Gong Cheng Liu TiLiXue LiTiJi

工程流体力学例题集

彭乐生　茅春浦主编

上海交通大学出版社

工程流体力学例题集

主编　彭乐生　茅春浦

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书选编了各种不同类型的例题 150 道，内容包括静力学、一元流动、平面势流、量纲分析、相似理论、粘性流动和一元气体动力学。可供学习《工程流体力学》的大学生和工程技术人员阅读，也可供教师备课参考。

工程流体力学例题集

上海交通大学出版社出版

（淮海中路1984弄19号）

新华书店上海发行所发行

常州村前印刷厂排版印装

开本 787×1092毫米 1/32 印张8.5 字数186,000

1987年7月第1版 1987年7月第1次印刷

印数 1—6500

统一书号：15324·219 科技书目：143—217

定价：1.40元

前　　言

本书是为帮助学生学习《工程流体力学》而编写的辅助教材，可供学生课外阅读，也可作为教师备课的参考书。选题范围大致以原水力学教材编审小组1982年审订的《工程流体力学教学大纲(草案)》为准，共选编了150道例题，分为七章，十九节。

每一节先对有关公式加以解释，然后列题进行详细的分析与解答，有的还“一题多解”。例题的绝大部分来自我们的教学实践，编排由简到繁，由浅入深，目的是使读者通过例题能加深对基本概念的理解，熟悉流体力学处理问题的方法。本书不追求篇幅，在一般教科书中都能找到的练习性题目，本书均不列入；也不列入类型重复的题目。

原稿由下列同志分工执笔：彭乐生(第一章)、柳康宁(第二章)、鲁传敬(第三章)、丁祖荣(第四章)、朱世权、茅春浦(第五章)、吴君朋(第六章)、王蓉孙(第七章)。虽是分工编写，但是逐章、逐题都经过了充分的集体讨论，编写书稿的过程贯串着教学经验的交流。汇总的书稿由邬敏莉誊清，彭乐生和茅春浦担任主编，王蓉孙教授负责审定。

目　　录

第一章　静力学

（一）　静水压强

静水中的等压面是水平面，处处与重力垂直。

图1-1中标出了等压面的三个特例：(1)自由液面l-l'，压强处处等于液面上气体的压强p_0；(2)测压管水头面m-m'，压强等于大气压p_a；(3)静力水头面n-n'，压强为零。测压管水头面和静力水头面可以表现为直观的、具体的液面，也可以是假想的。

对于任意一点P，其压强p可按下列三个公式中的任一个进行计算：

$$p = p_0 + \rho g h_0,$$

$$p = p_a + \rho g h_g,$$

$$p = \rho g h_p \qquad (1\text{-}1)$$

式中：ρ为液体密度，g为重力加速度。

由(1-1)式可得

$$h_p = p/\rho g \qquad (1\text{-}2)$$

h_p称为与p相当的"压强高度"。

$$h_g = (p - p_a)/\rho g \qquad (1\text{-}3)$$

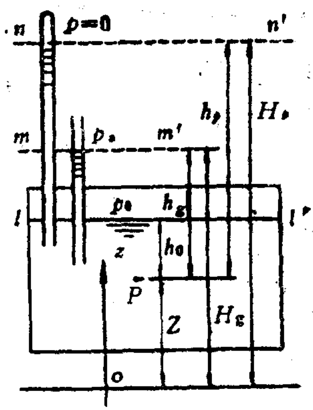

图 1-1

称为“测压管高度”，式中 $p-p_a$ 为压强p超出大气压的部分，可记作

$$p_g = p - p_a \tag{1-4}$$

p_g称为超压或表压，p称为绝对压强，当p小于p_a时，超压为负值，负超压的绝对值可称为真空压强或真空度，并记作

$$p_v = p_a - p \tag{1-5}$$

取参考坐标z垂直向上，则对于任意点P，有

$$\frac{p_g}{\rho g} + z = H_g \tag{1-6}$$

$$\frac{p}{\rho g} + z = H_p \tag{1-7}$$

H_g称为测压管水头，H_p称为静力水头，它们都与所考察点P的位置无关，而为常数。据此，若考察静水中任意两点1和2，则有

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + z_2$$

即

$$p_2 = p_1 + \rho g(z_1 - z_2) \tag{1-8}$$

式中的p_1和p_2可都用绝对压强来计算，也可都用超压来计算。

压强的单位，按国际单位制是Pa(帕) = 1N/m^2，此单位太小，不实用，一般取kPa(千帕) = 1×10^3Pa 或 MPa(兆帕) = 1×10^6Pa。标准大气压为101.3kPa。水的密度可取标准值ρ = 1000kg/m^3，重力加速度一般取g = 9.81m/s^2(在工程上目前还保留着压强单位kgf/cm^2，并称之为工程大气压，1kgf/cm^2

$=98.1\mathrm{kPa}$，标准大气压为$1.033\mathrm{kgf/cm^2}$)。

题1-1 复式测压管中各液面的标高(单位：m)如图1-2所示，求容器中水面之超压p_g。

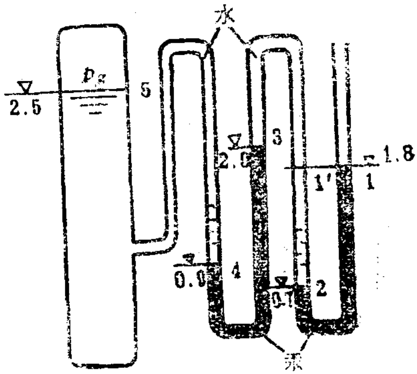

图 1-2

解 这个题目中已知的是1处超压为0，故可根据(1-8)式，由已知压强来算未知压强，逐步算出p_2、p_3、p_4、p_5：

$$p_2=\rho_{汞}g(z_1-z_2),\quad p_3=p_2+\rho_{水}g(z_2-z_3),$$

$$p_4=p_3+\rho_{汞}g(z_3-z_4),\quad p_5=p_4+\rho_{水}g(z_4-z_5)$$

将以上四式依次迭代，得到

$$\begin{aligned}p_g=p_5&=\rho_{汞}g(z_1-z_2+z_3-z_4)+\rho_{水}g(z_2-z_3+z_4-z_5)\\&=[13600\times(1.8-0.7+2.0-0.9)\\&\quad+1000\times(0.7-2.0+0.9-2.5)]\times9.81\\&=(13600\times2.2-1000\times2.9)\times9.81\\&=265\mathrm{kPa}\end{aligned}$$

解这种题目时要注意：公式(1-8)只能应用于连续分布的同一种液体中，我们不能错误写成$p_5=p_1+\rho g(z_1-z_5)$。同样，也不能错误认为$p_{1'}=p_1$，而必须利用分界面上两种液体的压强相同这一条件，逐步分段计算p_2、p_3、p_4、p_g。在计算过程中，不需要算出p_2、p_3、p_4的具体数值，而只需列出代数式，迭代后再作数值计算。这样可以减少计算量和计

算误差。

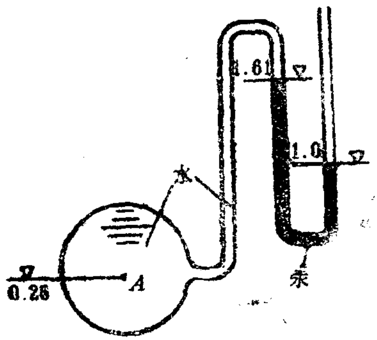

图 1-3

题1-2　若大气压 $p_a = 98100\text{Pa}$，根据图1-3中的液位差，求A点处的绝对压强和真空度。

解　要合理安排计算步骤，则应先计算真空度，后换算成绝对压强。

答案：$p_v = 68\text{kPa}$

$p = 35\text{kPa}$(绝对)

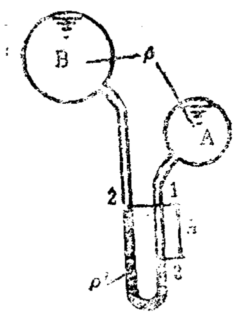

图 1-4

题1-3　容器A和B贮有相同的液体(密度为 ρ)，但压强不同，位置也不同。试根据图 1-4中 U 形管中液位差h 计算两个容器中液体静力水头之差 $\Delta H = (\frac{p}{\rho g} + z)_A - (\frac{p}{\rho g} + z)_B$，U形管中液体密度为$\rho'$。

解　由于静力水头在连续的同一液体中为常数，故可以在两个容器中分别选择任意两点1与2代替A与B来计算ΔH：

$$\Delta H = (p/\rho g + z)_1 - (p/\rho g + z)_2$$

我们理应选择$z_1 = z_2$，则

$$\Delta H=(p_1-p_2)/\rho g$$

由(1-8)式可知

$$p_1=p_3-\rho gh,\quad p_2=p_3-\rho' gh$$

所以 $\Delta H=(p_1-p_2)/\rho g=h(\rho'/\rho-1)$

题1-4　封闭容器中贮有氮气、油和水，如图1-5所示，根据各个液面标高值（单位：m）计算油的相对密度δ和氮气超压p_g。

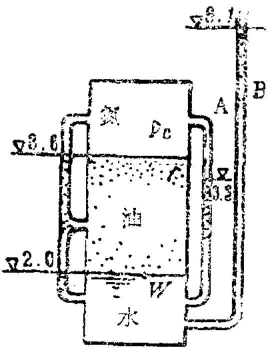

图 1-5

解　由A、B两管的标高差可以立即算得超压p_g、由B管液面高可算得油水分界面处压强p_W。而$p_W-p_g=\rho_{油}gh_{油}$，即可算出$\rho_{油}$及$\delta=\rho_{油}/\rho_{水}$。

答案：$\delta=0.813$

$p_g=27.5\text{kPa}$

题1-5　半球形容器，如图1-6所示。质量$m=4.2\times10^3$ kg，半径$R=1$m，内部充满相对密度$\delta=0.8$的油，容器顶上的压强表读数为$p_g=15.70$kPa。求容器底部受到的油压p_A以及容器底与地面间的平均压强p_B。

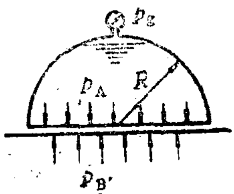

图 1-6

解　此题并不难，但是不注意也

可能出错；错误可能出在单位换算上，也可能出在概念上。读者可利用下面的答案进行核对。

答案：$p_A=23.55\text{kPa}$　　$p_B=18.34\text{kPa}$

思考：$p_B<p_A$，容器为什么还能平衡？

题1-6　直径$D=0.2\text{m}$，高$H=0.4\text{m}$的圆柱形容器倒置在直径$d=0.1\text{m}$的柱塞上，如图1-7所示。容器内充满了水。容器上底质量$m_1=150\text{kg}$，下底质量$m_2=120\text{kg}$，圆柱部分质量$m_3=300\text{kg}$，不计容器与柱塞间的摩擦力，求：(1)容器上底处表压强p_g为多少？(2)螺栓群A受拉力多少？(3)B受拉力多少？

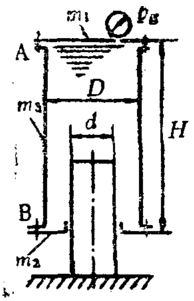

图 1-7

解　从题1-1到题1-5，每一题都给出了某一特殊点的压强值，求解时，可以根据已知的压强，用公式（1-8）去计算未知的压强，本题与以上各题不同，没有给出任何一点的压强值。给出的条件是，容器处于平衡状态。首先我们必须利用此条件求出p_g。

(1) 容器上底受压为$p_g\frac{\pi}{4}D^2$，下底受压$(p_g+\rho gH)\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)$，重量$G=(m_1+m_2+m_3)g$，由平衡条件得

$$p_g\cdot\frac{\pi}{4}D^2=(p_g+\rho gH)\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)+(m_1+m_2+m_2)g$$

$$p_g=\rho gH(D^2/d^2-1)+(m_1+m_2+m_3)4g/\pi d^2$$
$$=1000\times9.81\times0.4\times(4-1)+570\times4\times9.81/\pi\times0.1^2$$

$$= 723.73\text{kPa}$$

(2) 由容器上底平衡可得

$$T_A = p_g \frac{\pi}{4} D^2 - m_1 g = 723730 \times \frac{\pi}{4} \times 0.2^2 - 150 \times 9.81$$

$$= 21260\ \text{N} = 21.26\ \text{kN}$$

(3) 可以由容器圆柱部分平衡求T_B，也可由下底平衡求T_B，即

$$T_B = T_A - m_3 g \quad 或 \quad T_B = (p_g + \rho g H)\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) + m_2 g$$

答案：$T_B = 18.3\ \text{kN}$

题1-7 直径$D = 0.2\text{m}$的圆柱形盛水容器，悬于$d = 0.1\text{m}$的柱塞上，如图1-8所示，若容器自重$m = 50\text{kg}$，水深$H = 0.3\text{m}$，略去容器与柱塞间摩擦力，求容器上面部分的真空度p_v。

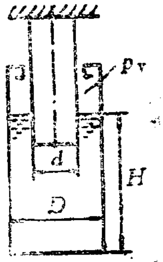

图 1-8

解 有一种说法："容器上底受到的向上压力小，而下底受到的向下压力大，合力永远是向下的。再加上容器的重力也向下，因此它是不能平衡的。"这一说法似是而非。

如果我们分析容器受力时，考虑的是绝对压强，容器内壁受到的压力合力确实总是向下的，但是还必须考虑到外壁受到大气压的作用，它是向上的(因为下底的面积比上底大)，因此容器是有可能平衡的。不过，通常在分析流体对固体的

作用力时，一般只需考虑超压，而不去计算大气压的作用(因为它作用于固体的力自行平衡)，这样处理问题更为方便。如果考虑超压，本题中超压是负值(即所谓“吸力”)，下底受到的“吸力”(向上)可以比上底大，而使容器平衡。

考虑超压$p_g = -p_v$，与上题相同，由容器平衡可得

$$p_g \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = (p_g + \rho gh)\frac{\pi}{4}D^2 + mg$$

答案：$p_g = -74.22\text{kPa}$

思考：以上1-6和1-7两题，压强的大小与活塞深入容器中的深度没有关系，这是什么原因？1-7题中如果活塞底部不与水接触，求解步骤如何？

(二) 静水对平壁的压力

计算静水对固壁的作用，仅需考虑超压。设平壁(浸没在水中的)面积为A，形心为S，平壁受到的压力是

$$P = p_S A = \rho g h_S A \tag{1-9}$$

式中：p_S是S点的压强，h_S是S点的淹没深度，或是p_S的测压管水头高。

压力P并不通过S点，而是通过比S更为低的一点M，M称为压力中心，它的位置见图1-9，坐标

$$e = \frac{J_\xi}{y_S A} \tag{1-10}$$

$$f = \frac{J_{\xi\eta}}{y_S A} \tag{1-11}$$

式中：y_S为形心S的坐标，$y_S=\dfrac{\int y\mathrm{d}A}{A}$，$x_S=\dfrac{\int x\mathrm{d}A}{A}$，$J_\xi$ 和 $J_{\xi\eta}$分别为面积A对ξ轴的惯性矩(二次矩)和对ξ，η轴的惯性

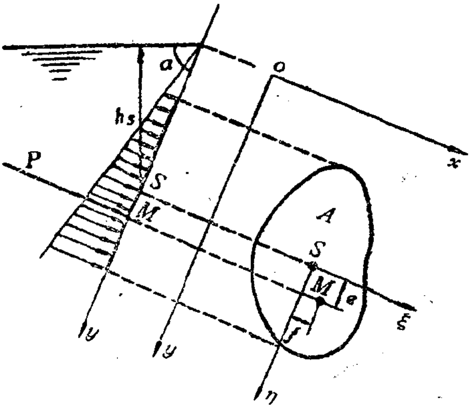

图 1-9

积，$J_\xi=\int\eta^2\mathrm{d}A$，$J_{\xi\eta}=\int\xi\eta\mathrm{d}A$。在计算中，有时还需要求P力对ξ轴的矩，可直接写成

$$M_\xi=\rho gJ_\xi\sin\alpha \tag{1-12}$$

它与水深无关。

题1-8 油柜封头为圆形平板，如图 1-10 所示，直径$D=0.8\mathrm{m}$，液深$H=0.5\mathrm{m}$。液面上有超压$p_g=5\mathrm{kPa}$，油的密度$\rho=800\mathrm{kg/m^3}$，求封头所受压力P的大小及作用点(压力中心)。

解 圆形平板的形心压强为

$$\begin{aligned}p_S&=p_g+\rho gH\\&=5+0.8\times9.81\times0.5\\&=8.92\mathrm{kPa}\end{aligned}$$

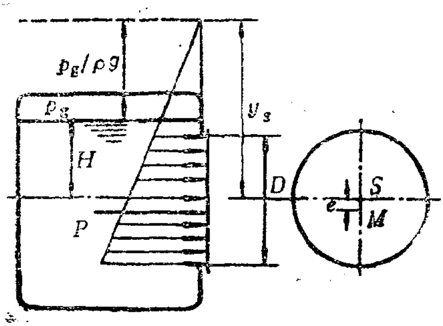

图 1-10

面积

$$A=\frac{\pi}{4}D^2$$

$$=\pi\times0.8^2/4$$

$$=0.503\text{m}^2$$

压力 $P=p_SA=4.485$ kN 。计算压力中心位置e，采用(1-10)式

$$e=\frac{J_\xi}{y_SA}$$

式中：$J_\xi=\frac{\pi}{64}D^4=\pi\times0.8^4/64=0.0201\text{m}^4$

而y_S不能用H来代表，因为此处液面上不是大气压。y_S应是p_S的测压管高度，即

$$y_S=p_S/\rho g=8.92/0.8\times9.81=1.137\text{ m}$$

$$e=J_\xi/y_SA=0.0291/1.137\times0.503=0.035\text{m}$$

$$=3.5\text{cm}$$

(在以上计算中，也可不必急于先算出J_ξ的数值，而直接计算 $e=J_\xi/y_SA=\frac{\pi}{64}D^4/y_S\frac{\pi}{4}D^2=D^2/16y_S=0.8^2/14\times1.137=3.52\times10^{-2}\text{m}$。)

题1-9　圆筒形容器半径为R，一半盛有液体，如图1-11所示，液面上为大气压p_a，求圆板端盖所受液体压力P的大小和作用点。

解　端盖浸没部分为一个半圆。首先需要查表找出半圆形的形心位置及截面惯性矩：

$$y_S = 4R/3\pi$$

$$J_\xi = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)R^4$$

$$A = \frac{\pi}{2}R^2$$

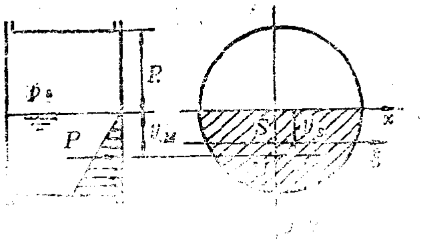

图 1-11

所以

$$P = \rho g y_S A = \frac{2}{3}\rho g R^3$$

压力中心位置

$$e = J_\xi / y_S A = \left(\frac{3\pi}{16} - \frac{4}{3\pi}\right)R$$

即

$$y_M = y_S + e = 3\pi R/16$$

题1-10 与上题相同，但液面上具有超压p_0，如图 1-12所示，求盖板所受压力的大小及作用点。

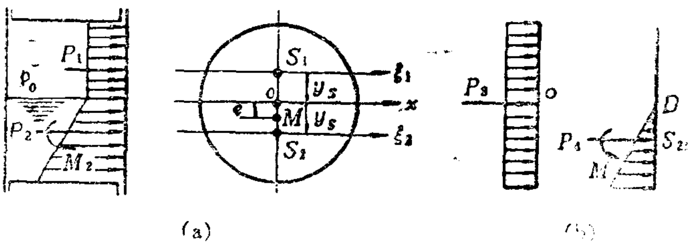

图 1-12

解

(1) 由于盖板上压强分布上下两半不同，故应分别求其压力，再求合力。上半圆受压力