

工程结构优化设计

钱令希 著

水利电力出版社

51691

工程结构优化设计

钱令希 著

水利电力出版社

内 容 提 要

本书用工程力学的观点介绍结构优化设计的理论与方法，也就是将力学的概念和方法与现代优化技术结合起来，使工程结构的设计按一定的目标尽可能得到优化。

全书共分七章，内容包括：绪论；分部优化法；整体优化和分部优化的结合；统一的整体优化及DDDU程序系统；几何规划的应用；线性规划的应用；若干优化理论的探讨。

书末关于优化数学的两个附录为库-塔-克(Kuhn-Tucker)条件和对偶规划。

本书可供工程设计和科学研究人员使用，也可供有关高等院校师生参考。

2006/10/1

工程结构优化设计

钱令希 著

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 9.75印张 258千字

1983年3月第一版 1984年9月北京第二次印刷

印数 4361—11220册 定价 1.75元

书号 15143·5056

前 言

随着时代的发展,对工程结构的要求越来越高,结构设计需要考虑的因素也越来越多,用传统的设计方法已难于解决这样复杂的问题。因此,要把结构设计作到尽量符合理想,就需要有符合现代化的结构优化理论和方法。

尽管现代化结构优化设计的研究工作已经进行了多年,但在应用方面尚未普及。这主要是由于过去的研究工作与实际应用的结合不够,理论和方法还不够成熟,在设计中存在一些传统的工作习惯,对新的工作方法还不易接受。为解决这些问题,急于求成是不可能的,需要从现实的情况出发,循序渐进,多作宣传普及,将新的理论和方法逐步地应用于实际,为工程建设服务。这也就是本书的编写目的。

本书是用工程力学的观点介绍结构优化设计的理论和方法,反映了大连工学院工程力学研究所近年来在这方面的研究工作与体会。其中,第四章“统一的整体优化及DDDU程序系统”系隋允康同志执笔;第七章“若干优化理论的探讨”系程耿东同志执笔。

希望这本书的出版,能对结构优化设计的研究工作和实用方面起到促进作用。书中不足之处请读者指正。

目 录

前言

第一章 绪论	1
第二章 分部优化法	9
一、满应力法与分部优化的概念	9
二、钢构件的优化设计	16
三、钢筋混凝土构件的优化设计	25
四、桁架结构的分部优化设计	31
五、钢框架的分部优化设计	36
六、钢筋混凝土框架的分部优化设计	45
第三章 整体优化和分部优化的结合	51
一、引言	51
二、带变位约束的结构优化设计	55
三、受弯构件的设计变量和相应的刚度阵与质量阵	74
四、带频率禁区的结构动力优化设计——截面优化	80
五、带频率禁区的结构动力优化设计——几何优化	93
六、结构的近似重分析方法	116
第四章 统一的整体优化及DDDU程序系统	123
一、引言	123
二、优化数学模型和求解策略	124
三、单元与约束函数的有关公式	139
四、程序编制、使用及其算例	151
第五章 几何规划的应用	177
一、引言	177
二、几何规划介绍	178
三、几何规划用于钢框架优化设计	188
四、几何规划用于钢筋混凝土框架优化设计	195
五、几何规划用于船舶舱壁优化设计	206

第六章 线性规划的应用	211
一、引言	211
二、预应力钢桁架的优化设计	213
三、平面刚架的塑性优化设计	222
第七章 若干优化理论的探讨	238
一、引言	238
二、米歇尔桁架理论	238
三、同步失效准则设计	244
四、分布参数结构优化设计	249
五、实心弹性薄板的优化	258
附录A 库-塔克条件	275
附录B 对偶规划	290
参考文献	302

第一章 绪 论

任何时代都要设计和建造工程结构物。时代越进步，对结构的要求就越高，设计中要考虑的因素也越复杂，而用传统的设计方法往往就难以应付了。如果要把结构设计得尽量符合理想，那就更需要有新的现代化的结构优化的理论与方法。

传统的结构设计，在某种程度上可以说是一种艺术，要求人们根据经验和通过判断去创造设计方案，随后的力学工作实质上是对给定的方案作力学的分析，校核它是否安全和可行。力学工作者经过长期的努力，建立了可靠的结构分析理论与方法，并有效地为工程服务。但是人们也完全意识到这只是做到了“分析结构”，而更重要的服务还在于要“设计结构”。也就是说，人们不仅要说明世界，问题在于要改造世界。过去的结构力学研究，主要着眼于分析和计算各种结构在外界因素作用下的受力和变形等力学反应，现在则应迈出一大步，把结构优化设计也作为研究的任务。

“设计”一词，本身就包含了优化的概念，设计出来的方案不应只是可用和比较合理，而应该是追求尽可能理想的方案。结构优化设计又称“结构综合”，这是相对于“结构分析”而言的，它要综合各方面的因素、要求、约束条件等等，从而产生一个理想的设计。可以设想，它的复杂和困难的程度要比结构分析大得多，也可以说二者有量级上的差别。

六十年代初，有两件事给结构优化设计的发展以莫大动力。其一是有限元法解决了复杂结构的分析问题。要优化设计必须先会正确分析，这样，有限元法就为发展优化设计提供了良好的条件。其二是数学规划的被引入^[4-6]。把优化设计作为非线性规划的一个命题，看来是最恰当不过了，只要把优化追求的目标

和设计应受的种种约束作出数学描述,剩下的问题仅需把数学家研究出来的数学规划方法搬来求解,而优化方法种类繁多,各有巧妙,利用电子计算机作数值求解,其解题的能力比之过去经典的变分解法,真是有天壤之别。看来,一切条件具备,优化设计的发展将是一帆风顺的。最初曾将数学规划的方法试用于几个简单的桁架结构,发现以前凭直觉想象的“满应力准则法”不一定就是最轻设计,尽管在很多情况是接近最轻设计,所以就一心走数学规划的道路。但结构优化问题的变量多,约束也多,并且大都是复杂的隐式函数,每做一次重分析的工作量浩大,如直接搬用数学优化的各种各样数值搜索最优解的方法,也只能解决一些规模比较小的例题,遇上稍为复杂的实际结构系统,要求迭代和重分析的次数就急剧增加,其计算工作量之大,即使用能力很大的电子计算机也很难胜任。因此,很多研究工作者试验了各种现成的数学上可行的方法,却都感到事与愿违,并不能导致能够为人乐于接受的实用方法。到1968年前后^[4-13],人们不得不重新考虑回到比较现实的基础上,一是把优化的目标和约束的性质局限于较低的水平,譬如只考虑变化结构构件的截面尺寸,在单一或很少种约束种类下使结构重量最轻的设计,而不是一揽子、全盘的优化,二是又回到理论上不那么广泛适应而应用上比较容易实现的优化准则方法^[4-15],于是满应力法在应用中又得到了重视^[4-16]。因为它只适用于只有强度约束的问题,人们就寻求类似的可适用于其他约束的准则法^[4-14],于是出现了可以分别处理变位、频率、临界力等约束的准则法。这虽然都带有一定的局限性和没有完全解决好的困难,但是在实际中却可以用来解决很多大型结构系统的元件截面优化问题。这些新的准则法不象满应力法那样仅出于直觉的准则,而是以数学规划中的库-塔克(Kuhn-Tucker)条件为基础,所以是理性的准则。于是从七十年代初起,结构优化就有了数学规划和优化准则两条不同的途径。优化准则法被称为间接法,因为它用准则的满足代替了使目标函数的取极值。它的最大优点是收敛快,要求重分析的次数一般跟变

量的数目没有多大关系，所以对中型和大型结构的优化设计有重要的实际意义。但是不同性质的约束要用不同的准则，对元件的刚度与变量之间的关系也有一定的要求。此外，结构优化的目标也只限于最轻重量，而且结构的布局和几何是固定不变的给定形式。如果要同时考虑多种约束，或是刚度变量之间的关系比较复杂，则准则设计就不那么简单了。此外，如果优化目标不限于结构重量或材料的体积，或是结构布局和几何也是可变的，目前的准则就无能为力了。相对来说，准则设计比较适应于薄壁构造的航空结构，所以在那里得到比较广泛的应用。至于数学规划优化设计的途径则有更坚实的理论基础和广泛得多的适应性，这是不容忽视的突出优点。将来的优化目标向更高层次提高，结构对象更为复杂时，不可避免地要依靠数学规划这一途径。但是在七十年代初期，准则法尚明显地占有优势，数学规划又是怎样发展的呢？它把优化的目标、对象范围和约束种类暂时也局限于现实可能的基础上，也就是跟准则法类似，然后充分结合力学的概念和各种近似手段，把高度非线性问题演化成一串近似的带显式约束的问题。这些比较简单的问题就可能有效地使用现有的数学规划方法，用迭代的方式求解这一串近似问题来逼近原来的问题。现在数学规划法的效率已大大提高^[4-6~11]。到七十年代末，从文献上看，同样的问题，规划法与准则法两者的解题的效率已不相上下，而且剖析两者的思路和手段实质上也很相似，它们是走到一起来了^[4-12]。驱使两条本来不同途径的汇合，起作用的主要是大家都把力学概念跟优化技术做了很好的结合。考察结构优化设计的研究在过去二十年中走过的道路，我们可以得到很多启示。

首先，虽然有了强有力的结构分析方法和电子计算技术，但是由于结构优化设计的复杂和难度，还不能急于求成地设想找出个一揽子解决的途径。还必须把它放在现实的基础上，循序渐进，在走了一段之后，要进行总结并放在实际中去应用。这样才能一步一步走正方向，为工程实际服务，这也就是促使我们编写本书的原因。我们是在1973年开始注意到结构优化这个研究方

向^[B-1],但是直到1977年才有条件组织起来进行有系统的工作,那时已逐渐看出数学规划和准则优化这两条途径之间的联系和汇合的趋势,所以并没有选择其中一个途径来进行研究,而是设想在前人的基础上扬长避短走我们认为合理的道路。我们不想历史地综述前人的工作,也不想写成一本介绍很多数学规划和优化技术的书,只是把这几年的工作和我们在工作中形成的一些看法写出来,提供实践的检查 and 同行们的讨论。

我们注意到现代化结构优化设计的研究已进行了20年,目前的状况是研究工作比较活跃,应用方面显然落后,除了在航空结构方面之外接受优化设计技术还远不普及,比之结构分析中的有限元法,差距很大,虽然两者起步的时期差不多。当然,有限元法在结构分析领域中有深厚的基础,在客观实际中有迫切需要,在人们主观上又易于接受,所以现在已相当普及。相对来说,优化设计的基础就薄弱得多,客观上虽也有需要,但理论与方法还不够成熟,主观上还存在一些传统的工作习惯,新的工作方法,若非相当完善方便,比之旧的方法有相当大的优势,要被人乐于接受是不容易的。此外,还有一个现象,就过去在结构优化设计方面发表的文章或出版的书籍,从内容思路到文字表达,似乎以面向研究工作者为主,兼顾工程设计者的要求较少。例如,在文献中表达桁架的应力约束时,为简单计,不管是拉应力还是压应力,都把容许应力作为给定的数值。但设计人员是不可能这样做的,他们必须按照设计规范,容许压力是杆件细长比的函数,这是保证压杆稳定、安全所必须的。研究工作提供的资料或计算程序,如果不考虑这因素,就脱离了工程人员的实际。工程设计人员非常尊重设计规范,这是理所当然的,但研究人员可能认为这个容许压应力问题暂时可以不考虑,先解决他认为更为主要的问题,这也是可以理解的。但是象这类很实际的问题,必须及时考虑解决才好,否则就不利于结构优化设计的推广普及。

说到应用与普及,传统的满应力法最易被人接受,因为它在

概念上符合工程设计的习惯，计算上也比较简单。现代的各种优化准则法也都是想模仿这种优化手段，而且收到了很好的效果，这也促使我们从优化范围和约束性质去考虑问题。满应力是在作出内力分析后，一根一根杆分别让它满应力的。我们可以推广这个手段，把结构分成许多子结构或构件，最基本的便是杆件、板、梁等。在结构分析给出这些构件的受力情况后，便可分别对它们按优化目标进行优化，然后再组合起来进行重分析，重复这种整体分析和分部优化的交替过程，直至收敛，我们称之为“分部优化方法”。其优点是它和满应力方法一样，方法简单而且收敛快；各个分部的优化可以采取任意最合适的方法。缺点是分部优化之组合不一定等于整体优化的结果。通过满应力法的实践，说明这种缺点虽然存在但在大多数实际结构设计中，两者结果往往很接近或相等，所以从工程观点看，这种优化手段，优点多于缺点，人们乐意接受。而且人们还可以这样想：一个大型结构，例如飞机或船舶，实际的设计也是分部进行的，然后再组合在一起。而且结构设计也只是整体工程设计中的一个部分。所以分部优化是现实中很自然存在的一个概念。在这里我们只把“分部”分到基本构件就是了。当然，如果可以保持简单易行的优点，能分到较大的子结构那就更好。接下去的问题是在结构优化问题中，哪些场合这种分部优化是行得通的？这就要看约束条件的性质了。应力约束和局部稳定约束，只要构件的受力情况给定，就可以进行优化，这类约束可称之为“局部性约束”。另外的约束，如变位，频率，整体失稳等约束，就不可用分部优化手段来满足，可称之为“整体性约束”。在第二章里，我们针对局部性约束叙述分部优化方法，考虑了钢结构或钢筋混凝土结构设计规范方面的规定。在第三章里，我们针对整体性约束叙述整体化方法，以及它和分部优化方法的结合。整体性约束包括变位约束和频率禁区约束两种，关于整体稳定约束问题，我们还没有进行工作，不过想来这和频率约束是很类似的。在第四章里，具体介绍一个统一处理多种约束、多种单元和多种工况的结构优化程序

DDDU。在第五章里介绍几何规划在刚架结构优化设计中的应用,可以看出几何规划对于由受弯构件组成的结构优化很合适,它对于按照规范进行设计的优化也特别有利。第六章介绍线性规划的应用,线性规划是数学规划中最成熟和应用最广泛的一种,这里介绍两个工作,一是用于预应力钢结构,一是用于刚架的塑性设计。第七章是关于在优化理论方面的若干探讨。当我们热心于用数值方法在电子计算机上解决问题时,不应当放弃和利用过去解析方法提供的成果和手段,后者在可以适用的场合毕竟还是效率高而且容易提供规律性的信息。同时,当我们热心于主要面向工程应用时,也不应当放弃在理论领域中作比较抽象的探讨,理论毕竟是或远或近地引导实践的,虽然一时不一定能看得出来。在这一章,还讨论关于最早的经典结构优化,米歇尔(Michell)、马克思威尔(Maxwell)的工作,然后简单介绍一下近代用解析方法的结构优化情况,最后叙述我们一件关于受弯平板优化的理论性工作。

以上是本书的梗概。工作不多,也不够系统和成熟,但这是集体努力的成果,应该做一小结,供实践检验和大家批评指正。

在结束本章之前,还想就结构优化的研究补充谈一些看法。

优化的意义是相对的,并不存在绝对的最优,所以现在大家用“优化设计”这名词确实比之过去的“最优设计”恰当些。跟这个称呼有关系的,还有一个评价优化方法的问题。对工程设计者来说,希望方法概念容易懂,程序要切实可靠,用起来方便,适应性大一点。又因为大型结构重分析一次的工作量很大,所以希望迭代的次数越少越好,超过十次就不现实了。收敛的精度倒不是很重要的,最希望头一二次迭代就能使目标函数作大幅度下降,并得到可行解,随后的迭代可以看作是精加工,这样在实用时,迭代过程便可以适可而止。在优化收敛问题中,还有一个是全局最优还是局部最优的问题,在优化理论研究方面,这是一个重要但还没有解决的问题,一般总是建议采用几个不同的初始方案,然后比较它们分别导致的最后解。如果都相同,则很可能就

是全局最优解。如果有差别，就取其最小（或最大）的为最后解。在实际应用中如果初始方案合理，真实结构的优化过程的收敛往往比较顺利，用不同的方法得到的最轻重量都很相近，但是各个构件的截面分布却可能并不相同，这说明真实结构在最优解附近的变化是相当平缓的，这好比一个比较平坦的山顶，各点高度相差无几，但位置却很不相同。还有一个优化变量是连续变化还是离散变化的问题。当然，在许多场合变量只能取某些给定的离散值，应该作为离散变量，但是做离散变量的优化设计要困难得多，一般就满足于都按连续变量处理，得到最后解后再作适当的调整，让它们取合适的离散值。以上几点，也就是关于收敛精度、全局最优与局部最优、连续变量与离散变量的问题，并且都是从工程应用的观点来谈的。从数学研究的角度，往往可以巧妙地构造出一些问题，突出某些矛盾的现象，我们应当重视这些研究，在实践中注意这些现象出现的可能性。但是我们应该了解结构优化问题是通过模型化工作变成一个数学优化问题的，这个数学模型在一定程度上代表真实结构，因此数学优化只能是一个可能的方案，最后还是要由设计者来判断、修改、甚至推倒重来。因为只有负责实际设计者最清楚这个数学模型在多大程度上代表了真实结构，他头脑里总会有所考虑，或是不容易作定量的数学描述，或是他愿意留待以后作灵活处理。数学模型不可能完全表达真实的结构，优化技术也不可能灵活处理人的意图，所以优化结果只能是一个相对的，可供最后设计作依据的优化方案。

最后，谈一下结构优化的层次问题。优化问题总是给定一些参数，留出一些可变的因素和参数作为优化的变量。给定的越多或越重要，而可变的越少或越次要，那么优化的层次就越低。反之，则层次越高。

目前大部分研究活动还处于较低的层次，也就是在给定结构的类型、材料、布局拓扑、外形几何的情况下，优化各个组成构件的截面尺寸，使结构最轻或最经济。经过20年的研究，这问题基本上有了路子，已接近成熟，应该努力转入实践，让它为工程

建设起积极作用。此外，应该让结构的几何也可以变化，例如把桁架和刚架的节点位置作为优化的变量，这是给定结构拓扑下的几何优化。我们在第三章的带频率禁区的最轻设计中作了尝试，看来这一步还不算太困难。再向高看，就是对结构的拓扑，也就是对结构的构件布局和节点联接关系等进行优化，上这一层就困难得多了，看来必须依靠计算机的图象显示，以便可以进行人机交流才行。至于再高的层次，则人的决策作用将更为重要。电子计算机产生了现代化的优化技术，但优化不能全靠机器。在设计这个创造性活动中，机器永远代替不了人，但是个得力的助手。优化的层次越高，需要依靠人去认识和发现的规律越多。在结构设计领域里，还有很多未被认识的规律和未被挖掘的潜力，有待于工程技术工作者和力学工作者在今后一步一个脚印地去探寻。

第二章 分部优化法

一、满应力法与分部优化的概念

在电子计算机出现之前，结构优化设计的研究受到计算手段的限制，不能设想全面展开，但是人们还是在构件的优化设计方面做了许多工作^[4-2-4]，它们大都出发于“同步失效”的概念，也就是构件的各个组成部分同时抵达容许强度或失稳安全限度，由此得出一组联立方程，它们的解析解就提供了构件截面的优化尺寸。用“同步失效”作为优化准则，通常可以得到构件的最轻设计，所以在飞机设计中多被采用。对于一根薄壁组合构件来说，它同时有强度、局部稳定和整体稳定问题，采用这种同步失效准则提供的设计公式既方便又有效。对于桁架结构的拉杆或压杆来说，则更为简单，构件优化就是满应力状态，当然要注意压杆的容许应力并不象拉杆的那样是个常数，而是随杆件的细长比而变化的。推而广之，让桁架的每根杆件都成为满应力，这就成为“满应力”准则设计了。对于静定结构来说，由于内力分布不受杆件截面变化的影响，满应力设计就是最轻设计。从直觉出发，人们很自然地把这道理同样也应用于超静定结构。但是在没有电子计算机的时代，要对一个比较复杂的超静定结构在多种工况下完成一个满应力设计也是不容易的。因为要通过多次的迭代才行，而每一次迭代就要进行一次重分析，计算工作量是非常繁重的，所以过去只得进行一、二次迭代得到一个比较轻的设计就满足了。六十年代初，引用数学规划严格地证明了满应力设计和最轻设计并不总是等价的，而且满应力解的存在与收敛也是有条件的。这些条件跟结构本身的构造和荷载情况（工况数目）都有关系。为此，人们做过很多研究，直到现在还没有既十分确切又易于实用的判别方法。但是满应力设计在实际应用中还是很有价

值而受到欢迎。它有下列几个优点：一是有了电子计算机之后，在只有应力约束的问题中，这是最简单易行而且通常收敛很快的方法；在兼有变位、频率等其它约束时，也可以作为近似手段配合其它约束组成优化方法。二是满应力设计虽然在理论上并不一定是最轻设计，但是实践表明两者在很多场合常常是相等或很接近的。三是在优化过程中，每走一满应力步后，紧接着走一射线步（或称比例步）把设计点引到可行域边界上，如此交替进行，就可以把满应力准则跟目标函数连系起来得到最轻解；这就是所谓改进的满应力法，或称满应力齿行法。它给出的结果已不是满应力解，实际上它是一种数学规划结合力学特点的搜索法。因为它一是利用满应力条件来决定搜索方向和步长，二是利用射线步把设计点拉回可行区的边界；这两者都是利用了结构力学方面的特点。这种搜索法比之经典的梯度投影法等似乎来得更有效。这种方法效果好，概念也易于为工程人员所接受。

对于满应力法，人们可以找出一些例子来说明它的短处。在文献中最常引的一个例，便是图2-1所示三杆桁架：

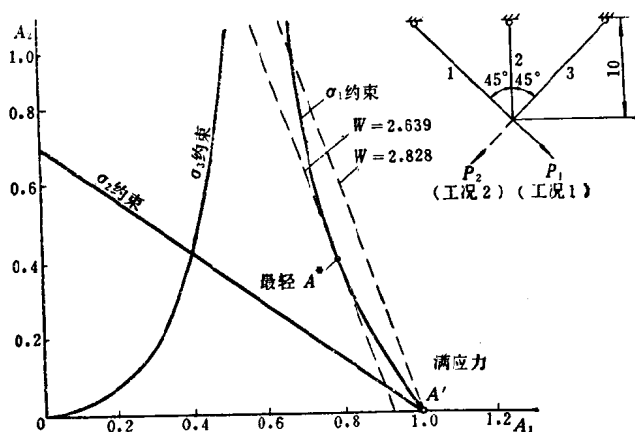


图 2-1 三杆桁架（两工况）

材料：容许应力 拉 $\bar{\sigma} = 2000$

压 $\bar{\sigma} = -1500$

容重 $\rho = 0.1$

工况 1 $P_1 = 2000$ $P_2 = 0$

工况 2 $P_1 = 0$ $P_2 = 2000$

由于工况是对称的，结构也将对称， $A_1 \equiv A_3$ ，只有两个设计变量 A_1 和 A_2 。

这结构的最轻设计作为数学规划，可表达为：

求 A_1 和 A_2

使 $W = 2\sqrt{2}A_1 + A_2$ 最小

$$\text{约束: } \sigma_1 = P_1 \frac{A_2 + \sqrt{2}A_1}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} \leq 2000$$

$$\sigma_2 = P_1 \frac{\sqrt{2}A_1}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} \leq 2000$$

$$\sigma_3 = P_1 \frac{-A_2}{\sqrt{2}A_1^2 + 2A_1A_2} \geq -1500$$

$$A_1 \geq 0, \quad A_2 \geq 0$$

这个问题比较简单，可以得精确解，即图2-1中的 A^* 点：

$$W^* = 2.639, \quad A_1^* = A_3^* = 0.788, \quad A_2^* = 0.4082$$

$$\sigma_1^* = \sigma_3^* = 2000 \text{ (满)}, \quad \sigma_2^* = 1470 \text{ (不满)}$$

但满应力解却是图中的 A' 点：

$$W' = 2.828, \quad A_1' = A_3' = 1.0 \quad A_2' = 0$$

$$\sigma_1' = \sigma_3' = 2000$$

因 $A_2' = 0$ ，结构退化为二杆静定结构了。满应力解比之 最轻解要重不少，而且这个满应力解要通过无限多次迭代和重分析才能收敛。看来在这个问题上，满应力设计充分暴露了它的缺点。

但是如果用齿行法，只要迭代两次 便可以 获得 近似 最轻解^[4-28]：

$$W^* = 2.642, \quad A_1^* = A_3^* = 0.780, \quad A_2^* = 0.455$$

这个解完全可以满足工程需要的精度，可见满应力步和射线步交替进行的齿行法有很显著的优点。