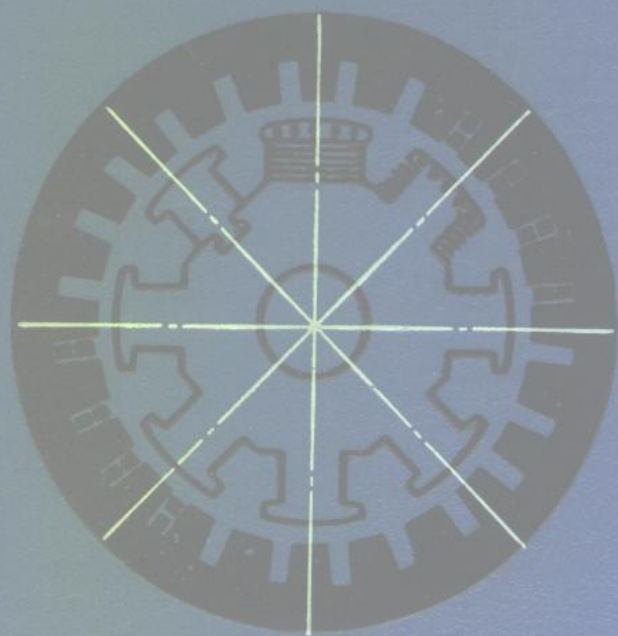


同步电机运行 基本理论与计算机算法

陈 珩



水利电力出版社

363780

同步电机运行

基本理论与计算机算法

陈 珩



水利电力出版社

(京)新登字115号

内 容 提 要

本书详细推导了以 $dq0$ 分量、 $\alpha\beta 0$ 分量、 $f\beta 0$ 分量和 120 分量表示的同步电机基本方程式,并运用这些方程式分析了同步电机的三相短路、各种不对称短路、自同步、异步并列、稳态异步运行、强制振荡、自由振荡、自发激磁等特殊运行状态。对所分析的各种运行状态,都首先阐明其物理过程,然后进行解析法求解,最后作计算机辅助分析。计算机辅助分析部分,都分别给出了数学模型、计算流程和数值计算实例,据此,可自编程序并进行自检。

本书可供电机、电力工业部门广大科技人员参考,也可作电机、电力工程类专业研究生教材。

同步电机运行 基本理论与计算机算法

陈 珩

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 32.75印张 748千字

1992年8月第一版 1992年8月北京第一次印刷

印数0001—3700册

ISBN 7-120-01500-1/TM·409

定价26.50元

前 言

十余年前，先师吴大榕教授曾有撰写本书之议，并嘱予附骥。不料天不假以年，哲人早逝，是项计划不得不由后学独立执行。玠本不才，难以当此重任，加以杂事羁身，碌碌终日，以致一暴十寒，迁延至今，初稿完成后，欲求先生过目已不可得矣。缅怀往事，能不扼腕。幸上海交通大学黄家裕教授惠允审阅，多所匡正，得益匪浅。付梓后，尚希海内诸子不吝赐教，幸甚。

谨以是书纪念吴大榕教授。

陈 玠 谨识

1990年12月

目 录

前 言

第一章 同步电机的基本方程式(上)——用派克分量表示的电磁过程方程式、电机参数	1
1-1 同步电机的电压、磁链和电感	1
1-2 同步电机的基本方程式(一)——用派克分量表示的电磁过程方程式	6
1-3 同步电机的次暂态、暂态参数	25
第二章 同步电机的基本方程式(下)——用其它分量表示的电磁过程方程式、机械运动方程式	41
2-1 同步电机的基本方程式(二)——用其它分量表示的电磁过程方程式	41
2-2 同步电机的基本方程式(三)——电磁功率、电磁转矩和机械运动方程式	62
2-3 同步电机的稳态运行方式	67
第三章 同步电机的三相短路	75
3-1 三相短路的物理过程	75
3-2 三相短路时的定子绕组电流	81
3-3 三相短路时的转子绕组电流	95
3-4 三相短路时的电磁转矩	104
3-5 三相短路的计算机算法	110
第四章 同步电机的自同步和异步并列	115
4-1 自同步和异步并列的物理过程	115
4-2 自同步时各绕组的电流	120
4-3 自同步时的电磁转矩	135
4-4 异步三相短路时各绕组的电流和电磁转矩	145
4-5 异步并列时各绕组的电流和电磁转矩	151
4-6 自同步和异步并列的计算机算法	162
第五章 同步电机的稳态异步运行和强制小值振荡	168
5-1 稳态异步运行和强制小值振荡的物理过程	168
5-2 稳态异步运行时的电流、电磁转矩和功率	173
5-3 稳态异步运行的计算机算法	195
5-4 强制小值振荡时的电流、电磁转矩微变量	200
5-5 强制小值振荡的计算机算法	223
第六章 同步电机的自由振荡	228
6-1 自由振荡的物理过程	228
6-2 分析自由振荡的基本方法	231
6-3 无自动调节装置时的自由振荡	234
6-4 有自动调节装置时的自由振荡	251

6-5	自由振荡的计算机算法(一)——特征值分析	274
6-6	自由振荡的计算机算法(二)——暂态过程计算	283
第七章	同步电机的自发激磁	291
7-1	自发激磁的物理过程	291
7-2	无自动调节装置时的自发激磁	300
7-3	有自动调节装置时的自发激磁	309
7-4	自发激磁的计算机算法(一)——特征值分析	317
7-5	自发激磁的计算机算法(二)——暂态过程计算	322
第八章	同步电机的稳态不对称短路	339
8-1	稳态不对称短路的物理过程	339
8-2	稳态相间短路和单相接地短路	341
8-3	稳态两相接地短路	355
8-4	同步电机的负序电抗	367
8-5	稳态不对称短路的计算机算法(一)——相间短路和单相接地短路	375
8-6	稳态不对称短路的计算机算法(二)——两相接地短路	389
第九章	同步电机的不对称短路(上)——相间短路和单相接地短路	398
9-1	不对称短路的物理过程	398
9-2	相间短路时各绕组的电流和电压	401
9-3	相间短路时的电磁转矩	419
9-4	单相接地短路时各绕组的电流和电压	428
9-5	单相接地短路时的电磁转矩	441
9-6	相间短路和单相接地短路的计算机算法	448
第十章	同步电机的不对称短路(下)——两相接地短路	457
10-1	两相接地短路时各绕组的电流和电压	457
10-2	两相接地短路时的电磁转矩	485
10-3	两相接地短路的计算机算法	501
结束语		508
附录		509
参考文献		516

第一章 同步电机的基本方程式(上)

——用派克分量表示的电磁过程 方程式、电机参数

1-1 同步电机的电压、磁链和电感

1-1-1 理想同步电机

众所周知, 由于转子结构的不同, 同步电机可分为隐极机和凸极机两类, 如图 1-1 所示。本书中所有论述将以凸极机为主要对象, 因所得结论不难推广适用于隐极机。

显然, 图 1-1 所示的电机结构已经过简化。但即使就这样简化的结构, 电机内部的磁场分布和相应的感应电势的变化规律仍相当复杂, 如不采取一定的假设, 仍难以对它们的运行方式作定量分析。这些假设是:

(1) 电机铁芯不饱和。这一假设不仅意味磁场和各绕组电流间有线性关系, 也使在确定空气隙合成磁场时有可能运用迭加原理。

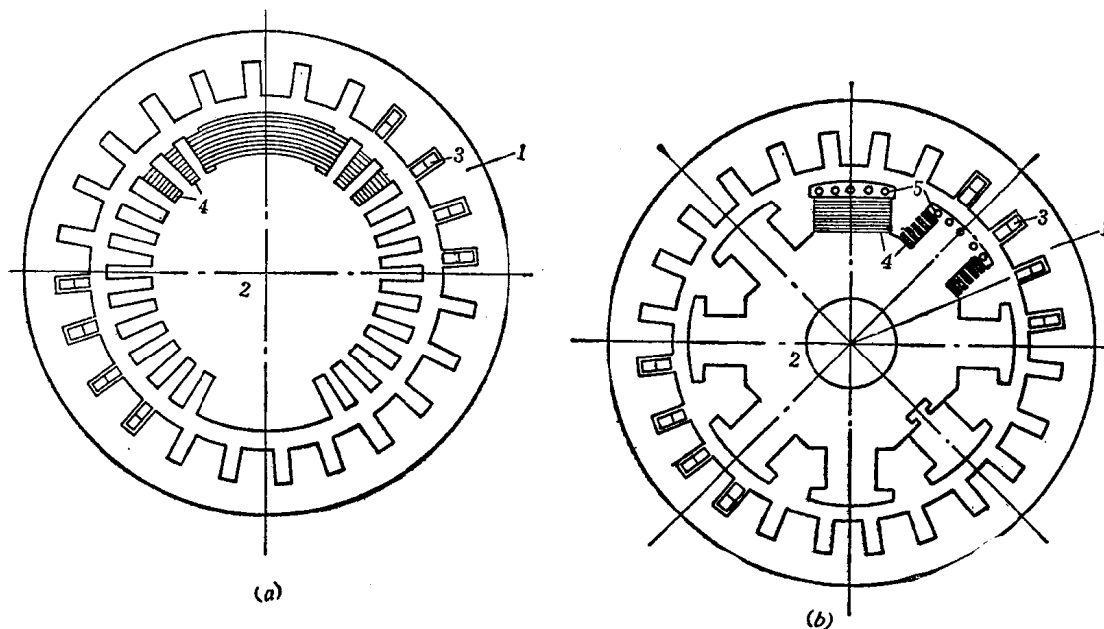


图 1-1 同步电机的结构

(a) 隐极机; (b) 凸极机

1—定子; 2—转子; 3—定子绕组; 4—励磁绕组; 5—阻尼绕组

(2) 电机有完全对称的磁路和绕组。这一假设包含以下几方面: 定子三相绕组完全相同, 空间位置彼此相隔 $\frac{2}{3}\pi$ 电弧度; 转子每极的励磁绕组完全相同; 阻尼条的设置对称

于转子正、交轴。

(3) 定子三相绕组的自感磁场、定子与转子绕组间的互感磁场，沿空气隙按正弦律分布。这一假设表示略去所有谐波磁势、谐波磁通和相应的谐波电势，也略去谐波磁场产生的电磁转矩。

此外，对如图1-2所示具有阻尼条的凸极机，由于空气隙旋转磁场总可分解为两个轴线与转子正、交轴重合的脉动磁场，这些阻尼条可近似地归并为两个等值阻尼绕组，如图1-3所示。而且，它们都具有单值的时间常数。

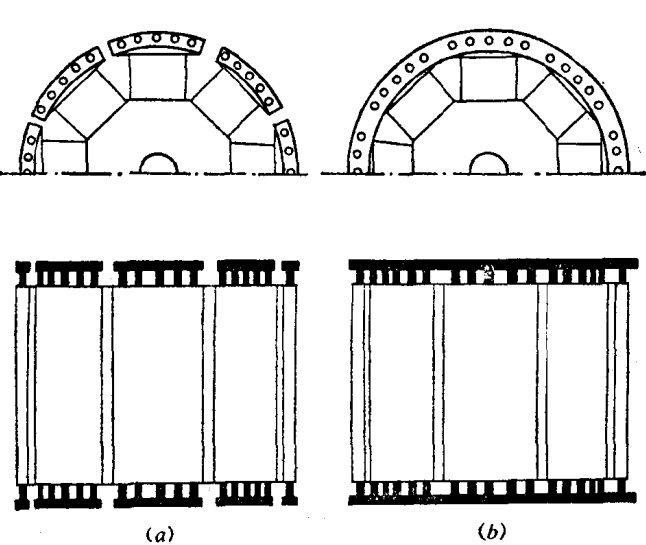


图 1-2 凸极机转子上的阻尼条
(a)部分联接；(b)全部联接

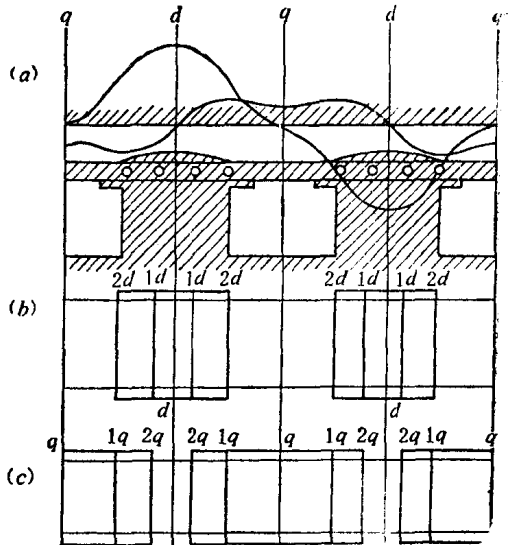


图 1-3 阻尼绕组的组成
(a)正、交轴方向的脉动磁场；(b)正轴阻尼绕组；(c)交轴阻尼绕组

满足上列假设条件的同步电机，称理想同步电机。以下的分析除有专门说明者外，都以理想同步电机为前提。而实践证明，按理想同步电机条件的分析、计算所得，误差在允许范围内。

1-1-2 同步电机的电压和磁链

仅列出理想同步电机的假设而不给定磁链、电流、电压等的正方向，仍无法单一地列出同步电机的基本关系式。因随这些电磁量的取向不同，它们将有各种不同的书写方式^[1]。

本书中，取定子各相绕组轴线及其磁链的正方向，转子正、交轴线（或 d 、 q 轴线，或纵、横轴线）的正方向，励磁绕组以及正、交轴阻尼绕组磁链的正方向，如图1-4所示。定子各相绕组电流产生的磁通方向与各该相绕组轴线的正方向相反时，这些电流为正值。换言之，定子各相正值电流将产生各该相负值磁链。转子各绕组电流产生的磁通方向，与正轴或交轴正方向相同时，这些电流为正值。换言之，正值转子电流将产生正值转子绕组磁链。图1-4中，也标出了各绕组电流的正方向。定子各相端电压和励磁电压的正方向，则如图1-5所示。在定子回路中，向负荷侧观察，电压降的正方向与定子电流的正方向一

致。在励磁回路中，向励磁绕组侧观察，电压降的正方向与励磁电流的正方向一致。阻尼绕组为短接回路，电压为零。

由图1-4、1-5不难看出，各电磁量这样取向，较适宜于分析以发电机方式运行的同步电机。而事实上，本书中绝大部分分析正是着眼于同步发电机的暂态过程。而且，这样取向既与历史性文献如[2]，也与常见参考书如[3]、[4]中的选择相一致，从而也便于相互参照。

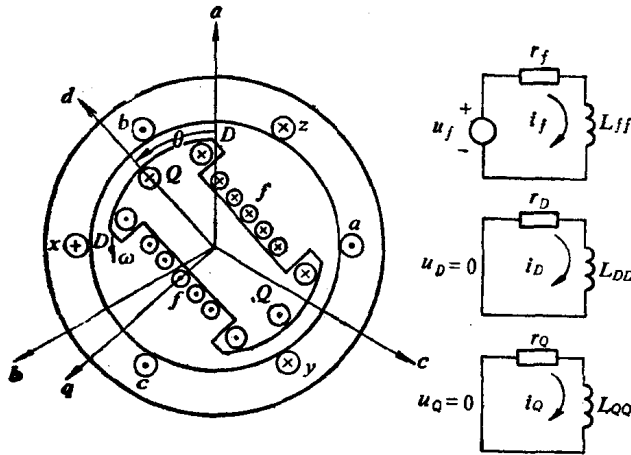


图 1-4 同步电机各绕组轴线的正方向

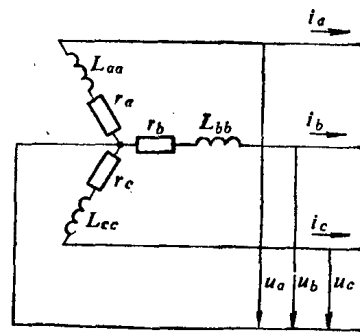


图 1-5 同步电机各回路电路图

按如上的电磁量取向即可列出如下的同步电机电压方程和磁链方程。

电压方程

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ u_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_s & & & & & \\ & -r_s & & & & \\ & & -r_s & & & \\ & & & r_f & & \\ & & & & r_D & \\ & & & & & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_b \\ i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\psi}_a \\ \dot{\psi}_b \\ \dot{\psi}_c \\ \dot{\psi}_f \\ \dot{\psi}_D \\ \dot{\psi}_Q \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

式中 u ——各绕组端电压；
 i ——各绕组电流；
 ψ ——各绕组合成磁链；
 r ——各绕组电阻；
 $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ 。

考虑到理想电机的第二个假设条件，今后取 $r_s = r_b = r_c = r$ 。

磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} & M_{aD} & M_{aQ} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} & M_{bf} & M_{bD} & M_{bQ} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} & M_{cf} & M_{cD} & M_{cQ} \\ M_{fa} & M_{fb} & M_{fc} & L_{ff} & M_{fD} & M_{fQ} \\ M_{Da} & M_{Db} & M_{Dc} & M_{Df} & L_{DD} & M_{DQ} \\ M_{Qa} & M_{Qb} & M_{Qc} & M_{Qf} & M_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

式中，系数矩阵的对角元为各绕组的自感系数，非对角元为两绕组间的互感系数。互感系数应可逆，即应有 $M_{ab}=M_{ba}$ 、 $M_{af}=M_{fa}$ 、 $M_{fD}=M_{Df}$ 等关系。

1-1-3 同步电机的电感

对凸极式同步电机，由于转子的旋转，使有些磁通路径上的磁导周期地变化，从而使式(1-2)中系数矩阵的多数元素，也随转子的位置亦即随时间而变化。下面就分别讨论各类电感系数的变化规律。

1. 定子各相绕组的自感

自感不可能有负值。某一绕组的自感正比例于这绕组电流产生磁通路径上的磁导，或反比例于磁阻。因此，由图1-4可见，转子正轴与某相绕组的轴线重合时，该相绕组的自感最大；交轴与某相绕组的轴线重合时，该相绕组的自感最小。如以 θ 表示转子正轴顺转子旋转方向超前于 a 相轴线的角度，则 a 相绕组的自感 L_{aa} 将是 θ 角的周期函数，其变化周期为 π ；而且是 θ 角的偶函数，因转子正轴处于 $\pm\theta$ 位置时， L_{aa} 的大小相同。

周期性偶函数在分解为富氏级数时只含余弦项，而当函数的变化周期为 π 时，只有偶次项。如再考虑到对理想电机可略去所有谐波分量的假设条件，则自感 L_{aa} 与角 θ 的关系式中将只有两项，即

$$L_{aa}=l_0+l_2\cos 2\theta \quad (1-3a)$$

相似地，分别以 $\theta - \frac{2}{3}\pi$ 、 $\theta + \frac{2}{3}\pi$ 替代上式中的 θ ，即可列出 b 、 c 相绕组自感与角 θ 的关系式

$$L_{bb}=l_0+l_2\cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \quad (1-3b)$$

$$L_{cc}=l_0+l_2\cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \quad (1-3c)$$

由式(1-3a)可见， $\theta = 0$ 或 π 时， L_{aa} 最大； $\theta = \frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3}{2}\pi$ 时， L_{aa} 最小。 L_{aa} 的变化如图1-6(a)所示。

2. 定子各相绕组间的互感

这些互感不可能有正值，因定子三相绕组的轴线相互间隔 $\frac{2}{3}\pi$ ，由某一相绕组正值电流产生而匝链另一相绕组的磁链，必然与另一相绕组本身正值电流产生的磁链方向相反。

而由图1-4可见, 转子正轴与某一相绕组轴线重合时, 其它两相绕组间互感的绝对值最小。例如, 转子正轴与 c 相绕组轴线重合, $\theta = \frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{4}{3}\pi$ 时, M_{ab} 的绝对值最小, 因这时 a 、 b 两相互磁通路径上的磁导最小。反之, 转子交轴与某一相绕组的轴线重合时, 其它两相绕组间互感的绝对值最大。例如, 转子交轴与 c 相绕组轴线重合, $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5}{6}\pi$ 时, M_{ab} 的绝对值最大。由此可见, 与各绕组的自感相似, 各相绕组间的互感也是与角 θ 有关的周期性偶函数, 其变化周期也为 π , 例如 M_{ab} 就是角 $(\theta + \frac{\pi}{6})$ 的偶函数。

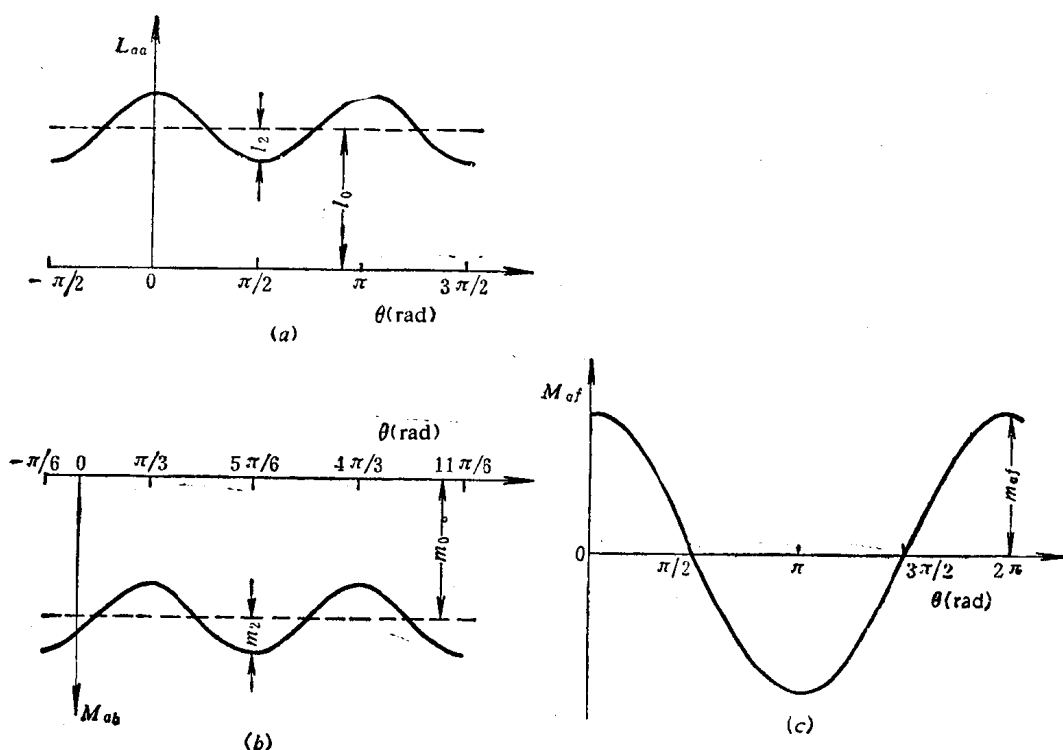


图 1-6 电感随角 θ 的变化
 (a) L_{aa} 的变化; (b) M_{ab} 的变化; (c) M_{af} 的变化

于是, 相似于各绕组自感与角 θ 的关系, 可列出各绕组间互感与角 θ 的关系式如下

$$\left. \begin{aligned} M_{aa} &= -m_1 - m_2 \cos 2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \\ M_{bb} &= -m_1 - m_2 \cos 2\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \\ M_{cc} &= -m_1 - m_2 \cos 2\left(\theta + \frac{5}{6}\pi\right) \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

其中, M_{ab} 的变化如图1-6(b)所示。

附带指出, 可以证明, 上式中的 m_2 就等于式 (1-3) 中的 l_2 [3]。

3. 定子绕组与励磁绕组间的互感

这些互感既可能有正值，也可能有负值，还可能有零值。因由图1-4可见，转子正轴与定子某相绕组轴线同向重合时，它们之间的互感最大；转子交轴与该相绕组轴线重合时，它们之间的互感为零；转子正轴与该相绕组轴线反向重合时，它们之间的互感也最大，但符号却相反。如计及对理想电机可略去所有谐波分量的假设条件，可直接列出这些互感与角 θ 的关系式如下

$$\left. \begin{aligned} M_{af} &= m_{af} \cos \theta \\ M_{bf} &= m_{af} \cos \left(\theta - \frac{2}{3} \pi \right) \\ M_{cf} &= m_{af} \cos \left(\theta + \frac{2}{3} \pi \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-5)$$

其中， M_{af} 的变化如图1-6(c)所示。

4. 定子绕组与正轴阻尼绕组间的互感

定子绕组与正轴阻尼绕组间的电磁耦合关系，和它们与励磁绕组间的电磁耦合关系相似。因而，可直接列出

$$\left. \begin{aligned} M_{aD} &= m_{aD} \cos \theta \\ M_{bD} &= m_{aD} \cos \left(\theta - \frac{2}{3} \pi \right) \\ M_{cD} &= m_{aD} \cos \left(\theta + \frac{2}{3} \pi \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

5. 定子绕组与交轴阻尼绕组间的互感

定子绕组与交轴阻尼绕组间的电磁耦合关系，和它们与正轴阻尼绕组间的电磁耦合关系相似，所不同的只是交轴超前正轴 $\pi/2$ ，从而应以 $\left(\theta + \frac{\pi}{2} \right)$ 替换式(1-6)中的 θ 而列出

$$\left. \begin{aligned} M_{aq} &= -m_{aq} \sin \theta \\ M_{bq} &= -m_{aq} \sin \left(\theta - \frac{2}{3} \pi \right) \\ M_{cq} &= -m_{aq} \sin \left(\theta + \frac{2}{3} \pi \right) \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

6. 转子各绕组的自感和互感

转子各绕组的自感、励磁绕组和正轴阻尼绕组间的互感，不因转子旋转而变化，都是常数。励磁绕组或正轴阻尼绕组与交轴阻尼绕组间的互感为零。

1-2 同步电机的基本方程式(一)

——用派克分量表示的电磁过程方程式

1-2-1 坐标变换概述

如将式(1-3)~(1-7)所示的电感系数代入式(1-2)，然后再代入式(1-1)，则

由于大部分电感随角 θ 亦即随时间而周期变化,最后获得的将是一个具有时变系数的矩阵微分方程。这种方程式的解析解相当困难。因此,早期的同步电机暂态过程的研究,多半都首先运用“坐标变换”或“变量变换”对这种将参考坐标设置在定子三相轴线上(即所谓 abc 坐标系)的基本方程式进行处理,然后再求解。以后,则又出现了将参考坐标仍设置在定子上的坐标变换。自本世纪20年代以来,先后建立的坐标系主要有以下四种:

(1)运用双反应原理,并将参考坐标设置在转子上的 $dq0$ 坐标系。这一坐标系派克(R.H.Park)首先使用,因而这种坐标变换常称为派克变换,相应的变换后的变量则称为派克分量或 $dq0$ 分量。

(2)运用双反应原理,并将参考坐标设置在定子上的 $\alpha\beta0$ 坐标系。这一坐标系克拉克(E.Clarke)等首先使用,因而这种坐标变换又称为克拉克变换,相应的变换后的变量则称为克拉克分量或 $\alpha\beta0$ 分量。

(3)运用旋转磁场原理,并将参考坐标设置在转子上的 $FB0$ 坐标系。这一坐标系顾毓琇首先使用,因而这种坐标变换又称为顾氏变换,相应的变换后的变量则称为顾氏分量或 $FB0$ 分量。

(4)运用旋转磁场原理,并将参考坐标设置在定子上的120坐标系。这一坐标系莱昂(W.V.Lyon)首先使用,因而这种坐标变换又称为莱昂变换,相应的变换后的变量则称为莱昂分量或120分量。

这几种坐标变换下文中还将进一步介绍。其它如运用双反应原理或旋转磁场原理,并将参考坐标设置在同步恒速旋转坐标上的 $d,q,0$ 和 $F,B,0$ 坐标系等,则不再一一列举。

这些坐标变换又有守恒变换和不守恒变换之分。所谓守恒变换指变换前后电磁功率守恒,亦即用变换前后电压、电流分量书写的电磁功率表示式,具有相似的形式。不守恒变换则不然。守恒变换和不守恒变换的区别,今后还将继续讨论。

至于这些坐标系的使用,则因所研究问题的性质、所要求的精度、所使用的研究工具而异。一般认为,电机定子或转子任何一侧不对称时,参考坐标以设置在不 对 称 侧 为 宜。例如,分析三相短路时,定子侧处于对称运行状态而转子侧则正、交轴方向不对称,参考坐标宜设置在转子上。电机定子和转子两侧都不对称时,参考坐标以设置在定子侧为宜。例如,分析不对称短路时,参考坐标宜设置在定子上。本书中,则拟按下述原则选用坐标系:

(1)分析对称运行方式时,选用参考坐标设置在转子上的坐标系。

(2)分析不对称运行方式时,选用参考坐标设置在定子上的坐标系。

(3)分析稳态运行方式时,选用按旋转磁场原理建立的坐标系。

(4)分析暂态过程时,选用按双反应原理建立的坐标系。

至于守恒变换和不守恒变换的取舍,虽前者有某些优点,本书中仍将依从多数文献,即主要选用后者。

1-2-2 派克变换

派克变换是人们熟悉的也是最广泛运用的坐标变换之一。它的基础是“任何一组三相平衡定子电流产生的合成磁场,总可由两个轴线相互垂直的磁场所替代”的双反应原理。

根据这原理, 将这两根轴线的方向选择得与转子正、交轴方向相一致, 使三相定子绕组电流产生的电枢反应磁场, 由两个位于这两轴方向的等值定子绕组电流产生的电枢反应磁场所替代, 就称派克变换。因此, 简言之, 派克变换相当于观察点位置的变换——将观察点从在空间不动的定子上, 转移到在空间旋转的转子上, 并且将两个位于转子正、交轴向的等值定子绕组, 替代实际的三相定子绕组。

但严格说, 上述三相平衡电流的变换只是一种特例。派克变换的更普遍含义, 应该是三相不平衡电流的变换。设三相电流不平衡时, $i_a + i_b + i_c = 3i_0 \neq 0$ 。则令 $i'_a = i_a - i_0$ 、 $i'_b = i_b - i_0$ 、 $i'_c = i_c - i_0$, 就可由三相不平衡的 i_a 、 i_b 、 i_c 中分解出一组三相平衡的 i'_a 、 i'_b 、 i'_c , 而这一组电流产生的磁场, 显然仍可由位于转子正、交轴向的两个等值定子绕组的磁场所替代。由此可见, 更普遍的派克变换, 应该是三相不平衡的定子电流 i_a 、 i_b 、 i_c , 变换为另三个电流或三个电流分量——派克分量。其中之一就是因三相电流不平衡而有的“零轴电流分量 i_0 ”。这一零轴电流分量, 与福脱斯库(C.L.Fortescue)提出的对称分量法中的零序电流分量不同, 前者为可任意变化的瞬时电流, 而后者为按正弦律变化电流的相量。这一电流分量在其它几种坐标变换中也将出现。经派克变换而得的另两个电流分量, 则分别是“正轴等值定子绕组电流分量 i_d ”和“交轴等值定子绕组电流分量 i_q ”。只有这样, 三个电流 i_a 、 i_b 、 i_c 变换为另三个电流 i_d 、 i_q 、 i_0 , 才符合线性变换的基本原则——变换前后的变量数保持不变。

更为特殊的是三相平衡而且对称的电流的派克变换。这时, 由于 $i_a + i_b + i_c = 0$, 没有零轴电流分量。而且, 由于三相电流幅值相等, 相位各相差 $\frac{2}{3}\pi$, 当它们的频率为同步频率时, 产生的合成磁场将在空间以同步速旋转。如转子也以同步速旋转, 则替代这一磁场的正、交轴等值定子绕组磁场将不交变。与之对应的等值定子绕组电流 i_d 、 i_q , 将只有单向分量。而且, 这些单向分量电流随时间而变化的规律, 又与定子绕组电流的幅值随时间而变化的规律相一致。

可以认为, 正是这些特点, 使派克变换最常见于三相对称运行方式的分析。

派克变换的数学描述很简单。仍以电流为例, 可列出

$$i_{dq0} = P i_{abc} \quad (1-8)$$

式中

$$i_{dq0} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}, \quad i_{abc} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

而矩阵 P ——派克变换矩阵——在采用不守恒变换并按1-1-2中所述选取转子正、交轴正方向时, 常定义为

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

由于角 θ 为任意值时 P 总是非奇异矩阵, 总可求逆, 从而总可进行派克逆变换, 即由式(1-8)总能列出

$$i_{abc} = P^{-1} i_{dq0} \quad (1-10)$$

式中的派克逆变换矩阵 P^{-1} 不难证明为

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

显然, 这些变换关系同样适用于磁链和电压。

下面, 就运用上列关系将磁链和功率变换为以派克分量表示, 并进一步阐明不守恒变换与守恒变换的区别。

首先, 将式(1-2)简写为

$$\begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{..} & L_{.r} \\ L_{r.} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

对照式(1-2)、(1-12)可见, 式(1-12)中的 ψ_{abc} 、 ψ_{fDQ} 、 i_{abc} 、 i_{fDQ} 都是 3×1 阶列向量, 而 $L_{..}$ 、 $L_{.r}$ 、 $L_{r.}$ 、 L_{rr} 则都是 3×3 阶方阵。

然后对它进行派克变换

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_{dq0} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{abc} \\ \psi_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{..} & L_{.r} \\ L_{r.} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{..} & L_{.r} \\ L_{r.} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_{abc} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{..} & L_{.r} \\ L_{r.} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -i_{dq0} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} PL_{..}P^{-1} & PL_{.r} \\ L_{r.}P^{-1} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_{dq0} \\ i_{fDQ} \end{bmatrix} \quad (1-13) \end{aligned}$$

式中的 U 为单位矩阵。

可以证明, 上式中

$$PL_{..}P^{-1} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \quad (1-14)$$

其中

$$L_d = l_0 + m_0 + \frac{3}{2}l_2$$

$$L_q = l_0 + m_0 - \frac{3}{2}l_2$$

$$L_0 = l_0 - 2m_0$$

$$PL_{sr} = \begin{bmatrix} m_{sf} & m_{sd} & 0 \\ 0 & 0 & m_{sq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

$$L_{rr}P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}m_{sf} & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}m_{sd} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{sq} & 0 \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

此外，将上式中 L_{rr} 的各个元素改写如下

$$L_{rr} = \begin{bmatrix} L_r & m_{rd} & 0 \\ m_{rd} & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \quad (1-17)$$

于是，变换后的磁链方程为

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_r \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & m_{sf} & m_{sd} & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & m_{sq} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2}m_{sf} & 0 & 0 & L_r & m_{rd} & 0 \\ \frac{3}{2}m_{sd} & 0 & 0 & m_{rd} & L_d & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}m_{sq} & 0 & 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_r \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

再对电磁功率作类似的变换。由

$$P = u'_{abc} i_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \quad (1-19)$$

考虑到

$$u'_{abc} = u'_{dq0} (P^{-1})', \quad i_{abc} = P^{-1} i_{dq0}$$

可得

$$P = u'_{dq0} (P^{-1})' P^{-1} i_{dq0}$$

可以证明，上式中

$$(P^{-1})' P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

于是

$$P = \frac{3}{2} u_d i_d + \frac{3}{2} u_q i_q + 3 u_0 i_0 \quad (1-20)$$

观察式(1-18)、(1-19)、(1-20)可见:

经变换, 所有电感系数都从时变变成了非时变, 这正是这种变换的突出优点;

经变换, 磁链方程系数矩阵中定子和转子间的互感系数, 从可逆变成了不可逆, 以致使运用这一方程时有某些不便;

运用变换前 a 、 b 、 c 三相电流、电压书写的电磁功率表示式, 与运用变换后 d 、 q 、 0 分量电流、电压书写的电磁功率表示式中各项系数都有差异, 这就是这一变换之所以称“不守恒”变换的由来。

但比较式(1-19)、(1-20)又可见: 如将求取正、交轴分量时的乘数 $\frac{2}{3}$ 改为 $\sqrt{\frac{2}{3}}$,

求取零轴分量时的乘数 $\frac{1}{3}$ 改为 $\sqrt{\frac{1}{3}}$, 就可将不守恒变换改为守恒变换。换言之, 如取

$$P_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

$$P_i^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1-22)$$

对电磁功率方程式(1-19)进行派克变换, 则由于

$$(P_i^{-1})' P_i^{-1} = (P_i')^{-1} P_i^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

就可得

$$P = u_{di} i_{di} + u_{qi} i_{qi} + u_{0i} i_{0i} \quad (1-24)$$

而如运用式(1-21)、(1-22)对原始的磁链方程式(1-12)进行派克变换, 还可得