第一次印刷　印张：11 1/4

印数：1—1 200　字数：290 000

定 价：28.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈新欣〉)

《力学丛书》编委会

序

计算力学大量采用矩阵运算，其中矩阵摄动理论既是结构动态设计理论的基础，又是解决结构动态设计中的两个基本问题(灵敏度分析和快速重分析)的有力工具．经多年的研究，其理论与算法正逐步成熟并付之工程应用．陈塑寰教授长期从事计算结构动力学的教学和研究工作，对矩阵摄动理论作过系统的研究，特别是对重频、密频、亏损频率和区间频率摄动理论等问题作出过重要贡献，并开发了相应的结构动态设计修改计算机软件“DDM”．本书系统地讨论了结构动力学的矩阵摄动理论，包括孤立频率、重频、密频、亏损(接近亏损)频率和区间频率的摄动理论，内容丰富、新颖，它反映了国内外在这方面的最新成就．因此，本书的问世对推动我国计算结构动力学和计算机辅助设计的发展将会起到重要作用．

錢令希 1997.9.20

前　　言

在机械、航空、航天、土木、海洋、船舶及车辆等工程部门中，有许多大型复杂结构需要进行分析和设计计算. 大概自本世纪 70 年代以来，这些大型复杂结构的设计已由静态设计逐渐转为动态设计. 人们希望在产品的设计、制造、安装、调试及使用过程中能全面保证产品的动态特性. 但由于结构的复杂性，大型复杂结构的动态设计的计算要消耗大量的计算时间. 在大型复杂结构动态迭代设计过程中，为了获得满意的设计需要多次反复修改设计，这就更需要惊人的计算时间. 因此，结构修改后快速而有效的重分析技术是十分必要的. 不仅如此，在结构迭代设计中还需要有快速的动态灵敏度分析的计算方法.

矩阵摄动理论主要研究结构参数有小变化时结构的固有特性和响应特性的变化. 因此，矩阵摄动理论是解决结构动态设计修改中的两个基本问题(灵敏度分析和快速重分析)的有力手段. 应当指出，结构修改的涵义不仅仅限于结构设计的修改，它涉及更广泛的问题. 例如，对弱耦合系统，可以把它视为去耦后的系统的一种修改；随机参数结构分析问题，可视为确定性结构的随机扰动修改；在故障诊断中，结构的小故障可视为原结构有了修改；在非线性响应分析中，下一步迭代可视为对当前方程的修改；此外，在结构模型修正、系统参数识别、结构振动主动控制、系统的动力稳定性分析中都涉及特征值摄动及灵敏度分析问题. 因此，研究结构修改的矩阵摄动理论有重要的学术价值和明确的工程背景，它是国内外学者十分关注的经久不衰的热点研究问题. 作者及其研究组从 1978 年开始至今，对此领域的问题进行了长期的、系统深入的研究，并于 1991 年得到钱伟长先生领导的“重庆出版社科学学术

出版基金指导委员会”的资助，出版了拙著《结构振动分析的矩阵摄动理论》[2]. 但该书内容仅反映了 1990 年以前在矩阵摄动理论方面的研究成果，即仅包括了孤立频率、重复频率、复模态的摄动理论，以及灵敏度分析、随机特征值分析等问题. 自 1990 年以来，对大型复杂结构的动态设计中的许多困扰人们的困难问题，例如，重频模态摄动的精确计算、密集频率模态修改、亏损特征值修改、接近亏损系统的修改以及区间特征值分析等一系列问题已有了重要进展，使矩阵摄动理论理更加完善. 这些问题的解决，对大型柔性空间结构的设计与振动控制，以及转子动力学的稳定性分析，都有重要的指导意义. 鉴于此，我试图再写一本有关矩阵摄动理论的书，以便能反映近年来国内外在这方面的最新成就，以期能对高等学校的硕士、博士研究生、教师以及从事工程结构设计和研究的科技工作者有所帮助，并对推动我国计算结构动力学和计算机辅助设计的发展起到一定的作用.

本书分成 8 章.

第 1 章，简要介绍结构振动分析的有限元方法，作为理解本书内容的必要的预备知识；

第 2 章，系统讨论孤立特征值的矩阵摄动理论，以及对矩阵摄动法的各种改进，计算模态向量一阶导数的高精度模态展开法、混合基展开法、自由-自由结构模态向量导数的计算等；

第 3 章，系统讨论重频模态的矩阵摄动理论，包括重频模态向量摄动计算的高精度模态展开法、胡海昌方法和其它新方法；

第 4 章，系统讨论密频模态的矩阵摄动理论，密频模态的判别等；

第 5 章，系统讨论非亏损系统复模态的矩阵摄动理论以及密集复模态的摄动理论；

第 6 章，系统讨论线性振动亏损系统的矩阵摄动理论，亏损系统的有良好数值稳定性的判别准则，和求广义模态的广义模态子空间直接法；

第 7 章,系统讨论接近亏损的系统的矩阵摄动法——密集特征值平均移位摄动法;

第 8 章,系统讨论区间特征值的数学描述,和区间特征值问题的摄动理论.

我们的研究工作得到了国家自然科学基金委员会的资助,作者对此表示深切的谢意.我特别要感谢钱令希先生为本书作序,感谢胡海昌教授、钟万勰教授、闻帮椿教授和黄文虎教授等的支持与帮助,我还要感谢刘中生博士、宋大同博士、韩万芝博士、邱志平博士以及徐涛博士等,在他们作为我的博士研究生期间曾作了大量工作和准备了本书的全部数值算例.最后,我要感谢国家自然科学基金委员会优秀研究成果专著出版基金的资助和科学出版社的支持和帮助.

我衷心欢迎读者对本书提出宝贵的意见.

陈塑寰

1997 年 3 月

目　录

第 2 章 孤立特征值的矩阵摄动理论

第 1 章　结构振动分析的有限元方法

1.1 引　　言

在复杂结构的振动分析中，一般需要应用各种离散化方法建立结构的离散化力学模型，即把一个无限多自由度的系统，通过离散化方法简化为一个近似的多自由度系统来进行研究. 有限元方法是工程中最有效最常用的离散化方法. 这一章讨论用有限元方法来解决结构振动分析中的一些基础问题，包括结构振动有限元方程的建立，单元特性矩阵，结构振动特征值问题，特征解（固有频率和模态）的主要性质，求解特征值问题的 Ritz 法，结构的动态响应分析方法，模态叠加法，振动微分方程的数值积分法（Wilson-θ 法和 Newmark 法）. 这些内容作为理解本书内容的必备的基础知识.

1.2 离散系统的 Hamilton 变分原理

考虑一变剖面梁的弯曲振动. 设梁的抗弯刚度为 EI，单位长度的质量为 $m=\rho A$，外激励为 $f(x,t)$，梁的振动微分方程可表为

$$\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]=f(x,t),\qquad 0<x<L \tag{1.1}$$

其边界条件为

$$w=0\qquad 或\qquad \frac{\partial}{\partial x}\left[EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]=0$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}=0\qquad 或\qquad EI\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \tag{1.2}$$

并满足一定的初始条件.

同样问题可以用 Hamilton 变分原理给出

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V)\mathrm{d}t + \int_{t_1}^{t_2} \delta W \mathrm{d}t = 0 \tag{1.3}$$

式中 T,V 分别表示系统的动能和势能,δW 为外力虚功.

我们已经证明,由微分方程(1.1)及边界条件(1.2)所表述的振动问题及变分方程(1.3)所表示的振动问题完全是等价的.

结构振动分析主要任务之一就是要建立结构的振动方程.对于工程中的复杂结构来说,建立结构振动方程的有效方法就是有限元方法.有限元方法可以理解为一种特殊形式的 Ritz 分析方法,而 Ritz 分析方法的基础就是 Hamilton 变分原理.因此,有必要在变分方程(1.3)的基础上来给出离散系统的 Hamilton 变分原理.

设有一多自由度系统,其广义坐标为 $q_1, q_2, \cdots, q_n$,系统的动能可表示为广义速度 $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \cdots, \dot{q}_n$ 的函数

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [m] \{\dot{q}\} \\ &= T(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \cdots, \dot{q}_n) \end{aligned} \tag{1.4}$$

式中$[m]$为系统的质量矩阵.

系统的势能可表示为广义坐标的函数

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} q_i q_j = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \\ &= V(q_1, q_2, \cdots, q_n) \end{aligned} \tag{1.5}$$

式中$[K]$为系统的刚度矩阵.

外力的广义力的虚功可表示为

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n} Q_i \delta q_i \tag{1.6}$$

将(1.4)式,(1.5)式和(1.6)式代入(1.3)式,得

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta\dot{q}_i-\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial V}{\partial q_i}\delta q_i+\sum_{i=1}^{n}Q_i\delta q_i\right)\mathrm{d}t=0 \qquad (1.7)$$

上式中

$$\int_{t_1}^{t_2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta\dot{q}_i\mathrm{d}t=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta q_i\Big|_{t_1}^{t_2}-\int_{t_1}^{t_2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta q_i\,\mathrm{d}t$$

$$=-\int_{t_1}^{t_2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\delta q_i\,\mathrm{d}t \qquad (1.8)$$

将(1.8)式代入(1.7)式，得

$$\int_{t_1}^{t_2}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial V}{\partial q_i}+Q_i\right)\right]\delta q_i\,\mathrm{d}t=0 \qquad (1.9)$$

在此式中，由于广义坐标变分 $\delta q_i(i=1,2,\cdots,n)$的任意性和独立性，故得出

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}+\frac{\partial V}{\partial q_i}=Q_i,\qquad i=1,2,\cdots,n \qquad (1.10)$$

这就是著名的 Lagrange 方程，这也证明了 Lagrange 方程与 Hamilton 原理是等价的.

将(1.4)式和(1.5)式代入方程(1.10)，并用矩阵形式给出所得的方程，则有

$$[M]\{\ddot{q}\}+[K]\{q\}=\{Q\} \qquad (1.11)$$

这就是离散系统的振动方程.

1.3 建立结构振动分析的有限元方法

有限元法的基本思想是，首先将复杂结构看作是离散单元的集合体，然后在小单元内选择适当的位移模式，并计算每个小单元及整个结构的动能及应变能，最后用 Hamilton 原理导出结构的振