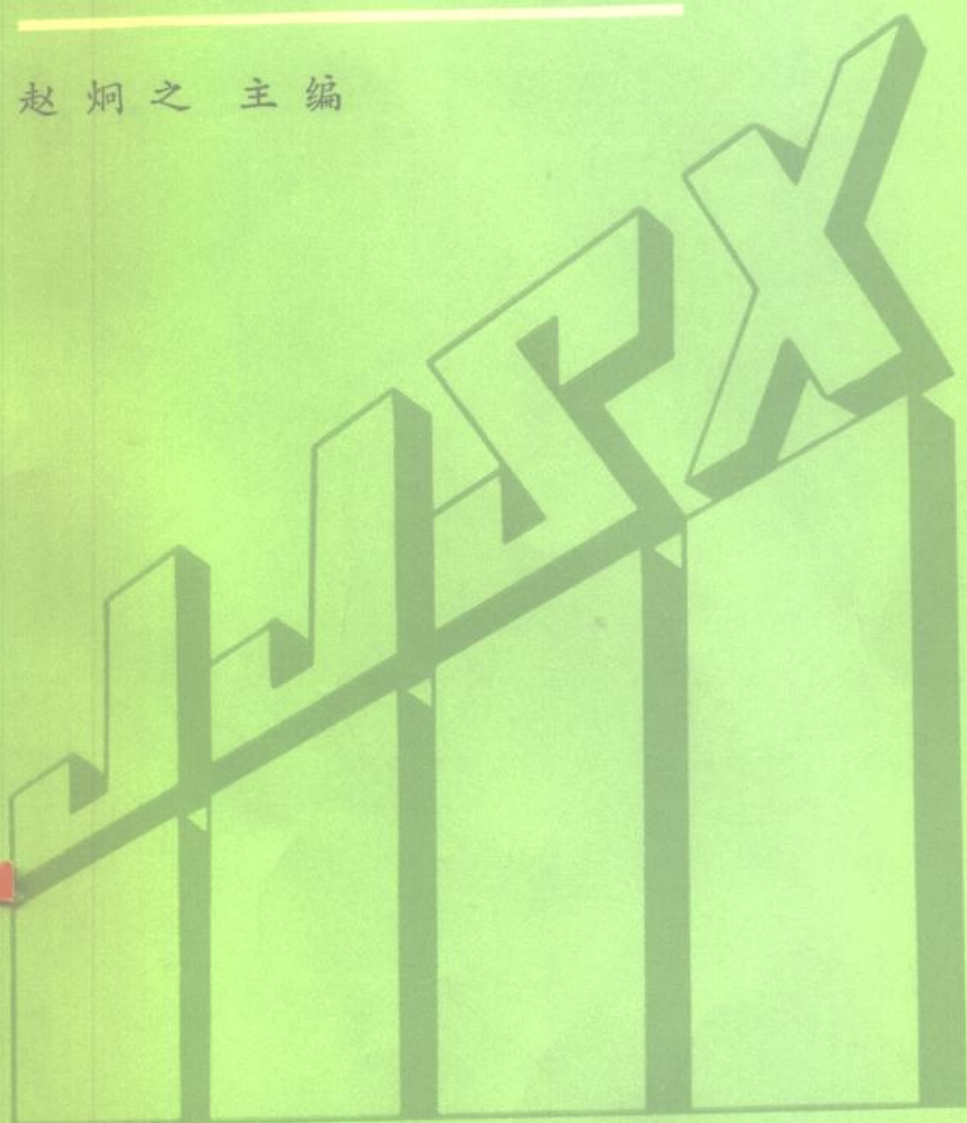


经济数学手册

赵炯之 主编



中国林业出版社



经济数学手册

赵炯之 米天林 编
沈乃录 邓运能
赵炯之 主编



中国林业出版社

内 容 简 介

本书包括初等数学、微积分、线性代数、线性规划、概率论与数理统计、经济预测数学模型等六部分,比较完整地构成经济数学模式而每一部分又自成体系,可供读者自行选用。

本书是根据作者多年在财经院校从事《经济数学》教学、科研中积累的经验和资料,严格而扼要地叙述了经济学科中所需要的数学知识,基本公式、图形与表格,列举了比较丰富的经济实例与数学模型,对读者能起到“举一反三”的示范作用。

本书可供财经院校、电大、函大、夜大的学生、研究生与教师以及经济科技人员参考。

经济数学手册

赵炯之 米天林 编

沈乃录 邓运能

赵炯之 主编

中国林业出版社出版 新华书店北京发行所发行

中国科学院印刷厂印刷

787×1092 毫米 32 开本 16.625 印张 379 千字

1988 年 8 月第一版 1988 年 8 月第一次印刷

ISBN 7-5038-0156-5/O · 0002

定 价: 5.10 元

序

当今的经济学科在不断发展，迫使广大经济理论工作者和经济管理工作，需要对复杂的经济现象进行定量分析，并通过量的分析以达到准确的定性。因此人们必须运用经济数学等手段，对经济规律进行分析、预测和决策，可以说，在近代经济分析中，只有应用数学成果对经济规律进行研究，才能掌握经济活动的根本性质，正因为如此，目前的经济学，它已经和数学中的一些重要分支，如运筹学、数理统计学、信息论等学科融为一体，同步发展，形成了诸如经济预测与决策学、数理经济学、经济计量学、经济信息论等边缘学科，数学在不断开拓经济研究的新领域。也可以说，人们把不同的数学形式表示不同质的经济思想和经济规律，使经济学和数学结成不解之缘，它是现代经济科学发展的必然。

为了加速我国社会主义四个现代化建设的进程，更好地进行经济体制改革，促进科学的经济管理，提高经济效益，使我们对经济数量方面的研究更为迫切。但是广大经济工作者在处理经济问题和从事经济理论的研究中又深感这方面知识的不足，《经济数学手册》就是为了适应这一迫切要求而编写的。我们希望这本手册对广大经济工作者在知识结构上充分发挥填平补空的作用，并与他们结为“良师益友”。

《经济数学手册》可以作为一本工具书，它包括初等数学、微积分、线性代数、线性规划、概率论与数理统计、经济预测数学模型等六部分，比较完整地构成经济数学模式而每一部分又自成体系，可供读者自行选用。总之，该《手册》是按照广大

经济工作者的意见，根据我们多年在财经院校从事《经济数学》教学、科研的经验和积累的资料，严格而扼要地叙述了经济学科中所需要的数学知识、基本公式、图形与表格，列举了比较丰富的经济实例与数学模型，对读者能起到“举一反三”的示范作用，并可解决广大经济工作者与科技人员所碰到的数学问题。

《经济数学手册》以短少、精练、实用、方便查阅、密切联系经济实际为宗旨，既通俗易懂又启迪思维，它不仅能使广大经济工作者学习数学知识得益，还可作为财经院校、电大、函大、夜大的学生、研究生与教师以及经济科技人员的参考书。

由于我们在编写过程中参阅了大量国内、外有关著作和资料，其中并引用了一些，为此仅向原作者表示谢意。

参加本手册编写的有中国金融学院赵炯之，还有米天林、沈乃录、邓远能等同志，由赵炯之同志主编。在编写过程中，周亦萍同志提供了部分素材，关大澍、李德林二同志提出宝贵的修改意见，孟广德、杨锡屏、王启萍等同志对《手册》给予了热情的支持与帮助，特别是陈忠同志一贯的多方面的指导与帮助，才使《手册》得以与读者见面，在此对他们表示深切的谢意。

由于编者水平有限，而时间又特别仓促，不妥之处肯定不少，恳切希望专家、学者及广大读者给予批评指正。

1987年5月1日于北京

• • •

目 录

第一篇 初等数学	1
第一章 初等代数	2
§ 1.1 实数系及其基本运算律	2
§ 1.2 复数的表示法与运算	2
§ 1.3 数列	4
§ 1.4 乘法公式与因式分解	6
§ 1.5 分式	7
§ 1.6 根式	9
§ 1.7 比例	9
§ 1.8 不等式	10
§ 1.9 指数与对数	13
§ 1.10 排列、组合与二项式定理	14
§ 1.11 排列、组合例题	17
§ 1.12 二、三阶行列式	20
§ 1.13 方程组与一元二次方程.....	22
第二章 初等几何	25
§ 2.1 任意三角形	25
§ 2.2 四边形面积	26
§ 2.3 正多边形	27
§ 2.4 圆	29
§ 2.5 旋转体	31
§ 2.6 棱柱与棱锥	33
§ 2.7 正多面体的表面积及体积数值表	33
第三章 平面三角、三角函数与反三角函数	34

§ 3.1	弧与度的关系	31
§ 3.2	三角函数	34
§ 3.3	三角函数的图形与表示	38
§ 3.4	三角函数的各种公式	38
§ 3.5	反三角函数	42
§ 3.6	三角形基本定理	44
第四章	平面解析几何	48
§ 4.1	三个基本公式	48
§ 4.2	直线的斜率 k	50
§ 4.3	直线方程	50
§ 4.4	点线距离	51
§ 4.5	两直线夹角及平行垂直条件	52
§ 4.6	圆	52
§ 4.7	椭圆	53
§ 4.8	抛物线	54
§ 4.9	双曲线	56
§ 4.10	曲线的参数方程与重要曲线	57
第二篇	微积分	59
第一章	集合	60
§ 1.1	集合的概念	60
§ 1.2	集合的关系与运算	61
第二章	函数的极限与连续	66
§ 2.1	函数的概念	66
§ 2.2	函数的极限	78
§ 2.3	函数的连续	81
第三章	一元函数微分学	84
§ 3.1	一阶导数	84
§ 3.2	高阶导数	87
§ 3.3	微分	89
§ 3.4	中值定理与洛必塔法则(导数应用之一)	91

§ 3.5	函数的弹性(导数应用之二)	96
§ 3.6	函数图象的主要几何特性(导数应用之三)	99
§ 3.7	函数的最值问题(导数应用之四)	102
第四章	多元函数微分学	106
§ 4.1	多元函数的微分法则	106
§ 4.2	多元函数微分学的应用	110
第五章	不定积分	120
§ 5.1	不定积分概念	120
§ 5.2	不定积分法则	121
§ 5.3	常用不定积分公式	128
第六章	定积分	134
§ 6.1	定积分的概念与基本性质	134
§ 6.2	定积分的计算法则	136
§ 6.3	定积分的近似计算	138
§ 6.4	广义积分	139
§ 6.5	含参数积分	141
§ 6.6	常用定积分表	145
§ 6.7	定积分在经济学中应用	145
第七章	多元函数的积分	149
§ 7.1	重积分	149
§ 7.2	对坐标的积分	153
§ 7.3	积分的应用	154
第八章	无穷级数	158
§ 8.1	数项级数	158
§ 8.2	幂级数	164
§ 8.3	泰勒级数	167
§ 8.4	级数的应用	171
第九章	常微分方程	175
§ 9.1	常微分方程的一般概念	175
§ 9.2	一阶方程	176
§ 9.3	二阶方程	182

第三篇 线性代数	189
第一章 n 阶行列式	190
§1.1 n 阶行列式的定义与性质	190
§1.2 几个特殊的行列式	194
§1.3 行列式的计算	195
第二章 n 维向量	199
§2.1 n 维向量空间	199
§2.2 向量组的线性相关性	202
§2.3 向量组的秩	204
§2.4 向量的内积	206
第三章 矩阵	210
§3.1 矩阵的概念	210
§3.2 矩阵的运算	211
§3.3 几类特殊矩阵	217
§3.4 矩阵的初等变换	223
§3.5 矩阵的秩	229
第四章 线性方程组	234
§4.1 含 n 个未知量 n 个方程的线性方程组	234
§4.2 一般线性方程组	241
第五章 特征根与特征向量	254
§5.1 相似矩阵	254
§5.2 特征根与特征向量	254
§5.3 矩阵 A 与对角形矩阵相似的条件	258
第六章 二次型	264
§6.1 二次型及其标准形	264
§6.2 实二次型的分类及判定条件	271
第七章 投入产出法	274
§7.1 投入产出法及其分类	274
§7.2 全国的产品投入产出模型	275
§7.3 产品投入产出静态模型	278

§7.4	投入产出法在地区、部门、企业中的应用	286
第四篇	线性规划	293
第一章	线性规划问题及其数学模型	294
§1.1	线性规划所研究的主要问题	294
§1.2	在经济领域中的线性规划问题及其数学模型	295
§1.3	线性规划问题的标准形式	302
第二章	线性规划问题解的基本定理	306
§2.1	线性规划问题的图解法	306
§2.2	线性规划问题解的基本定理	310
第三章	一般线性规划问题的解法——单纯形法	312
§3.1	对应于基 B 的单纯形表	312
§3.2	换基迭代	322
§3.3	已知可行基求最优解	326
§3.4	求第一个可行基的方法——两阶段法	340
第四章	对偶线性规划问题	351
§4.1	对偶线性规划问题及其性质	351
§4.2	对偶问题的经济解释——影子价格	358
第五章	运输问题的表上作业法	361
§5.1	运输问题的数学模型及其特性	361
§5.2	初始调运方案的编制——最小元素法	362
§5.3	最优调运方案的判别——闭回路法	368
§5.4	调运方案的调整	370
第五篇	概率论与数理统计	375
第一章	概率论	375
§1.1	事件与概率	376
§1.2	随机变量及其分布函数	384
§1.3	数字特征	397
§1.4	极限定理	406
第二章	常用数理统计方法	412
§2.1	抽样分布	412

§2.2	参数估计	416
§2.3	假设检验	423
§2.4	回归分析	431
§2.5	方差分析	446
第六篇	经济预测的数学模型	463
第一章	简单预测法	463
§1.1	算术平均法	463
§1.2	加权平均法	466
第二章	时间序列分析预测法	471
§2.1	移动平均法	471
§2.2	几何平均法	472
§2.3	调和平均法	474
§2.4	指数平滑法	475
第三章	回归分析预测法	477
§3.1	一元线性回归的最小二乘法	477
§3.2	相关系数 r	481
§3.3	标准差的计算	481
§3.4	预测误差计算	482
§3.5	t 检验与序列相关检验	483
§3.6	多元线性回归分析	485
第四章	其他预测法	489
§4.1	各种曲线预测法	489
§4.2	马尔科夫预测法	490
附:	经济数学用表	492

1

第一篇 初等数学

人们常说,干任何事情,心中一定要有底。而对一个经济工作者来讲,就是经常要做到“心中有数”。因为数和数的运算、数的图形与表格能反映出错综复杂和千变万化的经济规律。大至一个国家,一个地区的经济发展规划,小至一个工厂、一个企业的统计报表都是要和数打交道的。对于一个经济工作者来说,首先要学习的就是初等数学,这不但必要而且是势在必行的事情。不仅如此,熟悉了初等数学,又为学习高等数学和其他经济数学分支打下了扎实的基础。

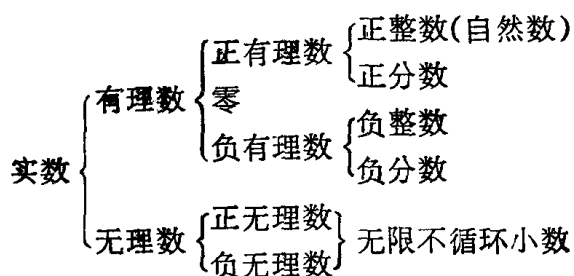
本篇将系统地介绍在经济数学中经常用到的初等数学的基本公式与基本运算律。特别对于初学者难于掌握的三角函数运算与排列组合作了详细的讨论,若干实例有助于读者学到解决实际问题的方法。

第一章 初等代数

§ 1.1 实数系及其基本运算律

现在我们介绍实数的概念与实数的运算律，通常我们用 $a, b, c, \dots$ 表示实数。

一、实数系表



二、实数基本运算律

实数服从如下运算法则

(1) 交换律 $a + b = b + a$

$$ab = ba$$

(2) 结合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$

$$(ab)c = a(bc)$$

(3) 分配律 $(a + b)c = ac + bc$

§ 1.2 复数的表示法与运算

复数通常用 $a + bi$ 表示，它由实数与虚数两部分组成，虚数包括纯虚数 bi 与非纯虚数 $a + bi$ ($a \neq 0$)，这里 $i =$

$$\sqrt{-1}.$$

一、复数系表

$$\begin{array}{l} \text{复数} \\ (a+bi) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{实数} (b=0) \\ \text{虚数} (b \neq 0) \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{纯虚数} (a=0, b \neq 0) \\ \text{非纯虚数} (a \neq 0, b \neq 0) \end{array} \right.$$

二、共轭复数

复数 $z = a + bi$ 的共轭复数是 $\bar{z} = a - bi$.

三、复数的三种表示法及其相互关系

(1) 代数式 $A = a + bi$

(2) 三角式 $A = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

(3) 指数式 $A = re^{i\varphi}$

(4) 相互关系 $\begin{cases} a = r \cos \varphi \\ b = r \sin \varphi \end{cases}, \quad \begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} \end{cases}$

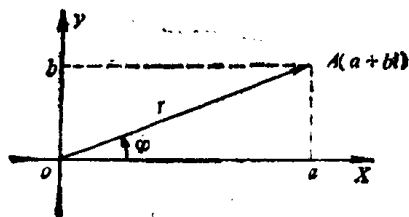


图 1.1

四、复数的运算法则

(1) 代数式

$$(a+bi) \pm (c+di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$$

$$(a+bi)(c+di) = (ac - bd) + (bc + ad)i$$

$$(a+bi) \div (c+di) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$

(2) 三角式

$A = R(\cos \alpha + i \sin \alpha), B = r(\cos \beta + i \sin \beta)$, 则

$$AB = Rr[\cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)]$$

$$\frac{A}{B} = \frac{R}{r}[\cos(\alpha - \beta) + i \sin(\alpha - \beta)]$$

$$A^n = R^n[\cos n\alpha + i \sin n\alpha]$$

$$A^{\frac{1}{n}} = R^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\alpha + 2k\pi}{n} \right],$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

(3) 指数式

设 $A = Re^{i\alpha}, B = re^{i\beta}$, 则

$$AB = Rre^{i(\alpha+\beta)}, \quad \frac{A}{B} = \frac{R}{r} e^{i(\alpha-\beta)}$$

$$A^n = R^n e^{in\alpha}, \quad A^{\frac{1}{n}} = R^{\frac{1}{n}} e^{i \frac{\alpha + 2k\pi}{n}},$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

五、虚数单位的乘方

$$i = \sqrt{-1}, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, \dots,$$

$$i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i.$$

§ 1.3 数 列

一、数列的定义

按某种规则排列着的一列数, 如 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 称为数列, 一般记为 $\{a_n\}$.

二、两个重要数列(等差数列与等比数列)

(1) 等差数列. 一数列从第二项起, 每项减前一项, 若差等于同一个常数, 则这个数列称为等差数列. 形如:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \text{ (公差为 } d \text{)}$$

1) 一般通项(第 n 项)为

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

2) 前 n 项和为

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) \\ &\quad + \cdots + [a_1 + (n-1)d] \\ &= \frac{a_1 + a_n}{2} n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} d \end{aligned}$$

3) 等差中项

若 a, b, c 成等差数列, 则 $b = \frac{1}{2}(a + c)$

(2) **等比数列.** 一数列从第二项起, 每项比前项, 若比值为同一常数, 则这个数列称为等比数列. 形如:

$$a_1, a_1q, a_1q^2, \cdots, (\text{公比为 } q)$$

1) 一般通项为

$$a_n = a_1q^{n-1}.$$

2) 前 n 项和为

$$S_n = \frac{a_1 - a_nq}{1 - q} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}.$$

3) 等比中项

若 a, b, c , 成等比数列, 则 $b = \pm\sqrt{ac}$

4) 无穷递减等比数列的和为

$$S = \frac{a_1}{1 - q} \quad (|q| < 1)$$

三、若干数列的前 n 项和列举

$$(1) 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(1 + n)$$

$$(2) 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

(奇数列前 n 项和)

$$(3) 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n + 1)$$

(偶数列前 n 项和)

$$(4) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1).$$

$$(5) 1^2 + 3^2 + 5^2 + \cdots + (2n-1)^2 \\ = \frac{1}{3} n(4n^2 - 1).$$

$$(6) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{1}{2} n(n+1) \right]^2 \\ = \frac{1}{4} n^2(n+1)^2$$

$$(7) 1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2 - 1)$$

$$(8) 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n+1) \\ = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$$

$$(9) 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \cdots \\ + n(n+1)(n+2) \\ = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3).$$

$$(10) \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \\ = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

$$(11) \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots \\ + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right).$$

§ 1.4 乘法公式与因式分解

(1) 两数和的平方公式