博士丛书

非线性系统控制及解耦

夏小华 高为炳 著

科学出版社

(京) 新登字 092 号

内 容 简 介

本书系统地叙述了非线性控制系统的动态反馈设计方法和结果，主要介绍近几年来发展起来的线性代数方法和微分代数方法；内容包括：非线性系统解耦控制的基本设计，非线性系统的微分几何控制方法，非线性系统静态解耦的几何方法，非线性系统动态解耦的基本设计和线性代数方法，非线性系统的微分代数方法。

读者对象：从事控制论研究的科研人员、高校师生。

博 士 丛 书
非线性系统控制及解耦
夏小华 高为炳 著
责任编辑 林 鹏
科学出版社出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
*
1993年12月第 一 版 开本：850×1168 1/32
1993年12月第一次印刷 印张：10 7/8
印数：1—2 000 字数：276 000
ISBN 7-03-003990-4/O · 702
定 价：12.00元

国家自然科学基金委员会资助

中国博士后科学基金会资助

序

环顾当今世界，国家的发达，民族的振兴，无一例外地离不开科学技术的推动作用。年轻博士们历来是科技队伍中最活跃、最富创造性的生力军。他们的科研成果是学科发展强有力的推动力量，是体现一个国家高层次教育水平和科研水平的窗口。为了系统地反映年轻博士们的科研成果，促使他们的快速成长，加强国际国内的学术交流，在老一辈科学家的热心支持下，科学出版社决定出版一套《博士丛书》。

我们指导思想是突出本丛书的学术性、创造性、新颖性、先进性和代表性，使之成为所有青年博士平等竞争的学术舞台和优秀科研成果的缩影。

这套丛书以专著为主，并适时组织编写介绍学科最新进展的综述性著作。它将覆盖自然科学各个领域，是一套充分体现我国青年学者科研成果和特色的丛书。

丛书编委会将在由著名科学家组成的专家委员会指导下开展编辑工作。本丛书得到了国家自然科学基金委员会和全国博士后管理协调委员会的特别资助。在此我们深表谢意。

《博士丛书》编委会

一九九三年十月

《博士丛书》专家委员会

《博士丛书》编委会

前　言

非线性控制系统的研究在一些重要的方面取得了令人瞩目的成就，已发展了非常丰富的分析结果和独特的设计方法. 例如，Lurie 系统的绝对稳定性，变结构控制方法等. 特别地，非线性系统的微分几何控制方法取得了一系列重要结果. 在过去的 20 年中，微分几何方法一直是非线性控制系统研究的主流. 无论是在非线性系统的分析上，还是在非线性系统的设计上，都已发展起相当系统和完善的理论和方法. 这些成果在已出版的著作中有很好的反映.

非线性控制系统的发展几乎是与线性系统平行的. 显然这是由于非线性系统本身所包含的现象十分丰富，迄今对它的了解还不够. 例如线性系统的稳定性只有稳定、渐近稳定和不稳定，而对非线性系统原点稳定性的描述需要很多种类型. 至于系统本身的稳定性，由于孤立平衡点可以任意多，就更复杂了. 此外是数学分析工具问题. 对线性系统已有完善的数学工具，但对非线性系统，发展合适的数学工具是一个相当困难的问题. Taylor 级数线性化的方法对有些情况是完全不能适用的，其它方法也都有相当大的局限性. 因此需要建立一些非线性方法，可惜一般非线性方法尚难于想象.

非线性控制系统的研究方法，是从针对一个个具体的非线性控制系统而发展起来的，由简单到复杂，由特殊到一般. 可以历史地将非线性控制理论分为以下部分，这虽然不是定论，但对了解却是有益的.

1. 古典理论.

针对特殊系统发展了以下三种理论. (1) 主要针对二阶系统发展了"相平面方法". (2) 针对含有一个非线性元件的高阶系统发展了"谐波平衡法"(描述函数法) 这一近似方法. (3) 针对含有一个非线性元件的系统, 今后称之为"Lurie 系统", 由 Lyapunov 理论发展出绝对稳定性理论. 古典理论已达其最好成就.

2. 综合方法.

由于非线性系统的研究缺乏系统的、一般的理论及方法, 而实际上又迫切要求对非线性对象建立自动控制系统, 于是直接建立综合方法的研究获得较大的重视, 取得了不少成果. 显然成就仅仅是初步的.

综合方法主要方向有:

(1) 李亚普诺夫 (Lyapunov) 方法的应用.

这一方法是迄今为止最完善、最一般的非线性方法. 正是由于这种一般性, 无论用来分析稳定性, 或用来镇定综合, 都欠缺构造性, 需要应用研究.

(2) 变结构控制.

这是 50 年代发展起来的, 由于其滑动模态具有对干扰与摄动的不变性, 到 80 年代逐渐地受到重视. 它是一种实用的非线性控制系统的综合方法, 可以赋予系统各种良好的性能与品质, 其应用前景是广泛的 [104].

(3) 系统的变换.

线性系统中状态变换可将其方程化为各种正则型. 这一手段将系统变成足以刻划其特性的最简形式. 对非线性系统, 通过反馈变换, 状态变换及输入变换将其方程化为正则型也是意义重大的. 不同的是要化成某种正则型往往要对系统加上苛刻的条件.

就是说，不是任一非线性系统都能化成这种正则型的．最初的研究仅应用一般的解析工具，能为广大工程技术人员所接受，并且发展了全局线性化，分散解耦，正则型等理论．但随后严格的理论研究导致了新的发展：微分几何控制理论及 (微分) 代数控制理论．

3. 微分几何控制理论

非线性系统在过去几十年的进展主要是定性的，与线性系统的本质进展相差越来越远．主要是没有合适的数学工具．线性系统 (A,B,C) 的性质确定于 A,B,C 表示的变换，而非线性系统 $(f(x), g(x), h(x))$ 却远为复杂．数学上仅有的结果是微分几何中局部变换等远非完善但可以应用的工具．在这种形势下开始用微分几何研究系统的能控性等基本特性，从而建立微分几何控制理论．

4.(微分) 代数控制理论

(微分) 代数方法是最近才出现的一种非线性控制系统分析和设计方法．用微分代数方法的努力在某些问题上也取得了有希望的成果，已成为与微分几何相辅的工具．

在这几部分中，以微分几何方法为代表的现代方法所取得的成就是显著的．

微分几何用来研究非线性控制是现代数学发展的必然产物．早在 1939 年周炜良 (W.L.Chow)[15] 就得到了非线性系统解流形方面的最基本的结果．由于 Hermann, Lobry, Brockett, Isidori 等学者的积极创导，非线性系统的微分几何控制理论得以形成，并在近 20 年的非线性控制研究中成为主流．它的内容包括基本理论和反馈设计两大部分．

可以看出，经过 20 余年的努力，非线性系统的微分几何控制

理论已经有了很大的发展. 它不但在理论上已初步形成了自己的完整体系，而且生产实践特别是在一些尖端工程技术中及工业上得到了应用.

最近，意大利教授 A. Isidori 曾指出：近 20 余年来用微分几何方法研究非线性系统所取得的成功，就象 50 年代用拉普拉斯变换及复变函数理论对单输入单输出系统的研究，或 60 年代用线性代数对多变量线性系统的研究一样.

不过，微分几何控制方法在非线性系统的研究中并不是万能的. 已经发现，微分几何控制理论在涉及到非线性系统的可逆性质和在动态反馈下的结构性质时呈病态现象.

非线性系统的可逆性与动态反馈设计是长久研究都没有很好解决的问题. 非线性可逆性的意义和条件一直很模糊. 动态反馈设计也是处在非常初步的阶段. 这时候，有两种代数方案显得非常有成效. 一方面，M. Fliess 把微分代数引入到控制理论中来. 另一方面，Di Benedetto, Grizzle 和 Moog 从更易于接受的线性代数角度重新考虑了非线性系统的结构性质. 基于这些方面的理解，非线性系统的一些性质又有了新的面貌，也形成了明显区别于其它方法的非线性系统的代数方法.

解耦问题是一个非常古老的问题. 多变量系统的解耦设计思想在控制学科发展的初期就已行成. 在 Boksenbom 和 Hood 的报告 [5] 和钱学森的著作 [86] 中，这个思想就已得到了基本研究. 在现代控制理论的框架内，这个问题是由 Morgan 在 1964 年正式提出的 [59]. 在过去的年月中，解耦设计的思想得到了控制理论家和应用人员的重视和应用.

不过在控制理论研究中，对解耦问题历来有两种不同的观点. 有人认为，在系统控制中，解耦并不是最重要的问题. 而有人则认

为，解耦问题是系统的典型设计问题之一，它所揭示控制系统性质的基础和深刻程度使得它成为控制理论的最重要问题之一. 本书作者的观点属于后者.

首先，有人[81]把解耦控制系统划为多变量系统过程控制的五个高级控制系统之一，说明解耦设计有着广阔的前景[58].

此外，非线性控制系统的研究方法，特别是上述现代控制方法，从诞生到发展，几乎都是与解耦问题联系在一起的. 事实上，一般块解耦问题的解决标志着微分几何控制方法的形成. 代数方法也正是以解决动态状态解耦问题而问世的. 我们觉得，通过解耦问题可以大致追寻和把握现代非线性系统控制设计理论发展的主要线索和最重要的结果.

所以，本书的目的有两个. 首先，我们是想尽量系统地回顾和介绍近些年，特别是近十年来所发展起来的现代非线性系统的设计理论和方法. 其次，我们是想尽量全面地介绍非线性系统解耦设计所取得的成就.

在微分几何控制方面，国内外已有一些著作进行了专门的、系统深入的介绍. 但可以发现，由于历史或其它原因，微分几何等现代数学知识都是这些著作的必备基础. 这在客观上给一般工程人员或工科学生接触到实质性成果带来了很大困难. 因此，本书在介绍微分几何控制方法时，采用了一种更简单的方法，以期本书介绍的内容有更广泛的读者，也使自动化等专业的工科研究生，研究人员和工程人员可以通过自学掌握.

在解耦问题上，我们的介绍基本上已到达研究的最前沿. 希望能够成为进一步研究的导引. 不过，我们要指出，一般的 (非正则)Morgan 问题和离散系统情形的研究在本书没有反映，这主要是由于这方面的研究还非常初步. 其次是由于作者的偏好. 就

作者对这个问题的了解和研究，本书所介绍的几何和代数方法及内容是这些问题进一步研究的很好的，也是很必要的基础.

本书假定读者具备了高等微积分、线性代数、常微分方程和现代控制理论的基本知识. 若读者对 Wonham 几何理论及解耦问题有所了解，则对掌握本书前五章内容是有帮助的. 本书第六章假设读者具备有一定的代数知识，第一节简单介绍了本章所涉及到的微分代数基本概念和结论. 本书附录还收集了一些基本的近世代数知识.

由于作者学识的限制，本书的不妥乃至错误的地方难免. 欢迎读者指正.

作者愿借此机会对所有关心作者本书工作的同行表示感谢. 其中， Michigan 大学 (美国) 的 J. W. Grizzle, Rome 大学 (意大利) 的 S. Battilotti, CNRS(法国) 的 C. H. Moog, Twente 大学 (荷兰) 的 H. Nijmeijer 所提供的他们最新的研究成果对作者有很大的帮助. 中国科学院系统科学研究所的程代展与作者就第二章和第三章的部分内容进行过令人难忘的讨论. 作者还要感激东北工学院张嗣瀛教授对本书的审阅和评论. 丛书的两个常务编委王晋军博士和林鹏同志自始至终关心本书的写作，并给予了及时的帮助，值得特别的感谢. 最后，作者感谢自然科学基金在这么许多年来一直的支持.

目　　录

第一章 非线性系统解耦控制的基本设计

这一章，我们引入非线性系统解耦控制这个非线性控制设计的标准问题. 首先，我们简单地介绍单输入单输出非线性系统的典型设计方法，并为单输入单输出非线性系统引入干扰解耦问题. 我们之所以专门讨论单输入单输出这个简单情形，其目的还在于介绍一些我们后面将经常用到的记号和概念. 另外，输入输出解耦有时是把复杂的多输入多输出系统转化为若干个平行、独立的单输入单输出系统，对后者的简单设计方法正是一般输入输出解耦控制的最直接的原因. 本章最后介绍正则单对单输入输出解耦问题，即所谓Morgan 问题. 这些内容有益于理解后面的一般处理方法.

1.1 单输入单输出系统的设计

在这一节，我们将首先讨论单输入单输出系统在状态空间坐标变换下的一种正则型和由此得到的一些控制系统基本概念. 其次，我们引入单输入单输出的一些标准的设计问题，并给出这些问题的解.

给定$x=(x_1,\ldots,x_n)$ 的一个光滑标量值函数$\lambda(x)=\lambda(x_1,\ldots,x_n)$ 和x 的一个光滑(n- 向量) 值函数

$$f(x)=\begin{bmatrix} f_1(x_1,\ldots,x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1,\ldots,x_n) \end{bmatrix}$$

我们如下定义x 的一个新的标量函数，记为$L_f\lambda(x)$.

$$L_f\lambda(x)=L_f\lambda(x_1,\ldots,x_n)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\lambda}{\partial x_i}f_i(x_1,\ldots,x_n)$$

令$d\lambda=\partial\lambda/\partial x=(\partial\lambda/\partial x_1\ldots\partial\lambda/\partial x_n)$，函数$L_f\lambda(x)$ 可写为简单的形式：$L_f\lambda(x)=d\lambda f(x)$.

这样定义的新函数$L_f\lambda(x)$ 有时也称为$\lambda(x)$ 沿$f(x)$ 的导数.

可以重复运用这个运算. 例如，$\lambda(x)$ 先沿$f(x)$, 后沿$g(x)$ 的导数为

$$L_gL_f\lambda(x)=\frac{\partial(L_f\lambda)}{\partial x}g(x)=d(L_f\lambda)g(x)$$

或，$\lambda(x)$ 沿$f(x)$ k 次的导数可递推地定义为

$$L_f^k\lambda(x)=d(L_f^{k-1}\lambda)f(x)$$

1.1.1 局部正则型

有了上述运算，我们可以引入系统的相对阶概念.

单输入单输出非线性系统

$$\begin{aligned}\dot{x}&=f(x)+g(x)u\\ y&=h(x)\end{aligned}\tag{1.1}$$

称为在x_0 点具有相对阶r, 如果

(i) 对于x_0 的一个邻域中的所有x 及所有$k<r-1$ 有，

$$L_gL_f^kh(x)=0;$$

(ii) $L_gL_f^{r-1}h(x_0)\neq 0$.

单输入单输出非线性系统可以在某些点不存在有相对阶.

为比较这里引入的相对阶概念和我们熟知的概念，我们来计算一个线性系统的相对阶.

$$\dot{x}\ =\ Ax+Bu$$

$$y = Cx$$

令$f(x) = Ax$, $g(x) = B$, $h(x) = Cx$, 易看出

$$L_f^k h(x) = CA^k x$$

而

$$L_g L_f^k h(x) = CA^k B$$

故整数r 由下述条件刻划：$\forall k < r-1$, $CA^kB = 0$, $CA^{r-1}B \neq 0$. 众所周知，满足这些条件和整数正好是系统传递函数$H(s) = C(sI-A)^{-1}B$ 分母多项式的阶与分子多项式的阶之差.

我们还可以如下地得到相对阶概念的另一个有趣的解释. 假设系统在某个时间t_0 的状态为$x(t_0) = x_0$. 我们来计算系统输出$y(t)$ 及其时间导数$y^{(k)}(t)$, k=1,2,... 在$t = t_0$ 的值,

$$\begin{aligned} y(t_0) &= h(x(t_0)) = h(x_0) \\ y^{(1)}(t) &= \frac{\partial h}{\partial x}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x}[f(x(t)) + g(x(t))u(t)] \\ &= L_f h(x(t)) + L_g h(x(t))u(t) \end{aligned}$$

如果相对阶r 大于1, 对于所有使得$x(t)$ 在x_0 附近的t, 即, 所有在t_0 附近的t, 我们有$L_g h(x(t)) = 0$. 因此

$$y^{(1)}(t) = L_f h(x(t))$$

因此又得

$$\begin{aligned} y^{(2)}(t) &= \frac{\partial L_f h}{\partial x}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial L_f h}{\partial x}[f(x(t)) + g(x(t))u(t)] \\ &= L_f^2 h(x(t)) + L_g L_f h(x(t))u(t) \end{aligned}$$

若相对阶大于2, 对所有t_0 附近的t, $L_g L_f h(x(t)) = 0$ 且

$$y^{(2)}(t) = L_f^2 h(x(t))$$