

高等学校教学用書

振动理論引論

上 册

C. II. 斯特列可夫著

高等 教育 出 版 社

高等学校教学用書



振動理論引論

上册

C. II. 斯特列可夫著
何文蛟譯

高等教育出版社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的斯特列可夫（С. Н. Стрелков）著“振动理論引論”（Введение в Теорию Колебаний）1951年版譯出，原書經苏联高等教育部审定作为高等学校的教科書。

中譯本分二冊出版，本書为上冊，內容講解具有一个自由度的系統的振动以及其应用。

本書由何文蛟同志譯出，林金銘同志校訂。

振 动 理 論 引 論

上 冊

C. H. 斯特列可夫著

何文蛟譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇号

(北京市書刊出版業營業執照字第〇五四号)

京華印書局印刷 新華書店總經售

統一書號13010·207 開本850×1168 1/8开 印張7 1/16 字數166,000

—九五六年十二月北京第一版

—九五六年十二月北京第一次印刷

印數00001—10,000 定價(5) ￥0.86

目 录

序

緒論

26/27/10

1

第一編 具一个自由度的系統中的振动

第一章 具一个自由度的線性系統中的固有振动	9
§ 1. 系統的自由度数的定义	9
§ 2. 具一个自由度的守恒系統中的固有振动	11
§ 3. 諧振动与能量振动的基本要点	17
§ 4. 具一个自由度的非守恒系統中的固有振动	20
§ 5. 用“相平面”研究具一个自由度的系統中的振动过程	26
§ 6. 具“負”阻尼的系統的固有振动	35
第二章 非綫性守恒系統的固有振动	43
§ 7. 非綫性守恒系統的振动	43
§ 8. 物理摆的振动	47
§ 9. 振动周期的确定	48
第三章 在綫性系統中的受迫振动(在外力作用下的振动)	52
§ 10. 前言	52
§ 11. 諧(正弦)力对沒有摩擦的綫性系統的作用	54
§ 12. 共振現象	57
§ 13. 共振时的振动形式	60
§ 14. 在正弦力作用下具有阻尼的系統中的受迫振动(复数振幅以及复数参数方法)	61
§ 15. 共振規律的分析	70
1. 电流(或速度)的振幅	71
2. 位移的振幅(或在电容器上电荷的振幅)	75
3. 加速度的振幅(或在电感量上的电压的振幅)	78
4. 受迫振动的相位	80
§ 16. 在系統参数变动的情况下共振曲綫的特性	81
§ 17. 某些特殊的共振情形(“电流”共振与“电压”共振)	86
§ 18. 任何形式的外力对綫性振动系統的作用	92

§ 19. 隔振设备的理論基础(抑振).....	96
第四章 記錄仪器的理論綱要.....	100
§ 20. 关于記錄仪器的基本知識	100
§ 21. 准静态仪器	101
§ 22. 共振仪器	111
§ 23. 按照地震仪原理工作的仪器	111
§ 24. 冲击仪器	114
第五章 共振理論在無線电技术中的一些应用.....	118
§ 25. 选择性	118
§ 26. 無畸变性	121
§ 27. 正弦脉冲的接收	125
§ 28. 調頻	130
§ 29. 关于“频譜分解”的評論	133
第六章 具非線性元件的最簡單系統中的受迫振动	134
§ 30. “非線性”彈簧的振动	134
§ 31. “非線性导体”和交流电的整流	135
§ 32. 具有 RC-濾波器的二極管整流器的計算	139
§ 33. 陰極伏特表	141
§ 34. 檢波	142
§ 35. 實際的檢波綫路	146
§ 36. 外差法	150
§ 37. 超外差	152
第七章 參數振动	154
§ 38. 秋千的摆动	154
§ 39. 參數振动的簡要計算	156
§ 40. 參數共振的区域	159
§ 41. 对簡要計算的評論	160
§ 42. 參數振动数学理論中的一些知識	161
§ 43. 參數共振区域的确定	163
§ 44. 參數振动的例子	168
第八章 自动振动	170
§ 45. 关于自动振动的一般知識	170
§ 46. 电磁振蕩器	171
§ 47. 振蕩器非綫性方程式的解和分析	176
1. 交变振幅方法	176
2. 曼杰尔席塔姆-巴巴列克斯方法.....	180

3. 安德罗諾夫方法(小參數方法)	184
4. 周期性解的穩定性	189
5. 杰阿多爾奇克的能量方法	193
§ 48. 特性曲線的工作點的選擇對振蕩器中自動振動的影響	194
§ 49. 無線電技術中的振蕩器狀態的分析(“準線性方法”)	202
§ 50. 振蕩器的功率	208
§ 51. 振蕩器的線路	211
§ 52. 間歇自動振動	212

緒論

不論哪一種技術領域里，不論哪一個物理部門里，都會碰到某種程度的振動過程。無線電技術、交流電工學以及某些其他的技術部門，全部都是建築在利用振動過程的基礎上的。在物理學的光學、聲學、力學、電學以及原子理論中，我們更處處碰到振動過程。

發生振動的各種過程的物理本質是不相同的；譬如：鐵路橋梁的振動與電迴路中電流的振動[⊖]，就是完全不同的兩種現象。然而，即令是對某些種情形中的振動規律有一點粗淺認識，也會看出：在這些所謂振動過程中，有很多共同之處。對物理與技術中所碰到的振動過程的詳細分析指出：在所有的情形下，振動的基本規律是一樣的。振動規律的這一普遍性，就某種意義來說，促使我們把它劃分出來作為一個獨立的科學部門來研究，並得到了振動理論的名稱，因此振動理論這一課程的任務，乃是用統一的觀點，來研究在各式各樣的物理現象中以及技術設備中所遇到的振動過程。

我們可能碰到的一切振動過程，可按照其外在特徵（按照過程中某一量隨時間變化的規律特性和形式來分類，這種分類可稱為動的分類（按“動”字的廣義來說）。

首先可將所有在物理及技術中實際上遇到的振動過程，分為兩類：周期的和非周期的。在理論上具有重大意義的還有中間的一類——近似周期運動。

所謂周期過程，是這樣的一種過程，在這種過程中，任一瞬間

[⊖] 譯者注：在電學中一般稱為振蕩，本書為一致起見仍稱振動。

的振动量，經過一定的一段时间 T 后又具有同样的值。周期函数的数学定义是：当变数大为任何值时，如果有这样一个常数 T ，能使

$$f(t+T) = f(t).$$

那末函数 $f(t)$ 称为具有周期 T 的周期函数。所有不满足上式所表示的周期条件的其他函数，可称为非周期函数。

近似周期函数具有下列性质：即在任一瞬間 t 时，

$$|f_1(t+\tau) - f_1(t)| \leq \varepsilon.$$

其中 τ 及 ε 为常数。 τ 值一般是 ε 的函数，并称之为近似周期。如果量 ε 和函数 $f_1(t)$ 的模量在時間 τ 內的平均值比起来，显得很小，那末，就可以認為近似周期函数在某一段時間实际上接近于周期函数。例如：函数

$$f_2(t) = \cos t + \cos \sqrt{2}t$$

是一个近似周期函数。但是如果近似地令 $\sqrt{2} = 1.4$ ，那末，在時間 t 的有限的一段上，函数 $f_2(t)$ 可以看作是周期等于 10π 的周期函数。

在周期运动的类型中，諧振动或者正弦振动占着重要的地位，在这种振动中物理量随時間所进行的变化，类似于兩個簡單三角函数中的任一个——正弦函数或余弦函数。

非周期振动比周期振动的式样要多得多，現在我們仅仅指出那些在振动理論中最常遇到的。

“阻尼”的（或者“增長”的）“正弦”和有限运动 按照“阻尼的正弦”規律的振动，有时称为“阻尼諧”振动，如圖 1, a 所示，其数学的表达式如下：

$$Ae^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

其中 A, φ, δ 以及 ω 为常数， t 为時間。“增長諧”振动則如圖 1, b 所示。在数学上，它們之間的区别只在 δ 的符号。严格的講，关于

这样的振动應該这样叙述：阻尼（或者增長）振动，在 δ 的值足够小时，接近于谐振动，因此“阻尼的正弦”或者“阻尼谐振动”的說法不十分合邏輯，谐振动不可能是阻尼的。然而由于通用，我們仍沿用这种称呼。

有限运动的一些典型例子，如圖 2 所示。它們表示量的这样一种变化：变量逐渐地趋于某个极限的恒定值；在数学上，有限运动可能具有这种形式，例如：

$$(Ae^{-\alpha t} + Be^{\alpha t})e^{-\lambda t},$$

其中 A, B, α 及 λ 是实数，并且 $\lambda > \alpha$ 。

單單列舉振动过程的外在的特征，对于它的分析与系統化，还不够。因此，我們將按照那些正在进行振动的系統的基本物理特征，来对振动进行分类。正在进行振动的系統称为振动系統。

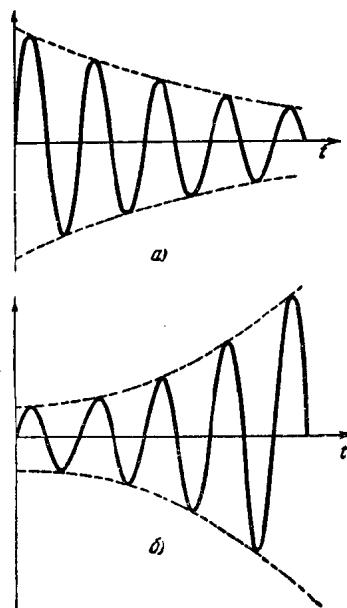


圖 1.

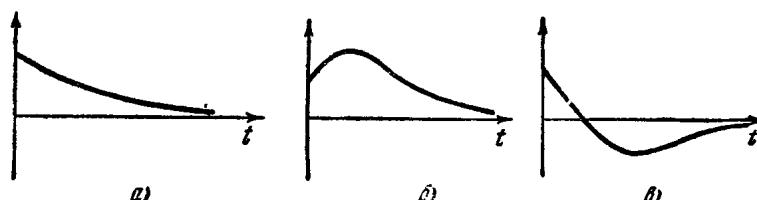


圖 2.

首先指出，本書的全部材料系按照發生振动的系統的复杂程度分为三部分：

1. 在具一个自由度的系統中的振动。

2. 在具多个自由度的系統中的振动。
3. 在具無穷个自由度的系統中的振动。

第一部分中所指出的，是关于所有振动理論中最簡單的、初步的、同时也是基本的、重要的过程，因此它占了本書的很多篇幅。在第二及第三部分中討論比較复杂的过程，然而这些过程彼此在实质上差別很小。

在每一部分，應該討論振动現象的四种可能的类型。

1. 固有振动；
2. 受迫振动；
3. 参数振动；
4. 自动振动。

固有振动發生于經過了外来扰动（“冲击”）后的隔离系統中。振动過程的特性，基本上仅仅由系統的內力来决定，这种內力依存于系統的物理構造。在激励振动的起始瞬間，由外界供給其所必需的能量。

受迫振动發生于一定周期性外力的作用下。这力的作用不依存于系統中的振动。過程的特性不仅由系統的特性决定，并在很大程度上依存于外力。振动能量由給出外力的能源供給。

參数振动与受迫振动的区别在于外来作用的方式。受迫振动时，由外面供給力或者某种别的量来产生振动，此时，系統本身的参数則保持恒定。參数振动是由外面使系統的某个物理参数（例如質量）产生周期变化所引起的。

自动振动發生于沒有外来周期作用的系統中。振动特性唯一地决定于系統的设备。用来抵偿振动时变成热的能量損失的能量来源，通常是系統的不可分割的一部分。

另一方面，所有的振动過程还可以这样地分为兩类：在線性系統中的振动和在非線性系統中的振动。凡振动的基本規律用線性

微分方程式表示的系統，稱為線性系統。顯然，非線性系統是那些基本規律由非線性微分方程式表示的系統。由於沒有解非線性微分方程式的正規方法，使得非線性振动系統的分析非常複雜。線性及非線性振动系統中的過程之間的區別歸結到：按照特殊的步驟來分析線性系統中的振动時，可對該系統中所有可能的過程，作出完全確定的結論，而這對於在非線性系統中的過程，一般則不可能作出。因此，非線性系統的振动理論是相當複雜的，普通能解決的只是屬於非線性系統的一定形式的問題。然而非線性振动的理論，對於我們却是重要的，因為所有的自動振动系統，根本都是非線性系統。

有時把振动理論的科目，列入數學的課程內。然而這是不十分正確的；振动理論是一個獨立的科學部門，因為它的各種應用彼此間是這樣緊密的聯繫著，以致不僅在數學上，而主要的是物理上必須用統一的觀點來研究它。用統一的物理觀點來研究在不同系統中的振动，大大地方便了分析研究某些振动過程，在這些振动過程中，一些不同的物理量的振动，例如電學量和力學量的振动，都存在着規律的關係。在技術與物理中這樣的設備是越來越常見了。此外，用統一的觀點來研究振动過程，可以培养学生用類比的方法來分析現象的能力，而這對於研究在技術上常會碰到的未曾研究過的新過程時，是極其有用的。

振动理論，作為一個物理科學部門，是最近才成立起來的，它研究有關在物理與技術中所碰到的各種振动過程。它是在各種科學與技術領域內許多振动研究的基礎上產生並發展起來的。

由於偉大的學者 A. C. 波波夫發明了無線電——它是技術上最大規模利用振动過程之一——科學家們面臨了一系列的嶄新的任務，這些任務也使得我們有必要將振动理論發展為一個物理科學部門。

在振动理論中，决定它發展的基本研究工作，是由俄国学者所完成的。特別應該指出的是 B. B. 戈李茲院士同 A. H. 克雷洛夫院士在研究受迫振动及固有振动方面的工作。在 B. B. 戈李茲的工作中，只要看看出版于 1912 年的，他的名著“測地震术講义”，就可以看到这位学者所完成的工作范围。这講义直到現在還沒有失掉它的意义，并代表着应用受迫振动理論来解决复杂的測地震术問題的典范。

A. H. 克雷洛夫院士于 1898 年所發表的著作，关于船的顛簸以及由机器运行所引起的船的振动，是广泛研究受迫振动及固有振动的创始，已故的 A. H. 克雷洛夫畢生从事这种研究，后来由他的学生繼續作下去。1913 年出版的 A. H. 克雷洛夫所著的教本“論应用于技术問題中的某些数学物理的微分方程式”特別清楚的指出：当研究振动过程时，数学同技术問題彼此間是多么紧密的交融着，因此这本书是每一个認真研究振动的人所必讀的書。

無線电技术的發展，在振动理論面前提出了一些新的任务：研究無阻尼振蕩器的工作；建立調制、檢波理論以及無線电振动理論等等。这些任务是由于發展祖国無線电技术、無線电通信、無線电广播的迫切需要所提出的，这些需要在十月革命后不久，曾陈述于 B. I. 列寧致 M. A. 波奇-伏隆叶維奇的那封有名的信中。

苏联的科学家和工程师：A. I. 伯尔格及 M. B. 薦列依金院士，M. A. 波奇-伏隆叶維奇教授等，完成了無阻尼振蕩器的理論計算方法；而調制設備的計算方法，曾由 I. Г. 克雅齐金、A. A. 敏茨等作出。至于在無線电振动电路中現象的詳細分析，则由 B. II. 阿謝也夫教授等所作出。

約在二十年前，莫斯科大学教授 J. I. 曼杰尔席塔姆开始在物理数学系講授振动理論这一課程，并成立了研究振动的專業和實驗室。

以 Л. И. 曼杰爾席塔姆及 И. Д. 巴巴列克斯院士为首的研究理論無綫電問題的苏联物理学家們，曾創造了关于自动振动的學說。“自动振动”这一名詞本身，就是首先由 A. A. 安德罗諾夫引入科学的，他以俄国偉大的数学家 A. M. 雅甫諾夫及法国科学家 A. 邦加萊的著作为基础，提供了分析自动振动系統的严密方法。在 1937 年出版的，由 A. A. 安德罗諾夫及 C. Ә. 哈依金合著的“振动理論”一書中，叙說了这些方法及其应用。

在發展上述方法的同时，这一学派的科学家們：A. A. 安德罗諾夫，C. Ә. 哈依金，A. A. 維提，Г. С. 哥列里克，С. М. 雷多夫，B. B. 米古林等，曾对在实际上很重要的振动理論的問題，进行了一系列的研究。

差不多同时(1928—1934)，当 H. M. 克雷洛夫院士与 H. H. 波果柳波夫教授，在基輔研究推广符号方法在振动理論中的应用时，曾提出了分析非綫性自动振动系統的崭新方法，用这种方法，可以解决当研究自动振动时所产生的全部問題。这一方法的基本內容，叙述在 1934 年出版的，由 H. M. 克雷洛夫与 H. H. 波果柳波夫合著的“非綫性力学的新方法”一書中。

在技术中获得广泛流傳的計算非綫性無綫電系統的方法，即所謂准綫性方法，大部分系由苏联科学家 M. A. 波奇-伏隆叶維奇及 Ю. Б. 柯輔查列夫等所改进并确定的。

上述的这些研究自动振动系統的方法，除了准綫性方法以外，都需要比較繁瑣的工具，这便妨碍了它們在技术計算中的广泛应用。

因此，K. Ф. 杰阿多尔奇克教授曾提出分析非綫性自动振动系統的簡便方法，称为能量方法。能量方法在解一系列实际問題中应用的推广，叙述在 K. Ф. 杰阿多尔奇克教授 1945 年出版的“自动振动系統”一書中。

最近由于 B. B. 布爾加可夫教授的工作，对分析自动振动問題的方法，又有所改进。

在苏联，振动理論得到了广大的發展。可是最近期間在这門科学上，資產階級的科學家們实际上沒有什么新的成就，其中的一部分人（范德波等人），甚至已淪為反动帝国主义的奴才。在我們苏联，为了进一步改进社会主义的工業，出現了关于振动理論的新的巨大的工作。

說到这里，應該首先提到 A. A. 安德羅諾夫院士及許多科学家关于自动調整理論方面的著作，很多人由于他們的作品，得了斯大林獎金，这些作品都是直接为了进一步發展各技术部門的自动化，并使最复杂与繁重的生产过程能全盤机械化，从而建立起新型的具有高度生产力的共产主义工業。

各种新的技术部門的研究成果也丰富了振动理論，在这些技术部門中，振动過程，特別是無線电振动過程，占有重要的地位。

第一編 具一个自由度的系統中的振动

第一章 具一个自由度的綫性系統中的固有振动

§ 1. 系統的自由度数的定义

自由度数是为了全面描述系統里的过程所必需的独立变数(量)的个数。然而在研究一个物理的系統时，这些变数的确定，有时是一个相当复杂的問題。因为严格說来，我們所碰到的总是具有無穷个自由度数的系統。現在用一个簡單的例子來說明这一点。

一个悬在线上的物体(圖 3)，这个“最簡單”的振动系統有多少自由度呢？

这一問題的答案既取决于系統的物理特性，也要看我們所着重研究的是系統中的那些过程。

如果我們仅仅研究这样的运动：其中綫不变，即总是笔直的，并且保持恒定的長度；再，假如物体的大小与綫的長度比起来，显得很小，以致物体相对于綫的运动，不占重要地位；假如物体中某一点相对于其余各点的运动，同样的不关紧要，那末，便可以把这系統看作是一个数学摆，看作是一个具有兩個自由度的系統。

在这种情况下，物体可以用一个具有質量的点来代表，而綫可



圖 3.

用一个沒有質量的、不变形的杆来代表。質点可沿着球面运动，为了唯一地确定它的位置，只要知道兩個独立坐标就够了。借助于这种方案，我們只对線上物体一定的振动进行研究。

此外，如果还給定这样一种起始条件——在振动時間內，綫將始終位于一定的平面上。那末，这种方案將是具有一个自由度的系統的方案。

因此，为了分析实际物理系統中的过程，在預先給自己一些条件作为限制后，我們選擇了一定的方案。應該記住，这方案虽然只是在一定的限度內，在一定的条件下反映着現象，然而，它却对该运动提供一个正确而完全的描述。这描述是用方案里面出現的坐标来作的。

但这里就發生了一些問題：如何选择所需的坐标？如何确定，在这种情况下，用选定坐标来描述的运动可以被分离出来研究？

只有實驗，所給方案的数学分析結果与實驗結果的比較，以及物理的觀察，可以使我們确信，所选用的坐标，所选用的方案的正确性。詳細的物理分析，以批判的态度对待方案，以及深入研究系統中發生的过程，可以对坐标選擇的正确性，作出肯定的判断。

为了弄清这里所牽涉的問題，可举这样一个例子。选好一个如前面所叙述过的数学摆的方案，在振动时，我們未作特別考察，曾把綫的張力忽略掉，而实际上这張力总归是存在的。但它一般很小，因而在物体振动时不显示什么重要的影响。然而，大家知道，也有这种微小張力不能忽略的情形。在这种情形下，即令还給摆以这样的起始条件：即摆“應該”在平面上振动，及物体“應該”几乎沿着圓弧运动，而实际上振动將完全不是这个样子。由綫的張力所引起的振动，將要增强起来，經過了相当時間，这种振动的能量，就大小說来，与摆上物体的振动能量开始可以比拟，甚至整个原来儲藏的能量，都会变成由綫的張力所引起的振动的能量。因

此，在这种情况下，我們所选用的一个自由度的系統的方案，就不适用了。

然則，在这种情况下，到底應該怎样来进行研究？以及如何来区别这些情形呢？——只有研究振动过程及系統的特性，才能在这些問題上作出答案。

§ 2. 具一个自由度的守恒系統中的固有振动

在隔离了的机械系統和电气系統中，运动过程总伴随着能量的耗散——动能轉变成热能。如果在某一瞬間把能量儲藏于系統中，那末經過一些時間后，在这隔离了的系統中，其全部儲藏的能量都会轉化为热，这时我們所感兴趣的运动过程也將終止。因此，在外来的冲击以后，固有振动固可存在于系統中，但它总是会逐漸減弱的，或者所謂阻尼的。

然而由于在理論上的重要，却得先研究守恒系統中的振动，在这种理想的系統中，其所儲藏的机械能（或者电磁能或者兩種一起）保持恒定。至于实际系統，这样的系統在振动时能量总是要轉变为热的，我們則称之为非守恒的。

研究守恒系統中的過程，从兩種觀點看來显得重要：首先，在具有微小阻尼的实际系統中，其過程接近于守恒系統中的過程；其次，研究它，可以使我們明了实际系統中不同参数所起的作用。因此讓我們暫時撇开力学中的摩擦力，电学中的电阻等等，从研究守恒系統开始。讓我們由一个最簡單的例子来研究固有振动的基本規律。

設在無荷重的状态下，于長度为 l 的彈簧上，悬一質量为 m 的物体（圖 4）。試研究在

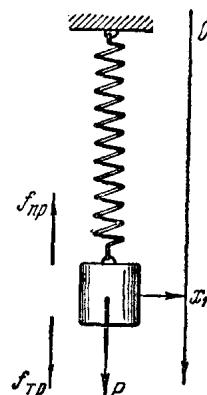


圖 4.