

顾
长
华

主
编

医学电子仪器



医学电子仪器

顾长华 主编

编者

王太昌(副主编) 王正山

林荫森 汤祥富 周官保

夏有声 李靖生 顾长华



人民卫生出版社

3251/35 06

医学电子仪器

顾长华 主编

人民卫生出版社出版

(北京市崇文区天坛西里10号)

人民卫生出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

787×1092毫米16开本 22 $\frac{1}{2}$ 印张 4插页 514千字

1991年1月第1版 1991年1月第1版第1次印刷

印数: 00, 001—2,180

ISBN 7-117-01371-0/R·1372 定价: 17.40元

〔科技新书目222—234〕

前 言

随着现代科学技术的迅速发展和医学研究、医疗诊断的需要,物理学、化学、电子学、材料科学、系统工程学等学科的知识在医学领域得到了广泛应用。它们与医学、生物学相互交叉、相互渗透,形成了一门新兴的综合性边缘学科——生物医学工程,出现了一门新技术——医学电子技术。大量先进、精密、可靠的医学仪器已成为医学研究和医疗诊断的重要手段,是医学、医疗水平提高的不可缺少的重要条件和标志。

现代医学仪器,综合运用生物医学、物理学、化学、电子学、系统工程学等学科的相应理论、方法和技术来检测、处理、分析人(生物)体中的各种信息,解决医学研究与医疗诊断中的有关问题。

现代医学仪器发展迅猛,特别是现代电子(包括计算机)技术推动着医学仪器向自动化、智能化、现代化方向发展,各种新的仪器不断涌现。我国医学仪器事业发展很快,国产、进口的医学仪器在逐年增多,各级各类医院都程度不同地配置了各种现代化医学仪器,广大医学工作者、医护人员运用现代医学仪器进行医学研究与医疗诊断。但是,全面系统地论述医学电子仪器的基本理论及其原理、应用与维修方面知识的书籍,在我国还不多见。这给迫切需要这方面知识的医学仪器的设计、制造、使用、维修人员造成不便,这与我国医学仪器事业的发展需要不相适应。为此,我们特编写此书,供从事这方面工作和需要掌握这方面知识的人员学习和参考。

本书共十三章,分为两大部分。第一至第五章为第一大部分,主要论述医学仪器的基本理论方面的内容:系统地讨论了医学仪器的结构、特性、工作方式及分类等;介绍了生物电阻抗、细胞电位和肌电、心电、脑电等生物电知识以及心磁场、脑磁场等生物磁方面的知识;分析了各种医用传感器与医用电极的结构、原理和特点;详细介绍了X光摄像、热摄像、超声成像、断层析像及医用电视等各种医学成像技术;简述了医用计算机的原理及计算机在医学研究、医疗诊断、医学图像处理(包括UCT、PECT、NM-RCT等)、医学仪器、医学教育和医学管理等方面的应用。第二部分是第六章到第十三章。在这一部分中,详细地分析、介绍了心电类(如心电图机、心电向量图机、心音图机等)、脑电类(如脑电图机等)、肌电类(如肌电图机)、超声类(如A超、B超等)、X光类(如X-CT等)、电磁类(如电疗仪、电针仪、高频刀等)和各种监护仪器的工作原理及使用、维修保养方面的知识。医学仪器的品种、型号繁多,它所包含的内容也极其丰富,但由于篇幅所限,考虑到我国目前的实际情况,本书仅介绍了部分常用电子类仪器。

本书内容力求既具有一定的理论性,又具有很强的实用性;既具有一定的深度和广度,又深入浅出;并附有大量实用的数据、图表和照片。

此书可作为大专院校有关专业的选修课的教材或参考书;可作为各级各类医疗仪器培训班的教学用书;也可作为从事医学仪器工作的科研人员、工程技术人员、临床医生及操作维修人员的参考书、工具书。

本书在撰写过程中,承蒙南京医学院倪斌教授热情支持和推荐,得到了四川、北京、

上海等地专家、教授和医务工作者的大力支持；范文霏、刘秋朝等同志为本书绘制了大量插图，山东张晓黎同志为本书做了大量技术工作；此外，还参考了上海医疗电子仪器厂及国外有关厂家的技术资料。特在此一并致以衷心地感谢。

由于作者水平有限、时间仓促，书中错误在所难免，欢迎广大读者批评指正。

作 者

目 录

第一章 医学仪器的基本原理	1
第一节 生物信息检测与处理.....	1
第二节 医学仪器的基本结构和工作方式.....	15
第三节 医学仪器的基本特性.....	24
第四节 医学仪器的限制条件.....	35
第五节 医学仪器分类.....	39
第二章 生物电知识基础	41
第一节 细胞电位.....	41
第二节 生物电阻抗.....	45
第三节 生物电位.....	48
第四节 生物磁场.....	57
第三章 医用传感器和医用电极	62
第一节 医用传感器.....	62
第二节 医用电极.....	77
第三节 医用遥测器.....	88
第四章 医学成像技术	93
第一节 摄影技术.....	93
第二节 X射线摄影技术.....	96
第三节 医用电视技术.....	98
第四节 热成像技术.....	102
第五节 超声成像技术.....	106
第六节 计算机辅助断层成像技术.....	110
第五章 医用电子计算机	115
第一节 计算机中的数和编码.....	115
第二节 计算机基础.....	121
第三节 计算机在医学中的应用.....	124
第六章 心电类仪器	132
第一节 心电图机.....	132
第二节 心电示波器.....	142
第三节 心电向量图机.....	156
第四节 心电心音图机.....	161
第七章 脑电类仪器	165
第一节 脑电图机.....	165
第二节 脑电图机的辅助仪器.....	174
第八章 肌电图机	177

第一节	技术性能·····	177
第二节	工作原理·····	178
第三节	肌电图机的使用·····	181
第四节	故障分析与维修·····	183
第九章	超声类仪器·····	185
第一节	A型超声波诊断仪·····	185
第二节	B型超声诊断仪·····	192
第三节	超声心动图仪·····	201
第十章	X射线类仪器·····	222
第一节	医用X射线机·····	222
第二节	X线电子计算机断层扫描装置·····	233
第十一章	电磁类仪器·····	262
第一节	电疗机·····	262
第二节	电针麻治疗仪·····	270
第三节	电凝器·····	275
第四节	高频电刀·····	278
第十二章	人体机能控制与监护类仪器·····	282
第一节	心脏起搏器·····	282
第二节	QC-11型去颤器·····	290
第三节	XJ-11型心电监视仪·····	297
第四节	心脏急救监视装置·····	313
第五节	胎儿监护仪·····	320
第六节	多道生理记录仪·····	329
第七节	助听器·····	340
第十三章	电气安全·····	344
第一节	人体的电阻和导电情况·····	344
第二节	电击的因素和类型·····	345
第三节	防止电击的基本措施·····	348
第四节	医学电子仪器的安全保护·····	354
参考文献	·····	355

第一章 医学仪器的基本原理

第一节 生物信息检测与处理

在人类生活的以往若干世纪中, 由于没有医学仪器, 医生只能根据经验用自己的五官去取得诊断信息。现代的许多医学仪器用传感器、信号处理装置和显示器, 把人体运动的各种信息变成能观察到的形式。在学习、研究、制造以人体作为诊断、监护、治疗和研究对象的医学仪器时, 弄清楚人体系统和医学仪器系统的特点与联系, 正确进行生物信息的检测与处理是非常重要的。

一、人体系统的特征

人体是一个由神经系统、运动系统、循环系统、呼吸系统等组成的复杂的自然系统。这些子系统相互间既独立、又保持着有机的联系, 用以维持生命。根据信息论、控制论和系统论的观点, 人体系统又可分为器官自控制系统、神经控制系统、内分泌系统和免疫系统等。如图 1-1 所示。

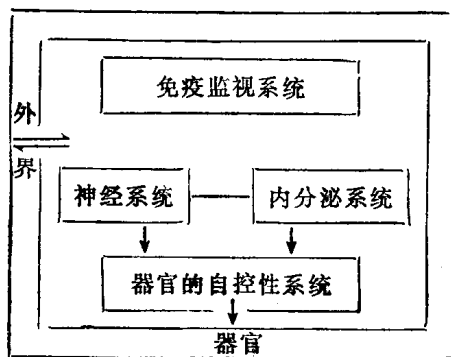


图 1-1 人体系统结构

(一) 器官的自控性系统

器官本身的自体控制系统又称内因性调节机制。这是一种为完成一定功能而构成的器官, 在其内部具有不受神经系统和内分泌系统控制的机制。循环系统里的斯塔林 (Starling) 定律和静脉回流曲线等力学的自体调节功能便是自体控制的典型例证之一, 若舒张期心脏的内容积越大 (血流入量增多), 则心脏收缩期搏出量越多, 这是由心肌本身特性所决定的, 而不受神经或激素的影响。

(二) 神经控制系统

这是一种主要由神经进行快速反应的控制调节机制。在神经系统中, 由神经脉冲以 $1\sim 100\text{m/s}$ 的速度传递信息。这种控制系统的特点是具有层状结构。运动系统是其典型例子。其基础是感受器-中枢-效应器构成的环路, 从各级神经发出的控制信号到达被称为最终公共通路的传出路径 (脊髓前角运动神经元-神经纤维-运动神经端-肌肉), 在运动神经元处迭加起来, 最终表现为运动。见图 1-2。若由于某种因素肌肉伸长, 则肌

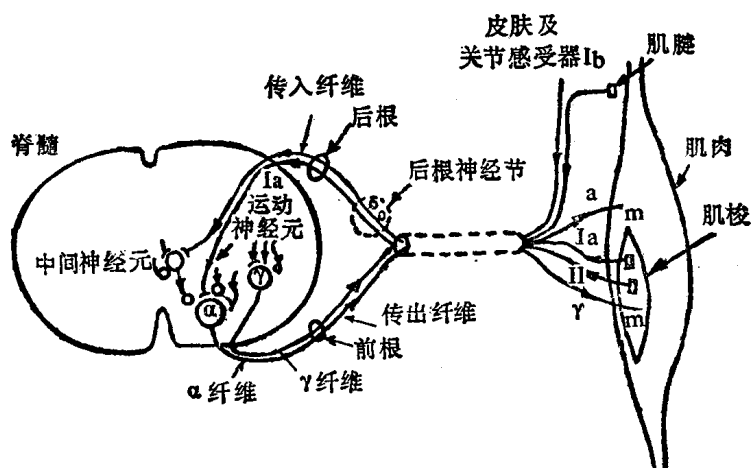


图 1-2 骨骼肌控制系统图

梭被拉长，传入纤维（I_a、II）发出的传入性脉冲就增加，这些脉冲传送到 α 运动神经元后，经传出纤维使肌肉收缩。这就是因肌肉长度增加而引起肌肉收缩的一种神经控制性负反馈过程。

（三）内分泌系统

它是通过循环系统的路径将信息传到全身细胞进行控制，与神经性调节相比，内分泌系统的传导速度较慢。由内分泌腺分泌出来的各种激素，沿循环系统路径到达目的器官。极微量的激素就可使其功能亢进或抑制，它虽然比神经性控制作用缓慢，却是强有力的。尤为重要是激素还有控制发育、生长的作用和功能。

（四）免疫系统

免疫的作用是识别异物（非自体），并将其抑杀和排除。最近已经建立自体免疫的概念，免疫学中监视机制的作用将是用来说明老化、自体修复反常（如癌症等难治疾病）的重要关键。对人体来说，人体内的非自体识别及其处理形式是最基本的控制机制，许多病态可用免疫机制加以说明。

（五）人体控制功能的特点

上述各人体控制系统如何进行控制，又具有什么特点呢？

1. 负反馈机制 人体对不可预测的外界干扰是稳定的，对系统内参数变化的灵敏度也较低，这是由于其负反馈机制造成的。从功能上看，它可用图 1-3 来表示。它似乎与工程上的负反馈系统相同，但实际上有许多不同的地方。

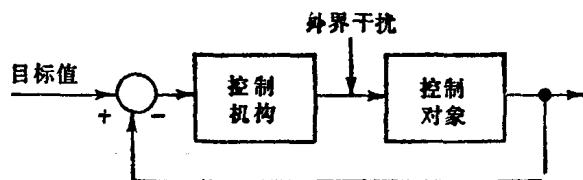


图 1-3 人体负反馈机制图

- (1) 它没有明确的给定值（目标值）和相加点；
- (2) 它的控制量不容易鉴定；
- (3) 呈非线性关系且增益低。

2. 双重支配 与工程中的系统不同,生物体很少以一个变量取正负值来控制被控制对象,往往是各自存在着促进的器官和抑制的器官,而以两者的协调工作来支配一个系统,从而构成负反馈机制。植物神经系统中的交感神经与副交感神经所起的持续而相互拮抗的支配作用就是一个典型的例子。此外,生物化学的酶反应系统中的诱导物质和抑制物质的作用也都是较好的例证。

3. 多重层次性 在生物体中,常见的是,在功能上往往由上一级环路对下一级负反馈环路进行高次控制。例如,在运动系统的构成中,“层次性控制”作为神经控制的特点,表现得非常突出。脊髓作为中枢反射的基础,与此相对应,由上层中枢对感觉输入信息进行处理并加以控制,运动功能是在大量的反射综合(在运动神经元处迭加起来)之后形成的。再如循环系统内的内因性调节与外因性调节对循环系统的调节作用就具有多重层次性。还有关于心脏搏动节律的形成,不仅在窦房结,而且心房、心室里也有协调同步的部分。

人体具有预备功能,并由于多重控制使系统的可靠性提高。

4. 适应性 人体能根据外界的刺激改变控制系统本身的控制特性。这种适应性在感觉系统中表现得非常明显。例如,人从明亮处刚进入暗处时什么都看不见,然后渐渐地就能看见东西。又如戴惯了眼镜就意识不到戴眼镜。登山时由于缺氧而出现高山症状,但在高处停留一段时间后症状就会减轻或消失。古人云“如入鲍鱼之肆,久而不闻其臭”,说的就是这种适应现象。

5. 非线性 人体系统中充满着非线性现象。虽然其中也有在工作点附近作线性处理而保持其本质的,但是非线性往往是其本质的现象。神经兴奋阈值特性就是其典型例子。神经系统之所以能处理信息,是因为突触后电位必须达到阈值才能产生兴奋。著名的韦伯-费奇纳(Weber-Fechner)定律指出,感觉与刺激强度的对数成正比。

二、生物信息检测与处理

为了研究、分析人体(生物体)的结构和机能,为了获得与医疗、保健有关的诊断根据,必须检测和处理生物信息。医学仪器就是用来检测、处理生物信息的。由于新技术的发展,特别是电子技术的发展和应用,使医学仪器不断更新换代,检测处理生物信息方法不断更新。

(一) 生物信息的基本特点

1. 不稳定性 虽然人(生物)具有诸如心跳、呼吸、新陈代谢、睡眠之类的节律,但由于生物体是一个与外界有着密切联系的开放系统,这方面的节律往往由于适应现象而受到调制。还有生物体的发育和老化问题;此外,意识状况的变化等都将影响生物信息的不稳定。要想使意识长时间保持一定状态,而不影响神经系统的活动是很困难的。所以,生物信息不存在静态的稳定性,在检测和处理生物信息时,就有一个时间尺度问题。当然,在一定的条件下,可以将这种不稳定(或动态稳定)近似地作为静态稳定来处理。

2. 非线性 由于生物体中充满着非线性现象,则反映生物体机能的生物信息必将是非线性的。非线性具有扩大生物体机能动态范围的作用,是生物体显示生物特性的一个重要因素。尽管生物信息是非线性的,但在一定的条件下,可将其看作是线性的,在

检测、处理这些信息时，仍可用线性理论和方法，且不失其本质。

3. 概率性 生物体是一个极其复杂的多输入端系统，各种输入随着自然界中所能遇到的任何变化而变化，并会在生物体内相互间产生影响。对于一个被测的确定的现象来说，这些变化就会被看作噪声。例如，自发活动的脑波虽然包含有汇集脑体各部分机能的活动内容及其响应，但对于由光诱发而产生的响应的脑波来说它就是噪声。更为直接的生物噪声是膜电位的起伏，它与神经兴奋的概率性有关。总之，生物噪声与生物机能有关，生物信息表现出概率的特性。

在研究生物信息时，有一点必须注意：实际检测的信息，只是整个生物体信息中的一部分，在根据这些信息分析生物机能状态时，应经常注意测量以后生物体的状态。

(二) 生物信号的类型

对于所拾取的生物信息，从生物形态和机能角度看，有形态的信息和机能的信息；从信息的特征来看，可分为确知的信息和概率的信息；从信息在时间上的变化来看，可分为连续信息和离散信息，或称为模拟信息和数字信息。医疗仪器所检测和处理的生物信息基本就是这一类信息。

连续信息和离散信息一般又有四种类型，如图 1-4 所示。其中图 (a) 表示离散参

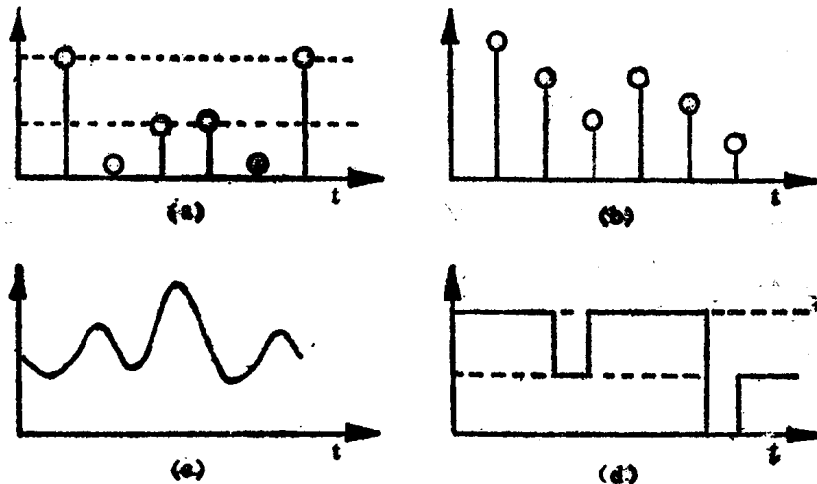


图 1-4 四种信号波型

量的离散信息，例如每天测量的白细胞数值；(b) 图为离散参数的连续信息，例如每次给受检者所测的体温值；(c) 图所示为连续参数的连续信息，常见的心电图、脑电图等就是这类信息；图 (d) 所示为连续参数的离散信息，许多图象信号便是这种信息的典型例证。

数字电子计算机只能处理离散信息，如果用数字电子计算机处理模拟信息，须进行取样和模数转换，如图 1-5 所示。设图 (a) 所示为某一连续函数式生物信息 $f(t)$ ，其频谱为 $F(\omega)$ 。经采样后变为 (b) 图所示的离散参数的连续信号 $f_s(t)$ ，其频谱则为 $F_s(\omega)$ 。再经 A/D 转换电路将此信号变换为数字信号（图中未画出）供计算机处理，处理后若需要重现原波形，经 D/A 转换电路变换为图 (b) 所示的信号 $f_s(t)$ 。将此信号送入一个特性如 (e) 图所示的理想低通滤波器滤波，即可恢复原信号（见图 (f) 的虚线）。但有一点必须注意：采样时，采样间隔 T ，必须足够小（或采样频率必须足

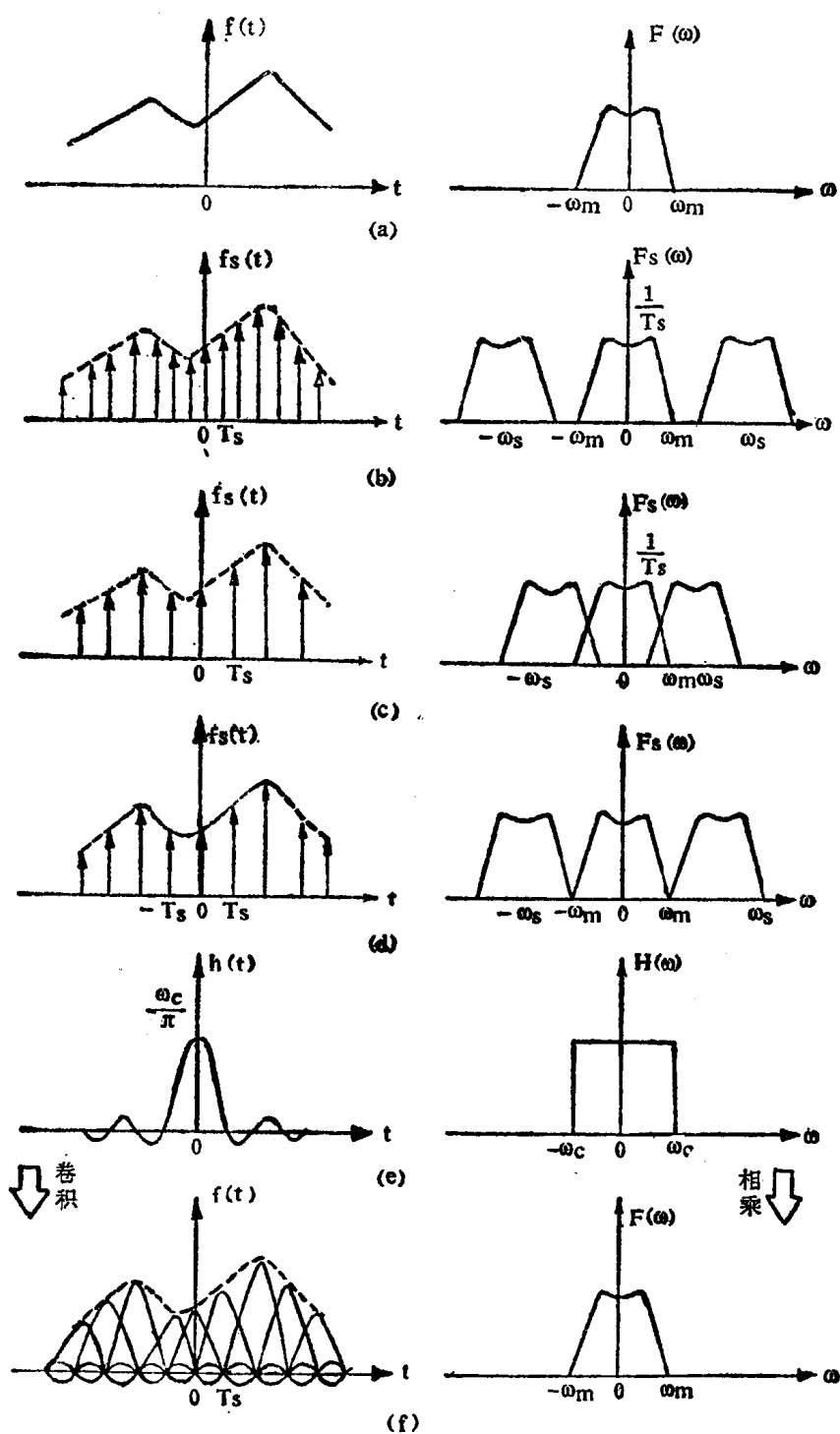


图 1-5 信号取样和恢复

够高), 如果采样频率 $\omega_s \left(= \frac{1}{T_s} \right)$ 较低, 将出现如 (c) 图所示的波形, 采样后的信号频谱出现了交叉重迭现象, 这是应该避免出现的情况。最好的情况是使采样频率为信号频谱中最高频率 (ω_m) 的两倍, 即 $\omega_s = 2\omega_m$, 如图 (d) 所示。当然, 在确定采样频率时,

还须考虑到计算机的存储容量。

(三) 拉氏变换与系统函数

尽管生物系统是非线性的，但在分析、研究人体系统的机能时，常将它作为线性系统进行研究；虽然生物信息具有非线性的特点，但在分析、处理这些信息时，往往采用线性理论和方法。拉普拉斯（拉氏）变换分析法是分析连续、线性、时不变系统的有效工具，它可以将繁难的微分积分方程转为代数方程；将指数函数、超越函数以及有不连续点的函数转为简单的初等函数；它能把时域中两函数的卷积运算变换为变换（S）域的乘法运算，并在此基础上建立“系统函数”的概念，为研究信号经线性系统传输问题和医学仪器的设计提供了许多方便。

1. 拉氏变换 设原函数（系统时域方程或信息时域函数）为 $f(t)$ ，经拉氏变换得其象函数（变换域函数）为 $F(s)$ 。根据拉氏变换的定义有：

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (1-1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st}ds \quad (1-2)$$

式中 $S = \sigma + j\omega$ 。

一般称（1-1）式为拉氏正变换，（1-2）式称为拉氏逆变换。这一对拉氏变换常简记为：

$$L[f(t)] = F(s)$$

$$L^{-1}[F(s)] = f(t)$$

为便于理解拉氏变换在分析生物信息中的应用，现举例说明如下：图 1-6 所示为生物信息检测的一个简化的等效电路。设图中 E 为细胞膜电位或动作电位， C 、 R 分别为被测部位的等效电容和电阻，试求所检测得到的生物信息 $v_o(t)$ 。

解：

(1) 列写此电路微分方程：

$$Ri(t) + v_o(t) = E \quad (t \geq 0)$$

$$v_o(t)|_{t=0} = 0$$

因为 $i(t) = C \frac{dv_o(t)}{dt}$ ，所以有：

$$RC \frac{dv_o(t)}{dt} + v_o(t) = E \quad (t \geq 0)$$

(2) 对上式取拉氏变换得其代数方程：

$$RCSV_o(s) + V_o(s) = \frac{E}{S}$$

解此代数方程得：

$$V_o(s) = \frac{E}{RCS(S + 1/RC)}$$

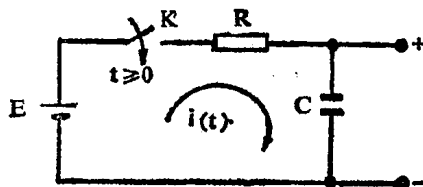


图 1-6 RC 电路

(3) 取 $V_o(s)$ 的拉氏逆变换, 即得检测出的生物信息:

$$v_o(t) = L^{-1}[V_o(s)] = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) \quad (t \geq 0)$$

2. 系统函数 为了分析、研究、表示任何系统或系统元件的输入输出关系和信号在系统中的流通路径, 为了研究、描述医学仪器的传输特性, 常用“系统函数”。

对任何一个线性时不变系统, 一般常用下列常系数线性微分方程描述:

$$\begin{aligned} C_n \frac{d^n Y(t)}{dt^n} + C_{n-1} \frac{d^{n-1} Y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + C_0 Y(t) \\ = E_m \frac{d^m X(t)}{dt^m} + E_{m-1} \frac{d^{m-1} X(t)}{dt^{m-1}} + \dots + E_0 X(t) \end{aligned} \quad (1-3)$$

对 (1-3) 式进行拉氏变换后得:

$$\begin{aligned} Y(s) = \frac{E_m S^m + E_{m-1} S^{m-1} + \dots + E_0}{C_n S^n + C_{n-1} S^{n-1} + \dots + C_0} X(s) \\ + \frac{\sum_{i=0}^{n-1} C_i(s) y^{(i)}(0_-)}{C_n S^n + C_{n-1} S^{n-1} + \dots + C_0} \end{aligned} \quad (1-4)$$

即

$$Y(s) = Y_{zs}(s) + Y_{zp}(s)$$

其中 $Y_{zs}(s)$ 为 (1-3) 式中的第一项, 它是由激励 (或输入) $X(s)$ 产生的零状态响应 (或输出); $Y_{zp}(s)$ 为 (1-3) 式中的第二项, 它是由系统中原始储能 (或初始状态) $y^{(i)}(0_-)$ 产生的零输入响应。在工程技术中, 常把系统的零状态响应的拉氏变换与激励的拉氏变换的比值称为“系统函数”或“传递函数”, 用 $H(s)$ 表示。即

$$\begin{aligned} H(s) = \frac{Y_{zs}(s)}{X(s)} &= \frac{E_m S^m + E_{m-1} S^{m-1} + \dots + E_0}{C_n S^n + C_{n-1} S^{n-1} + \dots + C_0} \\ &= \frac{N(s)}{D(s)} \end{aligned} \quad (1-5)$$

或

$$Y_{zs}(s) = H(s) \cdot X(s) \quad (1-6)$$

(1-5) 式中的 $H(s)$ 是描述系统特性的函数, 它只与系统本身的结构和参数有关。

根据卷积定理, 由 (1-6) 式不难得到系统输入信号 $x(t)$ 与输出信号 $y(t)$ (零状态响应) 之的关系:

$$y(t) = [h(t) * x(t)]$$

式中 $h(t)$ 为 $H(s)$ 的逆变换或系统冲激响应, “*” 表示卷积。

(四) 富氏变换与相关函数

前已述及, 生物信息大都可以用时间函数来描述。为了分析、处理这些信号, 常需要把它们从时间域变换到频率域, 这就是富里叶变换分析法。

1. 周期函数 如果检测的生物信息为周期性的时间函数 $f(t)$, 其周期为 T_1 , 可将它展开成富里叶级数:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$$

运用欧拉公式，由上式得：

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \quad (1-7)$$

$$\text{式中 } F_n = F(n\omega_1) = \frac{1}{T_1} (a_n - jb_n) = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt.$$

将 (1-7) 式两边取富里叶 (富氏) 变换得：

$$\begin{aligned} F[f(t)] &= F\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_1 t}\right] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot F(e^{jn\omega_1 t}) \end{aligned} \quad (1-8)$$

因 $F(e^{jn\omega_1 t}) = 2\pi\delta(\omega - n\omega_1)$ ，使得周期性信号的富里叶变换为：

$$F[f(t)] = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot \delta(\omega - n\omega_1) \quad (1-9)$$

常称 (1-9) 式为周期性信号 $f(t)$ 富氏变换，记为 $F(n\omega_1)$ 。即：

$$F(n\omega_1) = F[f(t)]$$

2. 非周期函数的富氏变换 前已知道，周期信号的富氏级数为：

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_1 t}$$

其频谱为：

$$F(n\omega_1) = F_n = \frac{1}{T_1} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt$$

将上式两边同乘其周期 T_1 ，得到：

$$F(n\omega_1) T_1 = \int_{-T_1/2}^{T_1/2} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt = \frac{2\pi F(n\omega_1)}{\omega_1} \quad (1-10)$$

若 $T_1 \rightarrow \infty$ ，重复频率 $\omega_1 \rightarrow 0$ ，此时，周期性信号将脱变为非周期性信号，则其谱线间隔 $\Delta(n\omega_1) \rightarrow d\omega$ ，离散频率 $n\omega_1$ 就变为连续频率 ω 。在这种情况下， $F(n\omega_1) \rightarrow 0$ ，但 $2\pi \frac{F(n\omega_1)}{\omega_1}$ 可望不趋于零，而趋于有限值，且变为一个连续函数，常记作 $F(\omega)$ 或 $F(j\omega)$ 。即

$$F(\omega) = \lim_{\omega_1 \rightarrow 0} \frac{2\pi F(n\omega_1)}{\omega_1} = \lim_{T_1 \rightarrow \infty} F(n\omega_1) T_1 \quad (1-11)$$

式中 $\frac{F(n\omega_1)}{\omega_1}$ 表示谱线的间隔除 $\omega (= n\omega_1)$ 处的频谱值 $F(n\omega_1)$ ，这个量反映了单位频

带的频谱值的大小，即频谱密度的概念，常称它为原函数 $f(t)$ 的“频谱函数”。

由上分析可见，对于非周期性信号应有：

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \lim_{T_1 \rightarrow \infty} \int_{-T_1/2}^{T_1/2} f(t) e^{-jn\omega_1 t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \end{aligned} \quad (1-12)$$

同样，其富里叶级数可由周期信号的富里叶级数推出：

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{F(n\omega_1)}{\omega_1} \cdot e^{jn\omega_1 t} \cdot \Delta(n\omega_1)$$

考虑到，

$$\begin{aligned} n\omega_1 &\rightarrow \omega \\ \Delta(n\omega_1) &\rightarrow d\omega \\ \frac{F(n\omega_1)}{\omega_1} &\rightarrow \frac{1}{2\pi} F(\omega) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} &\rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \end{aligned}$$

于是由上式得到：

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-13)$$

一般称 (1-13) 式为非周期性信号的富里叶逆变换，(1-12) 式为非周期性信号的富里叶正变换，常简记为：

$$F(\omega) = F[f(t)] \quad (1-14)$$

$$f(t) = F^{-1}[F(\omega)] \quad (1-15)$$

式中 $F(\omega)$ 即是非周期性信号 $f(t)$ 的频谱函数。

下面以矩形脉冲为例来说明富里叶变换的意义。图 1-7(b) 所示为周期性矩形波信号，其富里叶级数为：

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cdot e^{jn\omega_1 t} \\ &= \frac{E\tau}{T_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{n\omega_1\tau}{2}\right) e^{jn\omega_1 t} \end{aligned}$$

$$\text{其中 } F_n = \frac{1}{T_1} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E e^{-jn\omega_1 t} dt = \frac{E\tau}{T_1} \text{Sa}\left(\frac{n\omega_1\tau}{2}\right)$$

故其频谱由 (1-9) 式得：

$$\begin{aligned} F(n\omega_1) &= F[f(t)] \\ &= E\tau\omega_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{n\omega_1\tau}{2}\right) \delta(\omega - n\omega_1) \end{aligned}$$

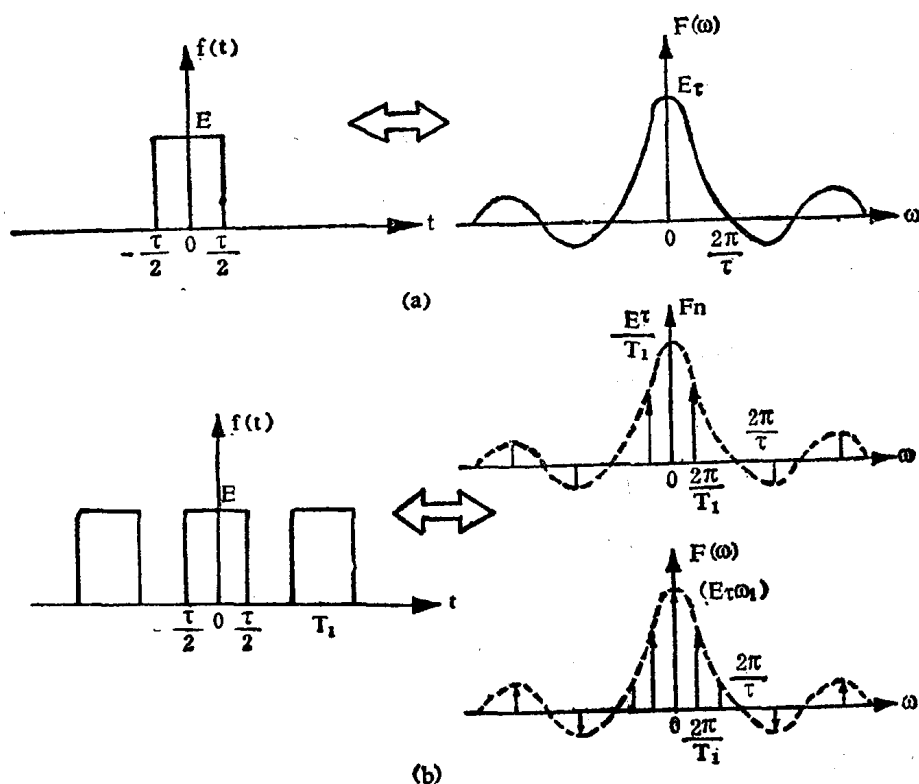


图 1-7 矩形波的频谱

图 1-7(a) 所示为单一（非周期）矩形波信号，则其频谱函数由 (1-12) 式得：

$$\begin{aligned}
 F(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E \cdot e^{-j\omega t} dt \\
 &= E\tau \cdot \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)
 \end{aligned}$$

由上述分析可见，周期性矩形波的频谱是离散的，而非周期矩形波的频谱是连续的，但他们的包络线是相同的。其波形图如图 1-7 所示。

3. 相关函数 信号的相关函数与功率谱函数是一对富里叶变换。由于这一关系的存在，使功率谱与相关函数有机地联系在一起，通常利用相关函数分析随机信号的功率谱。当然，它对于确定性信号的分析也有一定的应用。譬如，在实际工作中经常会遇到这样的情况，信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 由于某种原因产生了时差，这就需要研究两信号的相关性。下面即讨论相关函数有关问题。

如果 $x(t)$ 和 $y(t)$ 都是能量有限信号（一般具有 $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt < \infty$ 特点的信号），根据相关函数的定义，它们的相关函数为：

$$\begin{aligned}
 R_{xy}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot y^*(t - \tau) dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} y^*(t) \cdot x(t - \tau) dt
 \end{aligned} \tag{1-16}$$