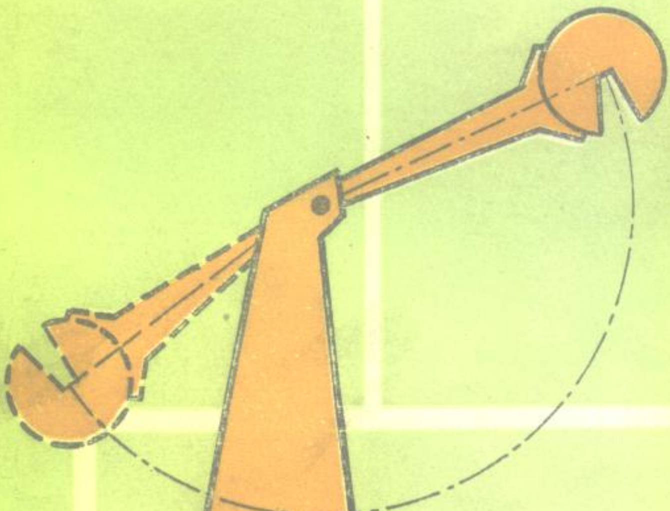
胡增强　郭昌寰　编著

高等学校教学用书

工程力学

GONG CHENG LI XUE



中国矿业大学出版社

高等学校教学用书

工 程 力 学

（静力学 材料力学）

胡增强 郭昌襄 编著

中国矿业大学出版社

内 容 简 介

本书是根据国家教委少学时(60～80 学时)"工程力学教学基本要求"编写的。原稿经东南大学多次试用，修改后经国家教委材料力学课程教学指导小组评审、推荐出版。

本书共分十二章，主要内容为静力学和材料力学。根据少学时工程力学课的教学要求和科学技术发展的需要，加强了有关工程力学的基本概念、基本理论和基本分析方法；介绍了工程塑料等非金属材料的性能特点；适当增加了各向异性、冲击韧性和断裂韧度等基本概念。为培养学生分析求解工程实际问题的能力，本书列举了大量例题和习题，并注意了力学模型的建立。

本书可作为工科少学时工程力学课的教材，也可供工程技术人员自学和参考用书。

责任编辑　安乃隽

高等学校教学用书
工程力学
胡增强　郭昌宸　编著

中国矿业大学出版社出版发行
新华书店经销　中国矿业大学印刷厂印刷
开本 850×1168 毫米 1/32　印张 11.375 字数 285 千字
1991 年 8 月第一版　1991 年 8 月第一次印刷
印数　1—12000 册

ISBN　7-81021-464-0

TB・2　　定价：4.25 元

序　　言

本书主要内容为静力学和材料力学，是根据国家教委高等学校工科材料力学课程教学指导小组制订的少学时“工程力学教学基本要求”编写的。适用于工科少学时(60～80学时)的工程力学课程。

本书在编写过程中，根据科学技术发展和工科少学时的教学要求，加强了有关工程力学的基本概念、基本理论和基本分析方法。如介绍了工程塑料等非金属材料、新型纤维增强复合材料的性能特点；适当增加了各向异性、冲击韧性、断裂韧度的基本概念；加强了有关应力分析、弹性变形和塑性变形机理等基本理论。同时，精选了方法性的内容，如删除了作为应力分析图解法的应力圆；略去了各类组合变形构件应力公式的推导，而强调其基本分析方法。在教材的体系安排上，作者努力使静力学与材料力学的内容有机结合，既保证静力学的基本概念和基本内容，又结合材料力学的内容和要求，改变静力学的传统体系，使两者相互渗透、有机结合。同时，本书少数章、节标以★号，以适应不同专业和不同教学时数的教学要求，并便于教师的教学安排。

为培养学生分析求解工程实际问题的能力，在本书编写中注意了培养学生将实际问题抽象简化为力学模型的能力，以及分析问题的基本思路和基本方法。本书在文字叙述上力求深入浅出、简炼确切，强调基本概念的物理意义，以适合于教学要求。

本书共十二章，其中第一、四、九、十、十一、十二章由胡增强编

写;第二、三、五、六、七、八章由郭昌寰编写。全书由胡增强统稿定稿。本书先编印成讲义,在东南大学经过多次试用。经国家教委工科材料力学课程教学指导小组组织同行专家评审,并推荐作为高等工科院校少学时《工程力学》教材,正式出版。

最后,热诚希望读者对本书中可能存在的问题或疏漏之处,给以批评指正。

胡增强　郭昌寰

1990.8.于南京　东南大学

目　录

第一章 基本概念

第一节 绪 言

工程中的各种机械和结构物，都是由固体材料制成的各种构件装配组合而成的。机械或结构物在工作过程中，构件受到其他物体或构件的机械作用，这种机械作用称为力。构件在力的作用下，将引起两种类型的效应：一是整个构件的位置将随时间而发生变化，即引起构件的整体运动，包括构件平衡时作用力之间的关系，称为力的外效应；二是构件的形状、尺寸将发生改变，即引起构件的变形，包括构件的内部作用力，以及力与变形间的关系，称为力的内效应。例如，图 1-1 中的曲柄连杆机构，工作中连杆 AB 将在蒸汽压力 $\boldsymbol{P}$ 作用下，在纸面平面内发生平面运动，同时连杆本身发生变形。

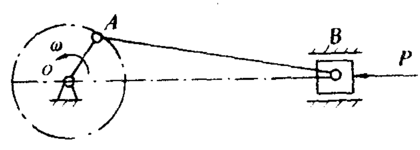


图1-1

研究力作用的外效应，就是研究受力构件的运动规律，包括研究构件平衡时作用力之间的关系、运动的几何特性、以及力与运动间的关系。本书的第一、二章，主要讨论力的简化和构件在力系作用下处于平衡状态的条件及其应用，即主要属于静力学的基本内容。

研究力作用的内效应，就是研究受力构件的变形规律，包括研究材料承受外力、抵抗变形的能力(即材料的机械性能)，以及保证构件正常、安全地工作的承载能力。构件的承载能力通常要满足三方面的要求：

1. 强度要求　即构件在外力作用下不发生破坏；

2. 刚度要求　即构件在外力作用下不发生超过工程许可范围的过大变形；

3. 稳定性要求　即构件在外力作用下不丧失其原有的平衡形态。

本书的第三章至十二章，将讨论上述这些问题，通常属于材料力学的基本内容。

第二节　刚体与变形固体

任何固体材料制成的构件，在力的作用下都会产生变形。但对工程构件而言，其变形相对于构件的原始尺寸，通常是极其微小的。因此，当研究受力构件的运动或平衡的外效应问题时，为了简化问题的求解，可以忽略构件的微小变形，而把构件理想化为不变形的刚体。

当研究受力构件与变形有关的内效应问题时，其变形以及力与变形间的关系，本身就是需要讨论的问题。因此，必须把物体看作是变形固体。但是，由于固体材料的不同，其组织结构和材料性能也千差万别，为了研究上的方便，通常以下列假设作为理论分析的基础：

1. 连续性假设　认为组成物体的物质是连续、毫无空隙地充满了物体的整个几何空间的。这样，有关的力学量将是坐标的连续函数。

2. 均匀性假设　认为物体内各处的力学性能完全相同，即材料的力学性能与其所在的位置无关。这样，就能从物体内任意部位取出一部分来研究，且其研究结果适用于物体的任一部位。

3. 各向同性假设　认为材料沿各个方向的力学性能都是相同的，即材料的力学性能与其所处的方位无关。这样，沿任意方向

所取的研究对象，其力学性能都是一致的。或者，在某任一方向测得的力学性能，适用于其它任何方向①。

值得注意的是，刚体和变形固体都是对实际材料的理想化。这种理想化既使问题的求解大为简化，而其结果又足以满足工程上的精度要求。对于同一个构件，是理想化为刚体还是变形固体，则随研究的问题不同而不同。当分析构件的平衡时，则忽略微小变形而视构件为刚体；当研究构件的变形或与变形有关的问题时，则视构件为变形固体。本书仅限于研究微小变形的情况。

第三节　力的概念

力是物体相互之间的机械作用，这种作用是有方向性的，所以力是矢量②。例如，一重物悬挂在弹簧上，可以用一对矢量 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$ 来表示重物与弹簧间的相互作用（图 1-2a）。力 $\mathbf{F}_1$ 是重物对弹簧的作用，或称重物施加于弹簧的力；而力 $\mathbf{F}_2$ 是弹簧施加于重物的力。在两个相互分开的物体之间，也可能发生力的相互作用，如万有引力、电磁力等。例如，图 1-2b 中飞机与地球之间的引力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_2$。牛顿第三定律指出：两物体之间的相互作用（作用力与反作用力）同时存在，分别作用在两个物体上，但两者大小相等、作用线相同而指向相反。

实践表明，力对物体的作用效应决定于力的大小、方向和作用点三个因素，称为力的三要素。

力的作用点表示力对物体作用的位置。一般来说，力对物体的

---

① 在各个方向具有不同力学性能的材料，称为各向异性材料。例如木材、纤维增强复合材料等。关于各向异性材料的一些基本特征，将在第九章中作简要的说明。

② 本书中，矢量用黑体字符表示，而非黑体的字符，仅表示矢量的大小。如图 1-1 中力 P 的方向已由力矢表示，故字符 P 用非黑体字符。

作用往往分布在物体的某一部分面积或体积上。分布在某一面积或体积上的力，称为分布力。若分布力作用的面积不大时（或相对于物体表面积很小时），可以把其作用面积抽象为一个点，认为作用在一点上的力，称为集中力。例如在研究物体的外效应时，可以把分布在整个体积的引力简化为作用于物体重心的集中力（图 1-2*b*）。

度量力的大小必须先确定力的单位。按照国家规定，本书采用国际通用的国际单位制。在国际单位制中，力的单位是牛顿(N)。1牛顿就是给 1 千克质量以 $1m/s^2$ 加速度的力。

力的三要素可以用有向线段来表示，称为力矢。力矢量的始端（或末端）表示力的作用点，沿力矢顺着箭头的指向表示力的方向，力矢的长度表示力的大小，如图 1-2 所示。

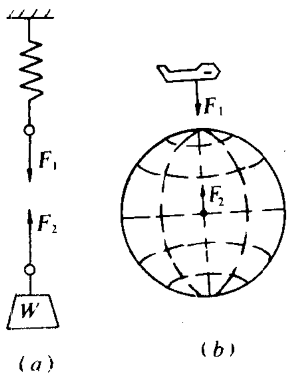


图 1-2

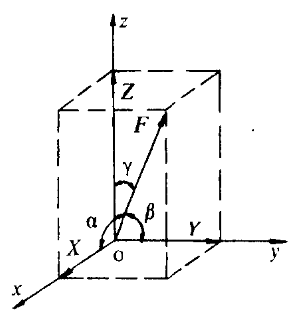


图 1-3

若力 F 与坐标轴 x、y、z 正方向的夹角分别为 α、β、γ（图 1-3），则力 F 在 x、y、z 轴上的投影分别为

$$\begin{cases} X = F\cos\alpha \\ Y = F\cos\beta \\ Z = F\cos\gamma \end{cases} \tag{1-1}$$

力 $\boldsymbol{F}$ 在坐标轴 x、y、z 上的投影 X、Y、Z 是标量，规定其指向与坐标轴正向一致时为正，反之为负。夹角 α、β、γ 称为力 $\boldsymbol{F}$ 的方位角；$\cos\alpha$，$\cos\beta$，$\cos\gamma$ 称为力 $\boldsymbol{F}$ 的方向余弦，三个方向余弦应满足如下关系

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

力 $\boldsymbol{F}$ 可用矢量解析式表示为

$$\boldsymbol{F} = X\boldsymbol{i} + Y\boldsymbol{j} + Z\boldsymbol{k} \tag{1-2}$$

式中，X、Y、Z 为力 $\boldsymbol{F}$ 在 x、y、z 轴上的投影；$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y、z 方向的单位矢量。

力 $\boldsymbol{F}$ 的大小与其投影间的关系为

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \tag{1-3a}$$

而力 $\boldsymbol{F}$ 与坐标轴之间的方位角可表示为

$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{X}{F} \\ \cos\beta = \dfrac{Y}{F} \\ \cos\gamma = \dfrac{Z}{F} \end{cases} \tag{1-3b}$$

作用在刚体上的力系可以用一个合力来代替，而不改变对刚体的作用效应，则称合力与力系是静力等效的。若力系 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 具有同一作用点，则其合力 $\boldsymbol{R}$ 为分力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 的矢量和，即合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向由以两分力为棱边的平行四边形的对角线来表示（图1-4a）。

合力 $\boldsymbol{R}$ 与分力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$ 间的矢量等式为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 \tag{1-4a}$$

同理，若力系中有 n 个力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2\cdots\boldsymbol{F}_n$ 作用在同一点上，则力系的合力 $\boldsymbol{R}$ 仍作用在该点，其大小和方向可由逐个求其矢量和的方法求得。合力 $\boldsymbol{R}$ 的矢量表达式为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots\boldsymbol{F}_n=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{F}_i \tag{1-4b}$$

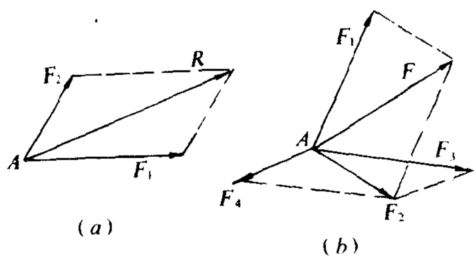


图1-4

反之，作用在刚体上的任一力 $\boldsymbol{F}$ 也可以分解为力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$，力 $\boldsymbol{F}_2$ 还可再分解为力 $\boldsymbol{F}_3$ 和 $\boldsymbol{F}_4$，而不改变对刚体的作用效应（图1-4b），则力 $\boldsymbol{F}$ 与分力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$，或者力 $\boldsymbol{F}$ 与分力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_3$ 和 $\boldsymbol{F}_4$ 都是静力等效的。

在工程实际中经常需求力系的合力，而且，一般通过力在直角坐标轴上的投影，来计算力系的合力。设作用于刚体上同一点的力系有 n 个分力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2\cdots\boldsymbol{F}_n$，每一分力在直角坐标轴 x、y、z 上的投影分别为 X_1、Y_1、Z_1；X_2、Y_2、Z_2；$\cdots$；X_n、Y_n、Z_n，则将各分力以矢量解析式(1-2)的形式，代入合力的矢量等式(1-4b)，即得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}&=(X_1+X_2+\cdots+X_n)\boldsymbol{i}+(Y_1+Y_2+\cdots+Y_n)\boldsymbol{j}\\&\quad+(Z_1+Z_2+\cdots+Z_n)\boldsymbol{k}\\&=\Big(\sum_{i=1}^{n}X_i\Big)\boldsymbol{i}+\Big(\sum_{i=1}^{n}Y_i\Big)\boldsymbol{j}+\Big(\sum_{i=1}^{n}Z_i\Big)\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-5a}$$

合力 R 的作用点仍在该点，其大小和方向分别为

$$R=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}Z_i\right)^2} \qquad (1\text{-}5b)$$

$$\begin{cases}\cos\alpha=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}X_i}{R}\\[2ex] \cos\beta=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}Y_i}{R}\\[2ex] \cos\gamma=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}Z_i}{R}\end{cases} \qquad (1\text{-}5c)$$

若以 X、Y、Z 分别表示合力 R 在坐标轴 x、y、z 上的投影，则由式(1-5a)可见，合力在 x、y、z 轴上的投影分别等于各分力在同一轴上投影的代数和，即

$$\begin{cases}X=\sum\limits_{i=1}^{n}X_i\\ Y=\sum\limits_{i=1}^{n}Y_i\\ Z=\sum\limits_{i=1}^{n}Z_i\end{cases} \qquad (1\text{-}6)$$

例1-1 设 xoy 平面内作用于 O 点的四个力：$F_1=500\text{N}$，$F_2=300\text{N}$，$F_3=600\text{N}$，$F_4=1000\text{N}$，各力的方向如图1-5所示，试求四力合力的大小和方向。

解 四个力都在 xoy 平面内，由式(1-1)的第三式可知，各力在 z 轴上的投影均为零。各力在 x 和 y 轴上的投影分别为

$X_1=F_1\cos 90^\circ=0$，　　$Y_1=F_1\cos 0^\circ=500\text{N}$，

$X_2=F_2\cos 180^\circ=-300\text{N}$，　$Y_2=F_2\cos 90^\circ=0$；

$X_3 = F_3\cos120° = -300\text{N}$, $Y_3 = F_3\cos150° = -520\text{N}$;

$X_4 = F_4\cos45° = 707\text{N}$, $Y_4 = F_4\cos135° = -707\text{N}$;

由式(1-5),可得合力的大小为

$$R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{4} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{4} Y_i\right)^2}$$

$$= \sqrt{107^2 + (-727)^2} = 735\ \text{N}$$

合力 $\boldsymbol{R}$ 在 xoy 平面内,作用于 O 点,其与 x、y 轴正向的夹角分别为

$$\cos\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{4} X_i}{R} = \frac{107}{735} = 0.1456, \quad \alpha = 81.6°$$

$$\cos\beta = \frac{\sum_{i=1}^{4} Y_i}{R} = \frac{-727}{735} = -0.9891, \quad \beta = 171.6°$$

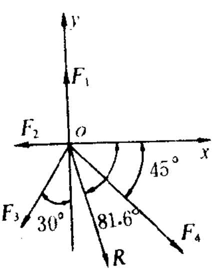


图1-5

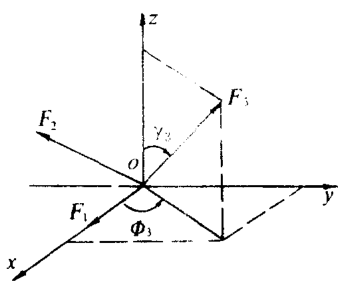


图1-6

例1-2 作用于物体上 O 点的三力 $\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$、$\boldsymbol{F}_3$。$F_1 = 80\text{N}$,沿 x 轴方向;$F_2 = 100\text{N}$,在 yoz 平面内,与 y 轴负向的夹角为 30°;$F_3 = 160\text{N}$,与 z 轴的夹角 $\gamma_3 = 45°$,$\boldsymbol{F}_3$ 和 z 轴确定的平面与 xoz 平面间的夹角 $\Phi_3 = 60°$,如图 1-6 所示,试求三力合力的大小和方向。

解 由图1-6可见,力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 在坐标轴上的投影分别为

$$X_1 = F_1 = 80\text{N}, \quad Y_1 = Z_1 = 0;$$