

材料力学

主编 欧贵宝 朱加铭

主审 齐汝璠



哈尔滨工程大学出版社

材 料 力 学

主 编 欧贵宝 朱加铭

副主编 邹广平 宋天舒

主 审 齐汝璠

哈尔滨工程大学出版社

40967

内 容 简 介

本书是根据64~80学时的《材料力学》教学大纲编写的。全书共分十二章,内容包括:绪论、轴向拉伸和压缩、剪切和扭转、平面图形的几何性质、平面弯曲、应力状态理论和强度理论、组合变形、能量法、超静定问题、动载荷、交变应力与疲劳强度、压杆的稳定性。

本书可作为高等工业学校机械、结构类各专业材料力学课程的教材,也可供工程技术人员参考。

材 料 力 学

主 编 欧贵宝 朱加铭

责任编辑 陈晓军

哈尔滨工程大学出版社出版发行

新 华 书 店 经 销

哈尔滨理工大学印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 19.125 字数 430千字

1997年1月第1版 1997年1月第1次印刷

印数:1~2500册

ISBN 7-81007-752-X

TB·6 定价:19.80元

前 言

本书是根据国家教育委员会工科力学课程教学指导委员会制定的“材料力学课程教学基本要求”编写的。所需教学学时约 80 学时。

教材着重材料力学基本理论和方法的叙述,贯彻理论联系实际的原则,做到少而精,并注意难点分散,逐渐加深。在内容编排上,有意将一些深入的内容分散安排,独立成节,以便于少学时材料力学课程删减后选用,因此它也适合作为约 64 学时材料力学课程的教材。

每章开头都有对全章重点内容、基本概念及应注意的问题的概括,章末都编有一定数量的习题,书末附有全部习题答案。

本书由欧贵宝编写第一、四、五、十二章;朱加铭编写第二、三、七、十一章;邹广平编写第六、十章;宋天舒编写第八、九章。由欧贵宝、朱加铭担任主编,齐汝璠担任主审。

本书的初稿作为讲义在哈尔滨工程大学试用多年,费纪生教授参加了原讲义的编写,这次修订出版何蕴增教授及其他使用过原讲义的教师提出了不少宝贵的意见,在此表示衷心的感谢。

限于编者水平,书中难免存在疏漏、不妥、甚至错误之处,恳请使用本书的师生及读者指正。

编 者

1996 年 10 月

目 录

第一章 绪 论	1
§ 1-1 材料力学的任务	1
§ 1-2 工程构件的简化模型	2
§ 1-3 内力 截面法和应力	3
§ 1-4 位移 变形和应变	5
§ 1-5 杆件变形的基本形式	6
第二章 轴向拉伸和压缩	8
§ 2-1 拉伸和压缩的概念	8
§ 2-2 拉(压)杆横截面上的内力	9
§ 2-3 拉(压)杆横截面上的正应力	11
§ 2-4 拉(压)杆斜截面上的应力	13
§ 2-5 杆件拉伸(压缩)时的弹性变形 变形能	14
§ 2-6 材料拉伸时的力学性能	18
§ 2-7 材料压缩时的力学性能	23
§ 2-8 拉伸(压缩)杆件的强度计算	24
§ 2-9 应力集中的概念	29
§ 2-10 拉压超静定问题	31
习 题	37
第三章 剪切和扭转	42
§ 3-1 剪切的的概念	42
§ 3-2 剪切和挤压的实用计算	42
§ 3-3 扭转的概念	47
§ 3-4 外力偶矩 扭矩和扭矩图	48
§ 3-5 薄壁圆筒的扭转	50
§ 3-6 圆轴扭转时的应力和变形	53
§ 3-7 圆轴扭转时的强度、刚度计算	57
§ 3-8 圆柱形密圈螺旋弹簧	60
§ 3-9 圆轴扭转时斜截面上的应力及扭转破坏分析	62
§ 3-10 矩形截面杆扭转简介	63
习 题	65
第四章 截面的几何性质	70
§ 4-1 截面的静矩和形心	70
§ 4-2 惯性矩 惯性积 惯性半径	72

§ 4-3 平行移轴公式	76
§ 4-4 转轴公式 主惯性矩	78
习 题	80
第五章 平面弯曲	82
§ 5-1 平面弯曲的概念及梁的计算简图	82
§ 5-2 梁的内力——剪力和弯矩	85
§ 5-3 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	87
§ 5-4 载荷集度、剪力和弯矩的关系	90
§ 5-5 平面弯曲时横截面上的正应力	93
§ 5-6 弯曲剪应力	99
§ 5-7 梁的强度计算	104
§ 5-8 非对称截面梁的平面弯曲 弯曲中心	108
§ 5-9 梁的位移 刚度条件	111
§ 5-10 梁的挠曲线微分方程及其积分	113
§ 5-11 用叠加法计算梁的位移	117
§ 5-12 简单超静定梁及其解法	123
§ 5-13 提高梁承载能力的一些措施	126
习 题	129
第六章 应力状态理论和强度理论	137
§ 6-1 一点应力状态的概念	137
§ 6-2 二向应力状态分析的解析法	140
§ 6-3 二向应力状态分析的图解法	144
§ 6-4 三向应力状态	149
§ 6-5 广义虎克定律 体积应变	150
§ 6-6 三向应力状态的弹性变形比能	153
§ 6-7 四个常用的强度理论	155
习 题	161
第七章 组合变形	164
§ 7-1 概 述	164
§ 7-2 斜弯曲	165
§ 7-3 拉伸(压缩)与弯曲的组合	169
§ 7-4 扭转与弯曲的组合	174
习 题	179
第八章 变形能法	184
§ 8-1 杆件变形能的计算	184
§ 8-2 莫尔定理	191
§ 8-3 计算莫尔积分的图形互乘法	196
§ 8-4 卡氏定理	200

§ 8-5 功的互等定理和位移互等定理·····	206
习 题·····	208
第九章 超静定系统 ·····	213
§ 9-1 超静定系统的概述·····	213
§ 9-2 用变形能法解超静定问题·····	214
§ 9-3 力法及正则方程·····	218
习 题·····	224
第十章 动载荷 ·····	227
§ 10-1 概 述 ·····	227
§ 10-2 简单惯性力问题 ·····	227
§ 10-3 构件受冲击时的应力和变形计算 ·····	232
§ 10-4 提高构件抗冲击能力的措施 ·····	238
习 题·····	239
第十一章 交变应力与疲劳强度 ·····	242
§ 11-1 有关交变应力和疲劳破坏的概念 ·····	242
§ 11-2 对称循环下材料持久极限的测定 ·····	245
§ 11-3 影响构件持久极限的因素 ·····	246
§ 11-4 对称循环下构件的疲劳强度计算 ·····	252
§ 11-5 非对称循环下构件的疲劳强度计算 ·····	254
§ 11-6 弯扭组合交变应力下构件的疲劳强度计算 ·····	258
§ 11-7 提高构件疲劳强度的措施 ·····	258
习 题·····	259
第十二章 压杆的稳定性 ·····	262
§ 12-1 压杆稳定性的概念 ·····	262
§ 12-2 两端铰支细长压杆的临界压力 ·····	263
§ 12-3 其他约束情况下细长压杆的临界压力 ·····	265
§ 12-4 临界应力总图 ·····	266
§ 12-5 压杆的稳定计算 ·····	270
§ 12-6 折减系数法 ·····	272
§ 12-7 提高压杆稳定性的措施 ·····	274
习 题·····	276
附录 I 型钢表 ·····	279
附录 II 习题答案 ·····	288

第一章 绪 论

本章除介绍材料力学的任务外,还讨论课程中的一些基本概念,因此其内容对学习材料力学具有指导意义。

§ 1-1 材料力学的任务

任何一个机械或结构都是由单个的构件(或零件)组合而成。它们在工作情况下,各构件都要受到载荷的作用,同时会发生形状和尺寸的改变,即产生变形,并且在构件内部产生一种抵抗变形的效应。当载荷大到一定程度时,构件会丧失承受载荷的能力(简称承载能力),也就是丧失了工作能力。因此为了保证机械或结构能正常地使用,从力学上讲各个构件都必须满足一些基本要求。

(1)强度要求 即要求构件受载时不发生断裂或产生永久变形(永久变形是指载荷卸除后不能随之消失的变形,否则称为弹性变形)。例如起重机的吊索不允许断裂;齿轮相互接触时齿面不允许出现压坑(点蚀),否则由于齿形改变会影响正常工作。

(2)刚度要求 构件在外载的作用下,发生的弹性变形不能超过允许值。例如设计车床主轴时对弹性变形都要加以限制,以免影响零件的加工精度;房屋楼板虽具有足够的强度,但过度的弯曲会使下面的抹灰层开裂。因此必须保证构件具有足够抵抗弹性变形的能力,即具有足够的刚度。

(3)稳定性要求 要求构件在工作情况下,其平衡是稳定的。如一受拉直杆,当拉力增大到将杆拉断,其直线形式的平衡都不改变,这种平衡形式是稳定的。如果受力形式和相应的平衡状态在力增大到一定程度时,突然转换到另一种平衡状态,这种现象称为丧失稳定性,简称失稳。如千斤顶的顶杆、矿井中的支柱,当受压力过大时,该直杆就会从直线受压平衡形式突然变成弯曲的形式。这是一种危险状态,常造成工程事故。因此必须保证构件具有保持原有平衡形式的能力,即具有足够的稳定性。

不同的构件对强度、刚度和稳定性三方面要求的程度有所不同,强度问题是考虑的重点。构件满足强度、刚度、稳定性要求的能力,称为构件的承载能力。

一个构件的合理设计,不但应满足强度、刚度、稳定性的要求以保证安全可靠,同时也应符合经济原则。前者一般要求构件具有较大的截面尺寸和选用较好的材料,后者则希望减小材料用量或选用廉价材料,两者是相互矛盾的。材料力学的任务,就是通过研究构件的强度、刚度、稳定性以及材料的力学性能,在保证既安全可靠又经济节省的前提下,为构件选择适当的材料、确定合理的截面形状和尺寸提供基本理论和计算方法。

构件的强度、刚度和稳定性都和构件所用材料的力学性能有关。这些力学性能需通过测试来确定,也有一些单靠现有理论解决不了的问题,需要借助实验来解决。因此在材料力学中,实验占有重要的地位。

§ 1-2 工程构件的简化模型

任何一门学科对事物进行理论分析时,都要忽略影响很小的因素而把握事物的本质。这就需要作切合实际的简化和理想化的假设。在材料力学中,对工程构件从以下几个方面来考虑:

一、构件的基本形式

工程构件的几何形状比较复杂,大致可归纳为杆、板、块三类。

1. 杆件 长度(纵向)比其他两个方向(横向)的尺寸大很多的构件称为杆件。杆件有两个重要的几何因素:一是垂直于杆件长度方向的截面称为横截面;二是横截面形心的连线称为轴线。如果杆的轴线是直线则称为直杆;轴线为曲线的称为曲杆,见图 1-1。横截面不变的直杆称为等直杆,横截面大小不同的杆称变截面杆。

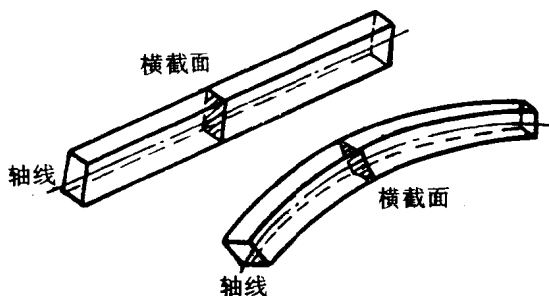


图 1-1

2. 板件 厚度比其他两个方向尺寸小得多的构件称为板件。板的几何特征是平分厚度的面(称为中面)和垂直于中面的厚度。中面为平面的称为平板,中面为曲面的称为壳。

3. 块件 各方向尺寸相差不多的构件称为块件。

杆件是工程中最常见的构件,是材料力学研究的主要对象。

二、变形固体及其基本假设

工程构件所用的材料,如钢、铸铁、木材、混凝土等都是固体。这些固体材料在载荷的作用下会发生变形,因此称为变形固体。

从物质的微观结构来讲,变形固体的组成及性质都是很复杂的。它们由无数不规则排列的微粒组成,各微粒及其在不同方位上的性能并不一样,而且各微粒之间存在空隙。但是材料力学是从宏观的角度来研究构件的承载能力,微粒之间的空隙相对于构件的尺寸来讲极其微小,可忽略不计。同时,一个构件中包含有无数微粒,且各微粒的排列又是不规则的,因此从统计平均的观点来看,微粒性能的不均匀以及每个微粒在不同方向的不同性能显示不出来。于是为达到简化分析并运用数学工具的目的,材料力学对所研究的变形固体作如下几个基本假设:

(1) 连续性假设 认为构件在其整个几何容积内,连续地、毫无空隙地充满了物质。有时称这种物质为连续介质。这样,构件中的一些物理量就可以用坐标的连续函数来表示。

(2) 均匀性假设 认为从构件中任取一部分,不论其大小如何,其力学性能完全相同。于是可选尺寸较小的试件通过实验测定构件材料的力学性能。

(3) 各向同性假设 认为构件材料沿不同的方向具有相同的性质。常用的工程材料,如

金属、塑料、玻璃和浇筑得很好的混凝土等都可以认为是各向同性材料。在今后的讨论中，一般把变形固体都假设为各向同性材料。

有一些材料，如胶合板、纤维织品和木材等，其性能具有方向性，称为各向异性材料。

三、载荷 约束

作用在构件上的外力称为载荷。广义地说，温度和速度的改变，以及过盈装配等都可归结到载荷中去。载荷作用也有简化问题，最明显的就是作用于小面积上的分布力用集中于一的力代替。还有构件之间的连接以及支承，也就是约束，都需要简化。这些在理论力学中已经论述，本书将仅结合实际问题介绍。

四、小变形限制条件

变形固体在载荷作用下可发生两种不同性质的变形：一种是载荷卸除时会消失的变形称为弹性变形，而构件能恢复它的原有形状和尺寸的性质称为弹性；另一种是载荷卸除后不会消失的变形称为塑性变形（或称为永久变形、残余变形）。工程中的常用材料在外力不超过一定范围时，塑性变形极小，因此可以把材料视为理想的弹性体，即只产生弹性变形，而无塑性变形，这个作用的外力范围称为弹性范围。材料力学主要研究弹性范围内构件的承载能力。

外力作用下的弹性变形可能很小，也可能较大。材料力学所研究的是限于“变形与构件的原始尺寸相比极其微小”的范围。这也符合绝大部分工程构件的实际工作情况。在此条件下，当建立构件的平衡方程或对其他一些问题进行分析时，可忽略其变形而按原始尺寸计算。例如计算图 1-2 所示杆固定端的支反力矩时，不需 $M = P(l - \Delta_r)$ 计算而忽略 Δ_r 用 $M = Pl$ 计算。另外，对于各种计算中出现的一些变形量的二次幂或乘积，均可以忽略不计，由此可使问题的分析和计算大为简化，而引起的误差非常微小。

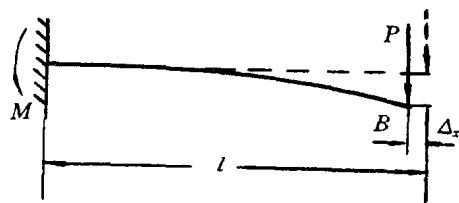


图 1-2

综上所述，材料力学是讨论由均匀、连续、各向同性材料制成的杆件（主要是等直杆），并且在绝大多数场合只限于研究杆件受载后的变形为微小弹性变形的情况。

§ 1-3 内力 截面法和应力

一、内力

内力是构件中一部分和其相邻部分的相互作用力。

我们知道，构件在未受外力作用时，其内部就有内力存在。正是这些内力使各微粒之间保持一定的相对位置，并使构件维持其一定的形状。当外力作用于构件时，构件产生变形。这是微粒间距离改变的结果，同时也引起了粒子间内力的改变。也可以说，构件在原有内力的

基础上出现了“附加内力”，其作用趋势是力图使各微粒恢复到原来的位置。所以附加内力是由外力而引起的，是对变形的一种抵抗力。附加内力随外力的增大而增加，但是对各种材料制成的构件来说，附加内力的增加量是有一定限度的，超过了这个限度，构件就会破坏。因此它和构件的承载能力是紧密联系的。在材料力学中只讨论附加内力，我们简称其为内力。

二、截面法求内力

显示和确定内力的方法是截面法。截面法的依据是“一个处于平衡状态的物体其各部分也应保持平衡”。例如有一直杆，一端固定，一端自由。在自由端位于 xoy 平面内作用有集中力 P_1 、 P_2 和力偶 M_e (图 1-3a)，现欲求截面 mm 上的内力。为此用一平面假想地沿截面 mm 将杆切开，将杆分成 I、II 两部分。先取 I 部分来研究。其上除作用有外力 P_1 、 P_2 和 M_e 外，还有 II 部分对 I 部分的作用，即分布在截面 mm 的内力。显然内力的合成也应在 xoy 平面内，用沿轴向的力 N 、沿 y 向的力 Q 和 xoy 平面内的力偶 M 表示 (图 1-3b)，它们就是应求的内力。此时内力对 I 部分来说就是作用的外力了。由于 I 部分也应处于平衡状态，故由平面力系的平衡条件

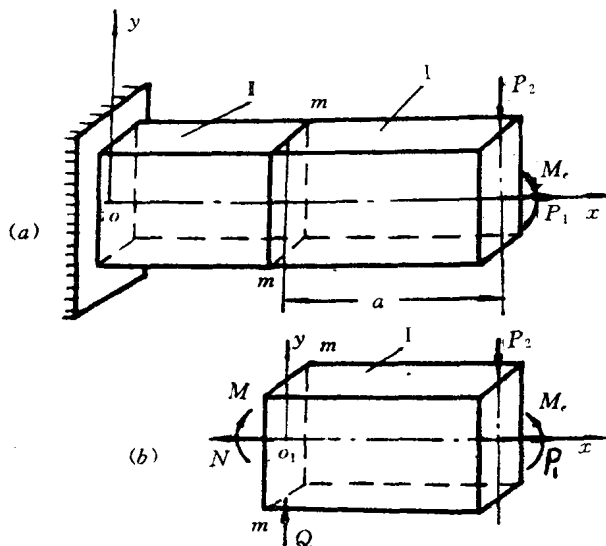


图 1-3

$$\sum X=0, \text{得 } P_1 - N = 0, N = P_1.$$

$$\sum Y=0, \text{得 } Q - P_2 = 0, Q = P_2.$$

$$\sum M_{o_1}=0, \text{得 } M_e - P_2 a - M = 0, M = -P_2 a + M_e.$$

若取 II 部分来研究，应先由整体的平衡方程求出固定端的支反力，然后可由 II 部分的平衡条件求得截面 mm 上的内力 N' 、 Q' 和 M' 。显然 N' 、 Q' 、 M' 和 N 、 Q 、 M 分别为作用力和反作用力的关系，表示 I、II 部分之间的相互作用力。

上述截面法求内力的过程可归纳如下：

- (1) 切开 在需求内力的截面内，将构件假想地截开为两部分。
- (2) 代替 抛弃一部分，留下一部分，抛弃部分对留下部分的作用以内力来代替。
- (3) 平衡 根据留下部分的平衡条件，由已知外力求未知内力。

截面法求内力在材料力学中占有重要的地位，我们应给予充分注意。

三、应力的概念

显然，同样大小的内力分布在较小面积上的作用比分布在较大面积上的作用大。因此为研究强度问题，仅仅知道截面上的内力总和是不够的，还需进一步知道截面上各点处的内力

密集程度,即知道内力集度。

内力在一点处的集度称为该点的应力。为说明截面上任意一点 C 处的内力集度,可环绕 C 取一小面积 ΔA (图 1-4)。设作用在小面积上的内力有 ΔP ,那么在 ΔA 上内力的平均集度为

$$p_m = \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

称为 ΔA 上的平均应力。

即使是小面积 ΔA ,它上面的内力 ΔP 一般也不是均匀分布的。因此 p_m 将随所取 ΔA 的大小而异,它还不能表明内力在 C 点的真实强弱程度。当 ΔA 无限变小而趋于 C 点,平均应力 p_m 趋于某一极限值,我们称其为 C 点的全应力 p

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

应力的量纲为[力]/[长度]²,单位常用 Pa(1Pa=1N/m²)。由于此单位较小,材料力学中常用 MPa 和 GPa(1MPa=10⁶Pa,1GPa=10⁹Pa)。

全应力 p 是个矢量,为了研究的方便和需要,我们总是将它分解为垂直于截面和平行于截面的两个分量。前者称为正应力(或法向应力),用 σ 表示;后者称为剪应力(或切向应力),用 τ 表示。

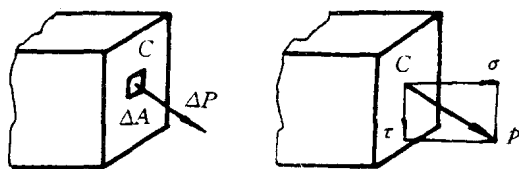


图 1-4

§ 1-4 位移 变形和应变

一、位移

构件受力变形后,在构件上的各个点、各条线和各个面都可能发生空间位置的改变,这种改变称为位移或变位。

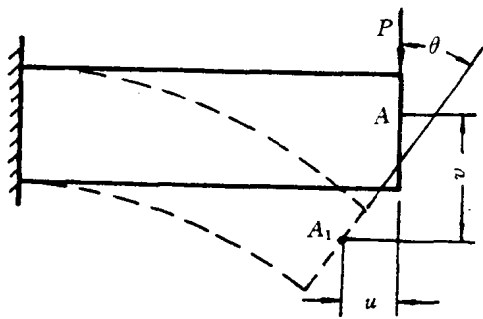


图 1-5

从构件内某一点的原来位置到它的新位置所连直线表示的矢量称为该点的线位移。构件内某一直线段或平面在位置改变中所旋转的角度,称为这条线或这个平面的角位移。例如图 1-5 所示的直杆,在自由端受集中力 P 作用,变形后成为图中虚线所示的形状。这时,杆端 A 点的总线位移为 AA_1 ,垂直于杆轴线方向的线位移为 v ,沿杆轴线方向的线位移为 u ,而杆端面的角位移为 θ 。

二、变形与应变

现从图 1-5 中绕构件内某点取一微小的正六面体(今后常称为单元体)投影到纸面,如

图 1-6 所示。在微小变形的情况下,单元体的变形表现为边长的改变和直角的改变。

单元体边长的改变称为线变形。如图 1-6a 所示单元体的水平边长为 Δs , 变形后为 $\Delta s + \Delta u$ 。 Δu 称为 Δs 的绝对线变形, 或简称线变形, Δu 与原长 Δs 有关。为了反映 Δs 方向的变形程度, 用单位长度内的平均改变量, 即

$$\epsilon_m = \frac{\Delta u}{\Delta s}$$

来表示, ϵ_m 称为平均线应变。当 Δs 趋近于零时, 有

$$\epsilon = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta s} = \frac{du}{ds}$$

表示构件内该点沿水平方向的线应变。

按照相同的方法也可以定义铅垂方向的线应变。变形时长度增加为拉应变, 长度减少时为压应变。

单元体各边互成直角, 变形后直角的改变量 γ 称为角应变或剪应变(图 1-6b)。

线应变 ϵ 和角应变 γ 都是无量纲的量, 角应变用弧度来度量。

正应力 σ 和线应变(常简称为应变) ϵ 、剪应力 τ 和剪应变 γ 存在着紧密的关系, 今后将详细讨论。

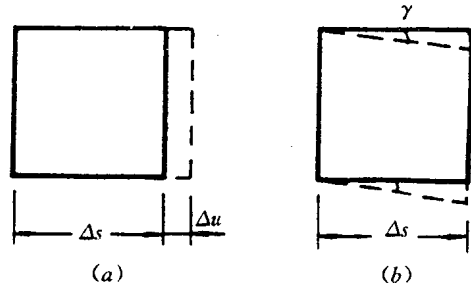


图 1-6

§ 1-5 杆件变形的基本形式

在不同形式的外力作用下, 杆件将发生不同形式的变形。但基本形式总不外下列几种:

1. 轴向拉伸或压缩(图 1-7a, b) 即在一对大小相等、方向相反、作用线与轴线重合的外力的作用下, 杆件的长度发生伸长或缩短。

2. 剪切(图 1-7c) 即在一对作用线垂直杆轴且相距很近、大小相等、方向相反的外力作用下, 杆件的横截面沿外力的作用方向发生错动。

3. 扭转(图 1-7d) 在一对大小相等、转向相反、作用平面与杆轴垂直的力偶作用下,

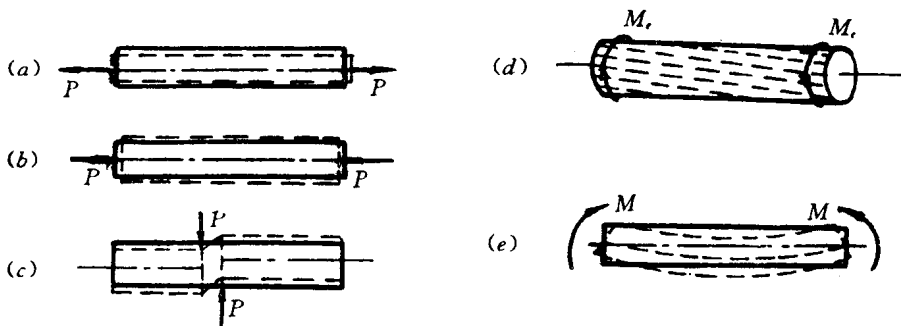


图 1-7

杆的任意两横截面发生绕轴线的相对转动。

4. 平面弯曲 这种基本变形是由于垂直于杆件轴线的横向力作用,或作用于与杆轴线平行的某平面内的力偶引起的,表现为杆件的轴线由直线变成平面曲线。图 1-7e 表示一最简单的平面弯曲变形情况。

工程实际中的构件,可能同时承受不同形式的外力而发生比较复杂的变形,但都可以看成是上述基本变形的组合。我们把两种或两种以上基本变形组成的复杂变形称为组合变形。

以后各章将先分别研究每一种基本变形,然后再讨论组合变形。

第二章 轴向拉伸和压缩

轴向拉伸和压缩是杆件最简单的受力变形形式。拉压问题所涉及的一些基本概念和基本方法虽然比较简单,但它在材料力学中却具有一定的代表性。本章的目的是通过对这种简单受力形式下的应力、变形计算,对应力、应变的概念,确定内力的基本方法,材料的拉压力学性能以及强度计算的步骤,有一个比较全面的了解。

§ 2-1 拉伸和压缩的概念

一、工程实例

工程实际中常会遇到许多受拉伸或压缩的杆件。例如液压传动机构中的活塞杆,在油压和工作阻力作用下受拉伸(图 2-1a);内燃机的连杆,在燃气爆发冲程中受压缩(图 2-1b)。此外如起重用的绳索、拧紧的螺栓都是受拉伸的例子;混凝土模板的支柱、桥梁的桥墩都是受压缩的例子。

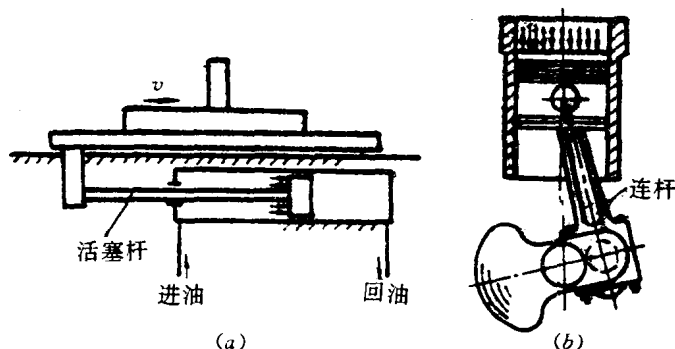


图 2-1

二、计算简图

上述受拉伸或压缩的杆件,虽然形状各有差异,加载方式也互不相同,但是若把杆件的形状和受力情况进行简化,均可画成图 2-2 所示的计算简图。

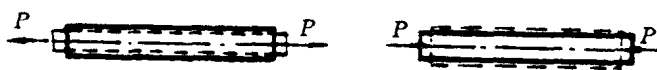


图 2-2

这类杆件受力和变形的共同特点是：作用于杆件上外力合力的作用线与杆件的轴线重合，杆件的主要变形是沿轴线方向均匀的伸长或缩短。这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩，该杆件称为拉杆或压杆。

§ 2-2 拉(压)杆横截面上的内力

一、内力计算

要进行杆件的强度和刚度计算，首先要分析杆件的内力。现以图 2-3a 所示的拉杆为例，为确定杆件横截面 mm 上的内力，应用截面法。用假想的平面将杆件沿横截面 mm 截开，杆件左右两段在横截面 mm 上相互作用的

$$N = P$$

内力是一个分布力系(图 2-3b 和 c)。设其合力为 N ，由平衡条件 $\sum X=0$ 可得

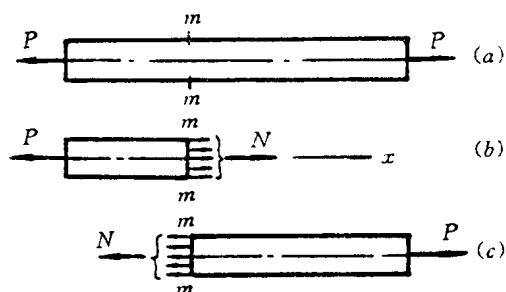


图 2-3

重合， N 称为轴力。轴力的正负符号根据杆件的变形而定，一般规定：拉伸时的轴力为正，压缩时的轴力为负。如图 2-3b 和 c 中的轴力 N 均为正。

若沿杆件轴线作用的外力多于两个，仍可用截面法确定各杆段的轴力。如图 2-4a 所示的杆 ABC 在 P_1 、 P_2 、 P_3 三力作用下处于平衡。计算 AB 段轴力时，沿 11 截面在 AB 段内将杆截开，取左段为研究对象(图 2-4b)，以 N_1 表示 11 截面上的轴力。由平衡条件 $\sum X=0$ ： $N_1 - P_1 = 0$ ，求得 AB 段的轴力 $N_1 = P_1 = 2\text{kN}$ 。同样，计算 BC 段轴力时，沿 22 截面在 BC 段内将杆截开，仍取左段为研究对象(图 2-4c)，以 N_2 表示 22 截面上的轴力。注意，一般都先假设为拉力，再由平衡条件 $\sum X=0$ ： $N_2 - P_1 + P_2 = 0$ ，求得 BC 段的轴力 $N_2 = P_1 - P_2 = -1\text{kN}$ 。

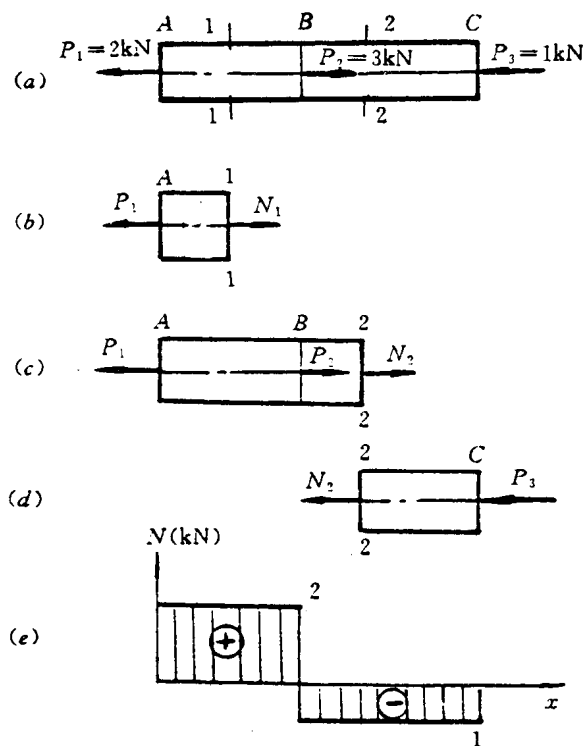


图 2-4

所得结果为负,说明假设轴力方向与实际方向相反,它应是压力,恰好与轴力符号规定一致。计算 BC 段轴力时,也可取右段作为研究对象(图 2-4d),不过这里千万注意, N_2 也先假设为拉力(即箭头与该截面外法向一致,如图 2-4d),由右段平衡条件同样可得 $N_2 = -P_3 = -1\text{kN}$ 。一般用截面法将杆件截开以后,取外力个数较少的部分作为研究对象,这样计算比较简单。

二、轴力图

为了形象地表示轴力沿杆件轴线的变化情况,我们用平行于杆轴的 x 坐标表示杆件横截面位置,用垂直于杆轴的 N 坐标表示轴力的大小,按选定的比例绘出表示轴力与截面位置关系的图线,这种图线称为轴力图。图 2-4e 即为 ABC 杆的轴力图。(注意轴力图 2-4e 应与计算简图 2-4a 上下对应)

例 2-1 杆件受力如图 2-5a

所示,试绘制轴力图。

解:(1)计算各段杆的轴力

AB 段:用假想平面在 AB 段内将杆截开,取左段为研究对象(图 2-5b),截面上的轴力假设为拉力,用 N_{AB} 表示。由左段平衡条件

$$P + N_{AB} = 0$$

得

$$N_{AB} = -P$$

负号说明实际为压力。

BC 段:运用截面法在 BC 段内将杆截开,取左段为研究对象(图 2-5c)。由左段平衡条件可得

$$N_{BC} = P - P = 0$$

CD 段:类似上述步骤(图 2-5d),可得

$$N_{CD} = -P + P + 2P = 2P$$

(2)轴力图如图 2-5e 所示

初学者计算轴力很容易出错,主要原因是习惯于应用截面法求内力,而是从主观出发。如上例,错误地认为 BC 段截面上的内力就是附近所作用的外力,即 $N_{BC} = -2P$,这显然是错误的。轴力是内力,它与外力有关,但又不同于外力。当用截面法将杆截开分成两部分时,截面上的内力与作用在杆件任一部分上的外力组成平衡关系,据此即可求出截面上的内力。

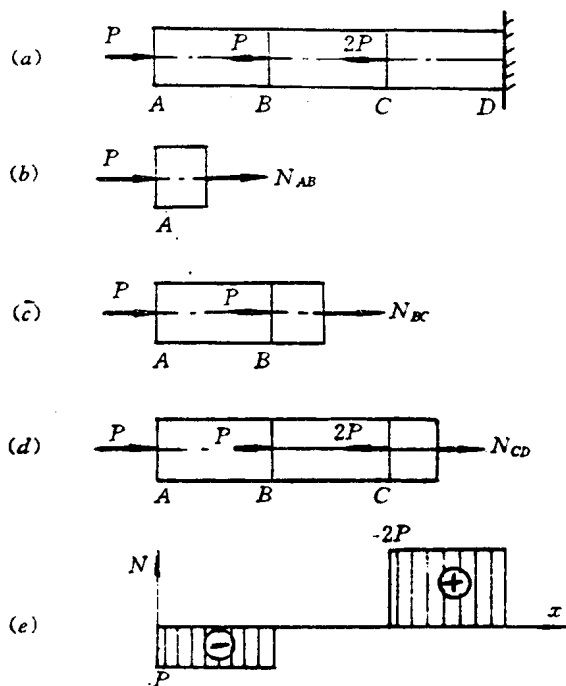


图 2-5