《中国工程物理研究院科技丛书》第017号

特种结构分析

刘新民　韦日演　编著

国防工业出版社

《中国工程物理研究院科技丛书》第 017 号

特种结构分析

刘新民　韦日演　编著

国防工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

特种结构分析/刘新民,韦日演编著.—北京:国防工业出版社,1995.12

ISBN 7-118-01500-8

Ⅰ.特… Ⅱ.①刘… ②韦… Ⅲ.结构分析-结构强度 Ⅳ.0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 10733 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 850×1168 1/32 印张 12⅝ 328 千字

1995 年 12 月第 1 版 1995 年 12 月北京第 1 次印刷

印数:1—2 000 册 定价:17.30 元

《中国工程物理研究院科技丛书》出版说明

中国工程物理研究院建院30年来，坚持理论研究、科学实验和工程设计密切结合的科研方向，完成了国家下达的各项国防科研任务。通过完成任务，在许多专业学科领域里，不论在基础理论方面，还是在实验测试技术和工程应用技术方面，都有重要发展和创新，积累了丰富的知识和经验，造就了一大批优秀科技人材。

为了扩大科技交流与合作，促进我院事业的继承与发展，系统地总结我院30年来在各个专业领域里集体积累起来的经验，吸收国内外最新科技成果，形成一套系列科技丛书，无疑是一件十分有意义的事情。

这套丛书将部分地反映中国工程物理研究院科研工作的成果，内容涉及本院过去开设过的20多个主要学科。现在和今后开设的新学科，也将编著出书，续入本丛书中。

这套丛书将在今后几年里陆续编辑出版。我院早些年零散编著出版的专业书籍，经编委会审定后，也纳入本丛书系列。

谨以这套丛书献给30年来为我国国防现代化而献身的人们！

《中国工程物理研究院科技丛书》编审委员会

1989年1月25日

《中国工程物理研究院科技丛书》
已出版书目

001 **高能炸药及相关物性能**
董海山、周芬芬主编 科学出版社 1989年10月

002 **光学高速摄影测试技术**
谭显祥编著 科学出版社 1990年2月

003 **凝聚炸药起爆动力学**
章冠人等编著 国防工业出版社 1991年11月

004 **线性代数方程组的迭代解法**
胡家赣著 科学出版社 1991年12月

005 **再入遥测技术(上册)**
谢铭勋编著 国防工业出版社 1992年5月

006 **再入遥测技术(下册)**
谢铭勋编著 国防工业出版社 1992年6月

007 **映象与混沌**
陈式刚编著 国防工业出版社 1992年6月

008 **高温辐射物理与量子辐射理论**
李世昌编著 国防工业出版社 1992年7月

009 **粘性消去法和差分格式粘性**
郭柏灵著 科学出版社 1993年3月

010 **无损检测技术及其应用**
张俊哲等著 科学出版社 1993年5月

011 **半导体材料辐射效应**
曹建中著 科学出版社 1993年5月

012　炸药热分析

楚士晋编著　科学出版社　1994年7月

013　脉冲辐射场诊断技术

刘庆兆主编　科学出版社　1994年8月

014　放射性核素活度的测量方法和技术

古当长编著　科学出版社　1994年9月

015　二维非定常流与激波

王继海编著　科学出版社　1994年10月

016　抛物型方程差分格式

李德元、陈光南编著　科学出版社　1995年6月

017　特种结构分析

刘新民、韦日演编著　国防工业出版社　1995年12月

序

特种结构的发展已有30余年的历史，需要一本专著对其强度计算中的解析方法进行总结。本书根据特种结构的特点，归结成支架系统、旋转壳体、弹性球体、球形压力容器以及其他一些特殊问题，对其强度计算的原理、方法和重要结果作了系统的阐述。这些结果大部分经受了实验的考核，并广泛地应用于设计之中。

在本书的编写过程中，得到了同事们的大力支持和帮助，陈儒研究员、郁向东和汤绍源高级工程师提供了大量的宝贵资料；邹光灿研究员阅读了本书的初稿，武际可教授和周正朝研究员对本书进行了审校，他们对本书初稿提出了许多宝贵意见，在此，谨向他们表示衷心的谢意。

本书第一章、第二章和第五章的5.1节和5.3节由刘新民执笔；第三章、第四章和第五章的5.2节由韦日演执笔，最后由刘新民统一修改。

由于编者水平有限，不妥之处在所难免，谨请读者批评指正。

内 容 简 介

本书系统地论述了特种结构强度计算的原理、方法和重要结果。全书分五章：第一章应用矩阵位移法分析可归结为两个刚体用杆或梁予以连接的支架系统；第二章建立了旋转壳体在轴对称与一阶对称载荷下的边界弯曲解，得到了带刚性环的旋转壳的计算公式，讨论了壳体连接问题；第三章以位移法为基础建立了球坐标下的基本方程，对球对称，轴对称及一般载荷分别推导出应力和位移的通解及特解。对设计中常用的定解问题给出了计算公式；第四章系统分析了球形压力容器的弹性、弹塑性解和自增强原理，还讨论了塑性大变形及塑性失稳(爆破)问题或球壳最大承载问题；第五章分别阐述了薄壁圆锥壳的稳定性，离散性支承系统的反力计算和 Z 型胶缝的胶接强度问题。

本书为特种结构的强度分析专著，可供有关方面的研究工作者和设计工程技术人员参考，也可用作大学工程力学专业高年级学生与研究生的参考书。

目 录

绪　论

本书详细地介绍了特种结构的强度计算。所谓特种结构是指用于一种特殊目的的结构。这种结构是一个复杂的结构系统，包括由杆梁组成的支架系统、板壳结构件、回转体和压力容器等。这种结构既受有沿其轴线方向的惯性载荷(称为轴向载荷)，又受有垂直于其轴线方向的惯性载荷(称为横向载荷)。不论从结构或载荷来看，特种结构都明显地区别于其他产品，例如飞机、船舶、建筑、化工容器等。其强度计算方法具有很多的特殊性。

有限元方法的发展，为特种结构强度计算提供了有效的分析手段，但是在许多情况下，解析法因其计算量小以及易于看出不同结构参数对强度的影响规律等优点，而不可为有限元法所替代。解析法至今仍是产品强度设计的有力工具。本书是我院特种结构发展 30 多年结构强度计算中解析法的总结，共涉及内部报告 100 余篇。

本书根据特种结构强度计算的特点归纳成五章，各章自成系统。

第一章应用矩阵位移法，分析可以归结为两个刚体用杆梁予以连接的支架系统，给出了特种结构中常用的平面支架系统、仿射系统和星形支架系统的位移和应力计算公式。

第二章建立了旋转薄壳在轴对称载荷与一阶对称载荷下具有精度为 $\sqrt{\delta/R}$ 量级的边界弯曲解，应用该边界弯曲解得到了带刚性法兰的锥壳及球壳在各种常见载荷下的应力计算公式，讨论了壳体连接问题，给出了轴对称载荷与一阶对称载荷下的壳体连接计算公式，并具体介绍壳体与弹性圆环，锥壳与球壳的连接计算。

最后还给出了多层对称复合材料壳体与多层金属壳体的近似弯曲解。

第三章以弹性力学位移法为基础，讨论了位移解球坐标下的基本方程。对球对称、轴对称及一般非轴对称三种载荷分别给出了球体问题的应力与位移的通解和特解。还给出了特种结构的常用载荷下的应力与位移具体计算公式，这些载荷包括惯性载荷，轴向、横向或任意方向水型载荷，半水型载荷。研究了刚性包壳，刚性内核，弹性包体，多层厚球壳的热弹性应力与装配应力，复杂应力状态下球穴附近的应力集中等问题。

第四章系统讨论厚壁及薄壁球壳容器的弹性及弹塑性应力与位移计算问题，自增强原理与塑性大变形及塑性失稳（爆破）计算问题，即球壳容器最大承压能力问题。对压力容器强度设计，简要阐述了三种强度设计准则：弹性失效准则、塑性失效准则和爆破失效准则。

第五章讨论了特种结构强度分析的几个特殊问题，包括薄壁支承圆锥壳的稳定性，支反力分析和胶接强度分析问题。

书中矢量或矩阵以粗体黑字表示，其元素以白体表示。

第一章　特种杆系结构分析

本章所介绍的特种杆系结构是指可以归结为两个刚体用支架予以连接的杆梁结构系统。两个刚体中的一个固定于空间中，另一个刚体（称为运动刚体）则在外力作用下作相对的位移运动。我们采用矩阵位移法来分析这种系统，将运动刚体的位移（简称刚体位移）取为基本未知量；各杆或梁（以下统称为杆）的端力以位移表达；然后对运动刚体建立平衡方程，求出刚体位移，进而得到各杆的端力。

在分析中，假定系统是线性的。

1.1　刚度阵的基本概念

图 1.1 表示一个弹性体，假定约束使之没有任意刚体位移。此弹性体上作用有若干静力载荷，这些载荷可以是力或力矩。在这些载荷的作用下，弹性体将产生变形位移。在有些自由度方向上，虽然没有载荷作用，但我们对其位移仍感兴趣。这样，我们把载荷方

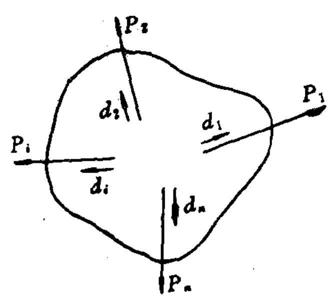

图 1.1　弹性体力图

向上位移连同感兴趣的位移组合一列矢量$\{\boldsymbol{d}_1,\boldsymbol{d}_2,\cdots,\boldsymbol{d}_n\}$。对应的载荷(其中有若干个载荷为零)亦组成一列矢量$\{\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_n\}$。这两个矢量分别称为位移矢量和载荷矢量。

对于给定的弹性体，在给定载荷下，理论上总是存在着下列关系：

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} \tag{1.1.1}$$

方程(1.1.1)亦可用矩阵形式表达：

$$[\boldsymbol{d}_n]=[\boldsymbol{F}_n][\boldsymbol{P}_n] \tag{1.1.2}$$

其中脚标n表示矢量或方阵的维数。在不引起混淆的情况下，脚标n可省略。方阵$[\boldsymbol{F}_n]$称为柔度阵。本书中为书写简便，方括号常省去。由式(1.1.1)，我们可以看出元素f_{ij}的物理意义：弹性体在载荷$P_j=1$且$P_i=0(i\neq j,i=1,2,\cdots,n)$作用下，位移$d_i$的数值就是$f_{ij}$。根据贝蒂互等定理，可知$f_{ij}=f_{ji}$，即柔度阵是对称阵。

对于给定的弹性体，由于载荷的不同，或所关心的位移不同，位移矢量中的自由度数可能不同。下面我们来研究这样一个问题，如果在弹性体原选取的n个自由度上再扩充一个自由度，即在位移矢量和载荷矢量中各增加一个元素d_{n+1}和P_{n+1}，此时方程式(1.1.1)中的柔度阵将有怎样的变化。

设弹性体在$P_{n+1}=1$的载荷作用下，$d_1,d_2,\cdots,d_n,d_{n+1}$的方向上产生位移$f_{1,n+1},f_{2,n+1},\cdots,f_{n,n+1},f_{n+1,n+1}$。根据线性系统的叠加原理可以知道，方程式(1.1.1)将变为

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1,n} & f_{1,n+1} \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & f_{2,n} & f_{2,n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{n,n} & f_{n,n+1} \\ f_{n+1,1} & f_{n+2,2} & \cdots & f_{n+1,n} & f_{n+1,n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ P_{n+1} \end{bmatrix} \tag{1.1.3}$$

或

$$\boldsymbol{d}_{n+1}=\boldsymbol{F}_{n+1}\boldsymbol{P}_{n+1}$$

由方程式(1.1.1)和式(1.1.3)可以看出，弹性体在扩充一个自由度后，柔度阵将由 $n\times n$ 阶变为 $(n+1)\times(n+1)$ 阶，其中前 n 行，n 列元素与原柔度阵相同，只需增加一行一列元素即可。类似地，如果缩减一个自由度，只要在原柔度阵中划去相应的行和列的元素，就可得到自由度缩减后的柔度阵。

因为弹性体的约束不允许有任意的刚体位移，在给定载荷下，产生的位移是确定的。对于稳定结构而言，弹性体的应变能总是正的，由此可知，柔度阵一定是正定的。对称正定阵一定存在逆阵，且逆阵亦为对称正定阵。令柔度阵 $\boldsymbol{F}_n$ 的逆阵为 $\boldsymbol{K}_n$，即

$$\boldsymbol{F}_n^{-1}=\boldsymbol{K}_n$$

这样方程式(1.1.2)成为

$$\boldsymbol{P}_n=\boldsymbol{K}_n\boldsymbol{d}_n \tag{1.1.4}$$

或

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \tag{1.1.5}$$

由方程式(1.1.5)可以看出刚度阵第 j 列元素的物理意义：使弹性体产生位移 $d_j=1$，其余 $d_i=0(i\neq j)$ 的变形所必须施加的力 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 的数值。

与柔度阵不同，在扩充或缩减自由度时，新刚度阵不能通过原刚度阵简单地增加或划去相应的行和列得到。从数学上来看，这一点是很明显的，因为刚度阵 $\boldsymbol{K}_n$ 是通过柔度阵 $\boldsymbol{F}_n$ 求逆得到的，而 $\boldsymbol{K}_{n+1}$ 是通过 $\boldsymbol{F}_{n+1}$ 求逆得到的，当然，在一般情况下，$\boldsymbol{K}_n$ 不同于 $\boldsymbol{K}_{n+1}$ 的前 n 行 n 列元素所构成的子阵。这一点在物理上也是显然的，例如 $\boldsymbol{K}_n$ 的第一列元素 $k_{i1}(i=1,2,\cdots,n)$ 表示产生 $d_1=1,d_2=d_3=\cdots=d_n=0$ 的变形所需施加在弹性体上的力，而对 d_{n+1} 未加任何限制。而 $\boldsymbol{K}_{n+1}$ 的第一列元素 $k'_{i1}(i=1,2,\cdots,n+1)$ 表示产生 $d_1=1,d_2=d_3=\cdots=d_n=d_{n+1}=0$ 的变形所需施加在弹性体 $n+1$ 个自由度上的力。这两组力在一般情况下是不相同的，因而刚度元素 k_{i1} 和

k'_{i1}也是不相同的。

1.2 静力凝聚

在上节中，我们已经知道，不能由 K_{n+1}通过简单地划去相应的行和列来得到缩减一个自由度的刚度阵 K_n。现在我们来研究这样一个问题：对于一个自由度为 n 的系统，其刚度关系如式(1.1.5)，现需缩减其前 m 个自由度($m<n$)，如何由原刚度阵求得新的具有 $n-m$ 个自由度的刚度阵。

解决此问题的最常用的方法是高斯消去法。在对方程式(1.1.5)进行第一步的消去后，可得：

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P'_2 \\ P'_3 \\ \vdots \\ P'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ 0 & k'_{22} & \cdots & k'_{2n} \\ 0 & k'_{32} & \cdots & k'_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & k'_{n2} & \cdots & k'_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \tag{1.2.1}$$

其中

$$k'_{ij}=k_{ij}+(-k_{1i})k_{1j}/k_{11} \quad (i,j>1) \tag{1.2.2}$$

$$P'_i=P_i+(-k_{1i})P_1/k_{11} \quad (i>1) \tag{1.2.3}$$

由式(1.2.2)很容易看出，$k'_{ij}=k'_{ji}$。这就是说，式(1.2.1)中的刚度阵，消去第一行和第一列后所得到的 $n-1$ 阶方阵是对称阵。

类似地，在消去 m 步之后，可以得到如下形式的方程：

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P'_2 \\ \vdots \\ P'_m \\ \hdashline P'_{m+1} \\ \vdots \\ P'_n \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:ccc} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1m} & k_{1,m+1} & \cdots & k_{1n} \\ & k'_{22} & \cdots & k'_{2m} & k'_{2,m+1} & \cdots & k'_{2n} \\ & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & & & k'_{mm} & k'_{m,m+1} & \cdots & k'_{mn} \\ \hdashline & & & & k'_{m+1,m+1} & \cdots & k'_{m+1,n} \\ & & 0 & & \vdots & & \vdots \\ & & & & \text{对称} & & k'_{nn} \end{array}\right] \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_m \\ d_{m+1} \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}$$

(1.2.4)