

电工理论基础

下 册

A. E. 卡普梁斯基等著

诸维明 张 谨 译
舒贤林 朱祥华

高 等 教 育 出 版 社

73.1
170
=2

电 工 理 论 基 础

下 册

A. E. 卡普梁斯基等著

诸 维 明 张 谨 译
舒 贤 林 朱 祥 华

3/4098/51

高 等 教 育 出 版 社

本书系根据苏联国立动力出版社 1961 年出版的 А. Е. 卡普梁斯基 (Каплянский)、А. П. 雷先科 (Лисенко)、Л. С. 波洛托夫斯基 (Полотовский) 合著的“电工理论基础” (Теоретические основы электротехники) 一书译出的。

本书包括电工学的物理基础、直流电路和磁路理论、交流电路理论和电磁场理论四个部分。中译本分上、中、下三册出版,上册包括第一、二部分,中册包括第三部分,下册包括第四部分。

本书采用场—路—场系统,最大的特点是篇幅虽小,说理仍很清楚,系统性并未减弱。

本书可作为高等工业院校“电工基础”课程的教学参考书。

电工理论基础

下 册

А. Е. 卡普梁斯基等著

諸維明、張謹、舒賢林、朱祥華譯

北京市书刊出版业营业许可证出字第 119 号

高等教育出版社出版(北京景山东街)

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 K15010·1205 开本 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张 4 $\frac{14}{32}$ 插页 1

字数 115,000 印数 0,001—4,200 定价 (7) 0.60

1966 年 1 月第 1 版 1966 年 1 月北京第 1 次印刷

下册目录

第四部分 电磁场理论

第二十四章 恒定电场和磁场的方程式	453
24-1. 关于电磁场理论	453
24-2. 电磁场	453
24-3. 介电媒质中的电场	455
24-4. 导电媒质中的电场	460
24-5. 磁场	462
第二十五章 根据拉普拉斯方程式计算场	466
25-1. 关于恒定电场和恒定磁场的计算	466
25-2. 拉普拉斯方程式解答的唯一性定理	468
25-3. 变数分离法	469
25-4. 在圆柱坐标系中以变数分离法计算场	471
第二十六章 根据泊松方程式计算场	478
26-1. 关于根据泊松方程式计算场	478
26-2. 圆柱坐标系中场的计算	480
26-3. 二线输电线的磁场	487
第二十七章 根据麦克斯韦方程式计算场	491
27-1. 关于根据麦克斯韦方程式计算场	491
27-2. 在直角坐标系中场的计算	492
27-3. 在圆柱坐标系中场的计算	495
第二十八章 特殊计算法和场的模拟	499
28-1. 镜像法	499
28-2. 保角变换法	505
28-3. 电场和磁场的模拟	517
第二十九章 恒定电磁场	523
29-1. 电磁场中的能量过程	523
29-2. 波印亭矢量	524
第三十章 电磁场方程式	528

30-1. 微分形式的电磁场方程式的完整系统	528
30-2. 烏莫夫-波印亭定理	531
30-3. 电动势位	533
30-4. 表示为符号形式的电磁场基本方程式	539
30-5. 传导电流和位移电流间的比例	540
第三十一章 电磁波的辐射	541
31-1. 辐射现象·赫兹和波波夫的试验	541
31-2. 赫兹偶极子的电磁场	543
31-3. 近区和远区	547
31-4. 辐射功率和辐射电阻	549
第三十二章 电磁波的传播	552
32-1. 介电媒质中的平面波	552
32-2. 导电媒质中的平面波	557
32-3. 半导电媒质中的平面波	562
第三十三章 趋肤效应	565
33-1. 趋肤效应现象	565
33-2. 在平的薄片中介变磁通的不均匀分布	565
33-3. 圆截面导线中介变电流的不均匀分布	568
33-4. 两平行汇流条的邻近效应	573
第三十四章 电磁屏蔽	576
34-1. 关于电磁屏蔽的计算	576
34-2. 均匀场中的薄圆柱屏蔽	577
34-3. 具有金属外皮的双芯电缆	582
第三十五章 电磁场中的过渡过程	590
35-1. 关于电磁场中过渡过程的计算	590
35-2. 平板中磁通的建立	590
35-3. 圆截面导线中电流的建立	595
附录	601
附录 1 MKSA 制, CGSE ₀ 和 CGSE _μ 制单位间的关系	601
附录 2 分数与倍数	602
附录 3 傅里叶级数展开	插页
附录 4 矢量分析公式	603
附录 5 矢量分析的微分运算	603

第四部分

电磁场理论

第二十四章 恒定电场和磁场的方程式

24-1. 关于电磁场理论

在任何电工设备中都有电磁场能量的传播与变换在进行,因此研究电磁场理论和计算方法具有巨大的实际意义。

在电路和磁路理论中,它们的参数——电阻,电感,电容——被认为是已知的。然而,为了计算这些参数必须会计算电场和磁场。对于象辐射,趋肤效应,屏蔽这些现象,路的概念便失掉了意义,这些现象只有根据电磁场理论才能研究。

研究恒定的和交变的电磁场中的复杂现象需要列出表为微分形式的电场和磁场方程组,以及采用比较复杂的数学工具。因此,电磁场理论以矢量分析为基础来阐述。矢量分析使得各种证明和从场的基本方程式中推出的结果简化了。

如果我们局限于讨论电场和磁场的计算问题,那么最好是利用电场和磁场方程式之间的相似性,同时按照初始方程式的形式分类来研究计算方法。

在已知初始条件和边界条件的情况下解决具体的计算场的问题时,必须选择对该问题最合适的坐标系,在这个坐标系中写出微分方程式,然后求解它们。

24-2. 电磁场

电磁场是物质的一种形态,它不仅围绕着静止的电荷,也围绕

着运动电荷(电流)。但是,电磁场不直接与电荷联系也能存在,以光速运动的辐射的电磁波就是一个例子。

当进行宏观研究(在电工中通常都是这样)时,电磁场在空间是连续分布的;但在进行微观研究时,就会发现由光子组成的电磁场的结构有不连续性。

电磁场具有能量和质量,质量的体密度 m_0 与能量的体密度 W_0 之间的关系式为 $m_0 = \frac{W_0}{c^2}$, 这里 $c = 3 \times 10^8$ 米/秒——真空中光速。这个质量的存在决定加在被照射表面上的光压。因为光速很大,所以不管在技术中所应用的电磁场的能量密度多么大,它的质量密度与任何实物的质量密度相比是极其微小的。因此,场的质量在大多数情况下是不考虑的。但是电磁场质量的存在作为场的物质性的证明却具有重要的原则意义。光子与一对负电子—正电子(也就是物质质点)的相互转变,是证明电磁场物质性的第二个事实。

把电磁场看作以上述特性表征的物质形态的概念完全符合法拉第和麦克斯韦就引入了的近距离作用的唯物主义观念。按照这个观念,电荷(电流)的相互作用是通过围绕电荷(电流)的物质实现的。电磁场便是这个物质,在电磁场中所有的变化均以有限速度进行。

还在 18 世纪时就建立了的超距作用(超越距离的作用)的唯心主义观念承认:甚至是在没有中间媒质存在的情况下,在电荷(电流)之间也能够立刻发生相互作用,也就是承认绝对真空的存在。

因为两种观念间的差别(撇开物理解释方面的问题)实质上就是传播速度的问题,所以所有恒定的电磁场现象用两种观点能同样好地描述。因此,关于这种或那种观念的正确性问题,只是在

迅速变化的电磁场的实验研究过程中才得到有利于近距作用的解答。

1887 年赫兹的研究工作证实了麦克斯韦 1873 年预言的电磁波的存在, 1895 年波波夫发明了无线电, 1901 年列别杰夫发现了光压, 于是麦克斯韦的理论以及与之相应的近距作用观念得到了最后的承认。

但是, 就是目前, 在研究恒定现象时有时也宜于把最后的结论写成相当于超距作用的形式——例如在研究电荷或电流的相互作用时就是这样。

电场和磁场仅是统一的电磁场的两个分量, 它们是不能分离地关联着的。电磁场区分为这两个分量是相对的, 同观察情况有关, 并且仅仅是对现象作宏观研究时才有可能。当带电体运动时, 在周围空间便发生电磁场, 静止的观察者根据作用于试验电荷和磁针上的机械力发现电场和磁场。但是, 与带电体一齐运动的带有试验电荷和磁针的观察者不发现磁针的偏转, 而仅发现对试验电荷的作用; 对这样的观察者仅仅存在电场而磁场是不存在的。

在进行微观研究的情况下总是揭示出电磁场的两个方面; 例如, 在研究静止的带电体时, 也必须估计到构成物体总电荷的电子按其轨道运动时所建立的磁场。但是由于这些元电流杂乱无章地布置, 它们的磁场随着对物体距离的增加极其迅速地衰减。在进行宏观研究的情况下, 静止的带电体周围只考虑电场。

因为能建立起只显示出电磁场一个方面的条件, 分开研究电场和磁场也是可能的。这也相应于一系列实际问题, 那时在电工设备中只是对决定场的一个方面感到兴趣。

24-3. 介电媒质中的电场

在许多情况下, 引入电位这个标量就能使静电场的计算简化。

电位与电场强度矢量在任一方向上投影的关系为:

$$E_l = -\frac{\partial \varphi}{\partial l}.$$

在直角坐标系中

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

而电场强度矢量为

$$\mathbf{E} = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$$

或

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi.$$

电位的梯度 $\text{grad } \varphi$ 是一个矢量, 数值上等于电位沿法线方向的导数, 而方向垂直于等位面, 并指向电位增加的一边:

$$\text{grad } \varphi = \frac{d\varphi}{dn} \mathbf{n}^\circ,$$

此处 $\mathbf{n}^\circ$ 是法线的单位矢量。

表征电场基本关系之一的是场的有位性条件:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0.$$

这个条件来自静电场电位的单值性, 场的力线起始和终止于带电物体的表面上。

为了从这个积分表示式过渡到微分表示式, 必须缩小积分回路, 使其集中于一点。但是, 不管电场的性质如何, 沿闭合路径的积分以及它所限定的表面 ΔS , 这时都趋于零, 因此在该点的电场用它们的比值的极限来表征:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} d\mathbf{l}}{\Delta S}.$$

从数学课程中可知, 这个极限是矢量 $\mathbf{E}$ 的旋度在表面 ΔS 的

法线上的投影:

$$\operatorname{rot}_n \mathbf{E} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} d\mathbf{l}}{\Delta S};$$

法线的正方向与沿回路环行的方向之间具有右螺旋定则的关系。

在直角坐标系中矢量的旋度为

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} = & \mathbf{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \\ & + \mathbf{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \end{aligned}$$

因为在矢量旋度的投影表示式中位于极限符号后的分数的分子在任何 ΔS 数值下均为零, 所以场的有位性条件可归结为

$$\operatorname{rot}_n \mathbf{E} = 0.$$

因为这对任何法线方向都是正确的, 所以总是有

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0.$$

矢量旋度为零的等式说明, 矢量线不自行闭合, 也就是不构成旋涡而有始点和终点。有位场和无旋场是一样的。

静电场的第二个基本关系是推广的高斯定理:

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q.$$

对于表面 ΔS 限定的并包含电荷 ΔQ 的小体积 Δv 来说, 推广的高斯定理为:

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = \Delta Q.$$

用体积 Δv 除等式两边, 当 $\Delta v \rightarrow 0$ 时取极限得:

$$\lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{D} d\mathbf{S}}{\Delta v} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta v}.$$

从数学课程中知道, 等式左边的极限称为矢量 $\mathbf{D}$ 的散度:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{D} d\mathbf{S}}{\Delta v};$$

在直角坐标系中

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}.$$

等式右边的极限是电荷体密度 ρ 。这样一来，微分形式的高斯定理可以写成：

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho.$$

如果在某点场矢量的散度不等于零，那么这意味着矢量线从该点发散或者聚集于该点。换句话说，这一点是矢量线的源(始点)或尾(终点)。这样，最后的等式说明正的体电荷是电位移矢量的源，而负的体电荷是它的尾。

如果矢量的散度等于零，那么在该点，矢量线不起始也不终结。

为了完整地表征该点的电场，我们还要添上熟知的能量体密度表示式

$$W_0 = \frac{\mathbf{E} \mathbf{D}}{2}$$

和电容率为 ϵ_1 及 ϵ_2 的两媒质分界面处的条件：

$$E_{t1} = E_{t2}, \quad D_{n1} = D_{n2}.$$

运动的电荷也建立电场；在载导体周围电介质中的电场也是用没有电荷的空间($\rho=0$)内的静电场的方程式，即

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi,$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad W_0 = \frac{\mathbf{E} \mathbf{D}}{2}$$

来描述。

静电场和在载导体周围电介质中的电场之间的差别在于：导电物体的表面在前一种电场中是等位面，而在后一种电场中则

不是。这一点从图 24-1 的二线输电线的实例中可以明显地看出。图 24-1, *a* 表示空载线的静电场, 图 24-1, *b* 表示负载线的电场。在第一种情况下电场垂直于导线等位面, 而在第二种情况下, 由于沿导线的电压降, 除了电场的法线分量 E_n 以外还有它的切线分量 E_t 。这个分量由导线电阻的数值决定。因为金属导线的电阻率很小, 所以在实际问题中电场的切线分量由于比法线分量小得很多而可以忽略掉, 因而这种场可以当作静电场来研究。

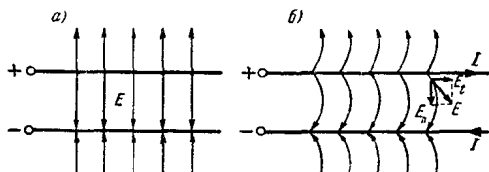


图 24-1

在均匀电介质的情况下 ($\epsilon = \text{const}$), 微分形式的高斯定理可以用下列关系式表示:

$$\text{div} \mathbf{D} = \text{div} \epsilon \mathbf{E} = \epsilon \text{div} \mathbf{E} = \rho,$$

或者

$$\text{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon}.$$

将 $\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi$ 代入得到方程式(附录 4):

$$-\text{div}(\text{grad } \varphi) = -\Delta \varphi = \frac{\rho}{\epsilon},$$

或者

$$\Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon},$$

此式称为泊松方程式。这里 Δ 是拉普拉斯算子; 在直角坐标系中

$$\begin{aligned} \Delta \varphi = \text{div grad } \varphi &= \frac{\partial}{\partial x}(\text{grad } \varphi)_x + \frac{\partial}{\partial y}(\text{grad } \varphi)_y + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z}(\text{grad } \varphi)_z = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}.$$

泊松方程式的通解具有如下形式:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho dv}{r},$$

式中 r 是从观察点到带有电荷 ρdv 的元体积的距离。这个结论可以通过将上式代入泊松方程式中来检验。

对没有电荷的空间 ($\rho=0$), 泊松方程变为拉普拉斯方程:

$$\Delta\varphi=0.$$

对均匀电介质中场的计算来说, 泊松方程式和拉普拉斯方程式的意义在于用解标量 φ 的偏微分的单一方程式来代替解矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{D}$ 的方程式; 前者是较简单的, 而后者是复杂的。

24-4. 导电媒质中的电场

电场在导电媒质中产生电流。在能量源的外面, 这个场是位场, 因此对它说来仍然存在着前面导出的关系:

$$\text{rot } \mathbf{E}=0, \quad \mathbf{E}=-\text{grad } \varphi,$$

对均匀媒质来说, 因为自由电荷 $\rho=0$, 所以

$$\Delta\varphi=0.$$

等式 $\text{rot}\mathbf{E}=0$ 可解释成不包含电源的回路的基本尔霍夫第二定律表示式的微分形式。事实上, 在位场中沿闭合回路环行时 $\oint \mathbf{E}d\mathbf{l}=0$, 也就是这部分的电压总和等于零。

在电导率为 γ 的媒质中电流密度矢量 δ 等于 $\delta=\gamma\mathbf{E}$ (§ 5-2)。这个表示式是微分形式的欧姆定律。此外, 矢量 δ 满足关系式

$$\oint \delta d\mathbf{S}=0,$$

这是电流连续性原理的积分表示式。

和前一节的叙述相似, 这个等式导出微分关系

$$\operatorname{div} \delta = 0.$$

它被解释成微分形式的基尔霍夫第一定律, 因为没有电流密度矢量的源就相当于会合在一点上的总电流(电流密度矢量的通量)等于零。

将焦耳-楞次定律用于长度为 dl , 底面为 dS 而位于相邻等位面上的无限小平行六面体, 可以得到元热损耗功率 dP 。在平行六面体底面间的电压 $dU = \mathbf{E}dl$, 流经底面的电流 $dI = \delta dS$, 相应地,

$$dP = dU dI = \mathbf{E} d\delta dS = \mathbf{E} \delta dv,$$

这里 $dv = dl dS$ ——平行六面体的体积。

单位体积中的功率为

$$\frac{dP}{dv} = P_0 = \mathbf{E} \delta = \gamma \mathbf{E}^2;$$

最后的关系式是微分形式的焦耳-楞次定律。

如果所研究的体积中还包含局外能量源, 其电动势 $\mathcal{E}_{\text{стор}} = \int \mathbf{E}_{\text{стор}} dl$, 那末恒定电流的电场就不是位场, 因为此时应以合成电场 $\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}}$ 来代替 $\mathbf{E}$, 于是

$$\oint (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}}) d\mathbf{l} = \mathcal{E}_{\text{стор}}.$$

现在, 微分形式的欧姆定律和焦耳-楞次定律为:

$$\delta = \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}}) \text{ 和}$$

$$P_0 = (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}}) \delta = \gamma (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}})^2.$$

由局外电动势产生的单位体积功率为

$$P_{0\text{стор}} = \mathbf{E}_{\text{стор}} \delta = \gamma \mathbf{E}_{\text{стор}} (\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стор}}).$$

在具有电导率 γ_1 和 γ_2 的两媒质的分分表面处存在下列关系:

$$E_{t1} = E_{t2} \quad \text{和} \quad \delta_{n1} = \delta_{n2}.$$

24-5. 磁场

全电流定律

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = I$$

和磁通连续性原理

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

是恒定电流磁场的基本关系式。

将 $I = \int \delta dS$ 代入全电流定律的表示式中得

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int \delta dS.$$

同前面相似, 可以得到微分关系式:

$$\text{rot} \mathbf{H} = \delta \quad \text{和} \quad \text{div} \mathbf{B} = 0.$$

当矢量的旋度不为零时, 矢量线自行闭合; 线的疏密(旋涡的密度)由矢量旋度的数值决定。这样, 第一个等式表明磁场的有旋特性; 第二个等式表明在磁场中不存在源(尾), 也就是不存在磁荷, 并且在任何媒质中磁感应线有连续性。

对于不存在电流的区域, 即在载流导体以外的区域, $\delta = 0$, 于是基本方程式

$$\text{rot} \mathbf{H} = 0 \quad \text{和} \quad \text{div} \mathbf{B} = 0$$

同没有体电荷时介电媒质中的电场方程式相似。在这个区域中磁场可以看作位场, 并且与电场相似, 可用标量——磁位 φ_m 来表征, 而且

$$\mathbf{H} = -\text{grad } \varphi_m.$$

对于均匀而各向同性的媒质, 磁位满足拉普拉斯方程式

$$\Delta \varphi_m = 0.$$

然而对于包含电流的区域,也就是在磁场的有旋特性条件下 ($\text{rot}\mathbf{H}=\delta$),如果限于研究均匀而各向同性的媒质($\mu=\text{const}$),也能得到与电场方程式在形式上相似的方程式。建立这种相似性可简化磁场的计算。为此目的引入辅助矢量——矢量位 $\mathbf{A}$,它由下式决定:

$$\mathbf{B}=\text{rot}\mathbf{A}.$$

这样引入矢量位之所以可能,是因为对任何矢量都有(附录4)

$$\text{div rot}\mathbf{A}=0,$$

因而等式 $\mathbf{B}=\text{rot}\mathbf{A}$ 和基本关系式 $\text{div}\mathbf{B}=0$ 一致。

彼此相差为任意标量 α 的梯度的无限多个矢量均满足方程式 $\mathbf{B}=\text{rot}\mathbf{A}$ 。如果设

$$\mathbf{A}'=\mathbf{A}+\text{grad}\alpha,$$

那么

$$\mathbf{B}=\text{rot}\mathbf{A}'=\text{rot}\mathbf{A}+\text{rot grad}\alpha=\text{rot}\mathbf{A},$$

因为始终有 $\text{rot grad}\alpha=0$ (附录4)。因此,为了确定矢量 $\mathbf{A}$ 应附加条件,这将在下面给出。

将 $\mathbf{B}=\text{rot}\mathbf{A}$ 代入微分形式的全电流定律中得

$$\text{rot}\mathbf{H}=\text{rot}\frac{\mathbf{B}}{\mu}=\frac{1}{\mu}\text{rot}\mathbf{B}=\frac{1}{\mu}\text{rot rot}\mathbf{A}.$$

因为对任何矢量都有(附录4)

$$\text{rot rot}\mathbf{A}=\text{grad div}\mathbf{A}-\Delta\mathbf{A},$$

所以

$$\text{rot}\mathbf{H}=\frac{1}{\mu}(\text{grad div}\mathbf{A}-\Delta\mathbf{A})=\delta.$$

依照上面所讲的,对矢量位 $\mathbf{A}$ 最好加上条件:

$$\text{div}\mathbf{A}=0.$$

于是,为了确定矢量位,便得到了泊松方程式

$$\Delta\mathbf{A}=-\mu\delta,$$

它和电场中位的方程式相似, 不同之处仅在于, 在电场的情况下这个方程式把标量联系起来, 而在磁场的情况下则把矢量联系起来, 并归结为三个分量方程式:

$$\Delta A_x = -\mu \delta_x, \quad \Delta A_y = -\mu \delta_y, \quad \text{和} \quad \Delta A_z = -\mu \delta_z.$$

矢量位方程式的通解, 和在 § 24-3 中引出的相似, 为:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\delta d\mathbf{v}}{r}.$$

由此可知, 随着距被电流占据的区域愈来愈远, 矢量位的衰减不慢于 $\frac{1}{r}$ 。

对于沿导线截面 S 均匀分布的线电流, 矢量位表示式可以变换为:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\delta d\mathbf{v}}{r} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\delta S d\mathbf{l}}{r} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{l}}{r},$$

这里 $d\mathbf{l}$ 为载流导线的单元长度。

借助于矢量磁位 $\mathbf{A}$ 可以计算经过表面 S 的磁通

$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int \text{rot} \mathbf{A} d\mathbf{S};$$

按照司托克斯定理, 这个表示式可以变换为:

$$\Phi = \oint \mathbf{A} d\mathbf{l},$$

这里积分沿限定表面 S 的闭合回路 l 进行。

磁场能量密度为

$$W_0 = \frac{\mathbf{H} \mathbf{B}}{2}.$$

在具有磁导率 μ_1 和 μ_2 的两种媒质的边界处, 磁场强度和磁感应强度满足等式:

$$H_{t1} = H_{t2} \quad \text{和} \quad B_{n1} = B_{n2}.$$