

电磁波导和諧振腔

〔西德〕 G. 高 包 著

孟 侃 譯

內 容 提 要

本书討論封閉波導的理論、諧振腔理論、波導元件的網絡理論、諧振腔網絡理論，對於場論和網絡理論有深湛的分析，是有关微波基本理論的專著。

本书适用于微波研究人員和大学无綫电专业、物理专业的师生作参考之用。

ELECTROMAGNETIC WAVEGUIDES AND CAVITIES

G Goubau

Pergamon Press, 1961

电磁波导和諧振腔

孟 侃 譯

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路 450 号)

上海市书刊出版业营业許可証出 093 号

上海市印刷三厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本 850×1156 1/27 印張 18 10/27 排版字数 454,000

1966 年 3 月第 1 版 1966 年 3 月第 1 次印刷

印数 1-1,900

統一書号 15119·1845 定价(科六) 2.70 元

原 序

早在1944年作者本人在耶拿大学担任技术物理学院院长时，领导过一个研究班，当时就计划出版一本有关电磁波导和谐振腔的书籍。

当时，这方面的文献很少，特别是关于谐振腔方面更甚。这问题的充分讨论取决于各项问题能否解决。于是在学院中进行了有关波导和谐振腔的几项科研项目，并计划以集体著作形式发表。初稿是在1945年秋后立即开始写作的，当时曾取得 R. Honerjäger, R. Müller 和 C. Schmelzer 的合作。除现在的内容之外，原计划还包括测量技术和电路元件两章，并且都是由 Schmelzer 写的。原稿在1947年春结束。

与此同时，英美期刊上陆续发表了很多微波方面的进展，这要求修正我们的原稿。虽然理论部分基本上不受这些报道的影响，然而在陈述方面也希望作一些增加和修改。可是，测量技术一章，特别是电路元件一章，需要完全重写。不幸的是，原来写这两章的 Schmelzer 没有时间重写，他收回了他的原稿，所以这两部分只能抽去。以后，在本书中插进了若干有关测量技术的理论问题。由于我们每一个人都有了新的任务，而对原稿的每一点工作都成了一项沉重的负担。这种情形加上作者分散各地，不可能进行当面讨论，致使本书到1955年才出版，这当然是可以理解的。

由于 Schmelzer 收回了它的原稿，本书的范围现在是限于理论方面。第1章 (R. Honerjäger 著) 包含一节麦克斯韦理论的介绍，使读者熟悉所用的符号。这一章的其余部分专门讨论“屏蔽”或“封闭”的波导(波导，同轴线)，“开式”波导(双导体，介质和单导体线)未包括在讨论范围之内，因表面波的激励同辐射作用有关，而本书仅包括非辐射体系。顺便指出，开式线(除双导体线)仅过去几年才研究和发展，包括进去将使本书的范围过于广泛。

第2章(R. Müller 著)专論有金属边界的諧振腔以內的場。就作者所知,在这問題已发表过的文献中本章要算最完整的。即使在今天,其内容的相当大部分可算是独創的。本章在各种内容之中,包含第4章推导的諧振腔体系网络理論的严格基础,这在1944年初发表时(有限发行)尚缺少严正的理論基础。

第3章(G. Goubau 著)討論用波导或同軸綫互連的元件所組成的网络理論。在波导情况,假如引用适当的电流和电压定义,这些网络元件能作为 $2n$ 端网络討論,并用阻抗表征,在更有物理意义的討論中,每一网络元件的激励状态能用入射波和外出波描述;这种討論方法已愈来愈广泛地采用。因这两种討論方法都有优点,同时掌握它們是有用的。第3章中平行地进行的波表示法,由于一般对它尚不熟悉,而作了广泛的討論。

第4章(G. Goubau 著)包含諧振腔的网络理論,这里預先假設諧振腔的相互耦合以及諧振腔和綫的耦合是在准稳态場区域发生,这理論同其他的理論不同之处,主要在于将諧振腔和耦合构件作为互相独立的网络元件考虑。这样討論是可能的,因对于弱耦合,在激励諧振腔內的总場可分为两部分:一部分几乎单依赖于諧振腔的結構,另一部分单依赖于耦合元件的結構。适当地应用电流和电压定义,諧振腔和耦合构件都能化为 $2n$ 端网络。在写出本章时,对于这理論尚缺少实际的經驗,但以后就一再有机会試驗其有效性。

本书引用的文献限于写作原稿时实际应用的那些,并未引用国外的书刊,以致本书内容的絕大部分虽然都是我們自己的工作成果,但并未查明其是否已見諸文献。然而,为了使本书完整起見,在排印时插入了一些較新的国外参考文献。

G. Goubau

目 录

原 序

第 1 章 电磁波导的理论	1
1. 引言	1
§ 1.1 在均匀波导中的电磁波	7
2. 电模式、磁模式和勒谢尔模式	7
3. 电磁波场的一般性质	12
4. 由于管壁的有限电导率波所遭受的衰减	31
§ 1.2 特殊的波导横截面	35
5. 矩形横截面	36
6. 圆形横截面	42
7. 环形横截面	48
8. 其他横截面	51
§ 1.3 波的激励	53
9. 横平面内表面分布源的激励	53
10. 偶极子和线电流的激励	60
§ 1.4 在不同媒质的交界平面和在膜片上的反射	64
11. 前言	64
12. 在两种介质的交界面的反射	64
13. 介质板的反射	70
14. 膜片的反射	71
第 2 章 谐振腔理论	75
§ 2.1 理想谐振腔的特征振荡	75
15. 理想谐振腔的场方程	75
16. 相似性定理	77
17. 波动方程	79
18. 本征解的归一化和正交性	80
19. 简并度	82
20. 已知矢量场以本征解展开	84
21. 非齐次边界值问题	92
22. 本征值 $k=0$	97
§ 2.2 微扰法	102

23. 微扰法用简单例题说明	102
24. 多重本征值情况的微扰	106
25. 边界条件的微扰	110
26. 有限电导率的壳层	113
27. 壳的小变形	115
28. 有微扰体的谐振腔	117
29. 壳上有小孔的谐振腔	126
§ 2.3 谐振腔的激励	128
30. 谐振腔由电矩和磁矩激励	129
31. 化任意激励为电矩和磁矩激励	133
32. 初级场和次级场	137
33. 次级场对激励频率的依赖性	145
34. 受激励谐振腔的功率关系	149
35. “探针法”在受激谐振腔中的应用	154
§ 2.4 特殊形状的谐振腔	156
36. 柱形谐振腔	156
37. 平行六面体	161
38. 圆柱形盒	173
39. 有同轴内导体的圆柱形盒	182
40. 振荡槽路	192
41. 球	196
第3章 波导的耦合体系理论	201
§ 3.1 理论的基础	202
42. 传输线波阻抗、电流和电压的定义。波导的等效电路	203
43. 单模式激励体系的阻抗、折合阻抗和波因数	213
44. 单模式激励体系的频率依赖性的一般考虑	218
45. 用波导耦合的电路元件的波表示法	222
46. 用波导耦合的电路元件的 $2n$ 端网络表示法	227
§ 3.2 变换构件	232
47. 波导段	233
48. 膜片(并联阻抗)	236
49. 波导中断(横缝, 串联阻抗)	243
50. 两种不同介质之间的分界面	240
51. 介质板	253
52. 一般的无损耗变换构件	261
53. 变换构件的频率依赖性的基本考虑	271
54. 损耗的效应	275
55. 变换构件特征量的计算	286
§ 3.3 可调变换构件和变量器装置	292
56. 可调变换构件	292

57. 可調变换构件和变量器組合的变动范围	293
58. 衰减的效应	302
§ 3.4 匹配变换和微扰的补偿	304
59. 基本要点	304
60. 单頻率匹配	305
61. 参量偏差的变换	309
62. 寬带匹配	310
§ 3.5 滤波器	313
63. 通論	313
64. 特征量, 通带和阻带	314
65. 有相同元件的滤波器	318
66. 具有匹配变量器的滤波器	322
67. 滤波器举例	325
§ 3.6 接头	341
68. 三臂接头	341
69. 橫縫接头	344
70. 桥式接头	349
71. 分支	352
72. 接头特征量的确定	354
§ 3.7 轉換构件	356
73. 三波轉換构件	357
74. 轉換膜片	358
75. 用綫中斷产生轉換	362
76. 轉換膜片特征量的确定	362
§ 3.8 轉換結構和多模式体系	363
77. 轉換結構	363
78. 轉換微扰的补偿	364
79. 几种模式的激励和去耦	367
第 4 章 諧振腔体系理論	369
§ 4.1 准稳态耦合諧振腔体系的网络理論基础	369
80. 准稳态耦合諧振腔体系的定义	369
81. 理論的假設	370
82. 諧振腔体系中的电流和电压的定义	372
83. 有关理論准确性限度的評述	373
§ 4.2 諧振腔作为 $2n$ 端网络	374
84. 諧振腔的阻抗	374
85. 任意諧振腔的 $2n$ 端网络方程	375
86. 諧振腔在单諧振区域的方程組和等效电路	385
87. 諧振腔激励举例	393
§ 4.3 耦合构件	414

88. 各类耦合构件	414
89. 谐振腔和耦合构件之间的耦合构件	417
90. 连接谐振腔到勒谢尔线的耦合构件	423
91. 连接谐振腔到波导的耦合构件	429
§ 4.4 电路举例	438
92. 谐振腔和耦合构件的结合	438
93. 谐振腔和线的结合	444
94. 多路装置的讨论	458
附 录	463
A 28. 方程(28.12) 和 (28.13)所规定的场 $\mathbf{U}_v, \mathbf{V}_v$ 的收敛性	463
A 29. 椭圆体在均匀场中的极化	465
A 44. 损耗性体系激励成单模式的阻抗定理	467
A 45. 洛伦兹互易定理的推导	468
A 67. 具有小圆孔的膜片的膜片口的计算	469
A 85. 方程 $\text{rot } \mathbf{H}_p = -j\omega \Delta \text{grad } \Phi$ 的积分	470
A 87. 中板具有中心孔的三板电容器的等效电路的电容计算	471
表 A 87 各种谐振腔对于典型的耦合位置的等效电路和特征量	476
A 89.1 谐振腔之间的耦合构件的互易关系	476
A 89.2 圆孔感应的矩	477
A 90. 连接谐振腔到勒谢尔线的耦合构件的互易关系	479
表 A 91 管状线体系和谐振腔体系的电路的阻抗变换	480
索 引	481

电磁波导的理論

R. Honerjäger

所謂电磁波导，意味着电磁波可沿之傳播的平行直柱形导体和非导体陣。对于微波（分米波和厘米波），最重要的波导是完全受高电导率金属柱面所包圍，因而电磁場基本上是全部限制在柱面之內的那些波导。本章将仅討論这类波导。下面的陈述試图尽可能用統一的方式推导任意橫截面波导內的电磁場性质。

1. 引 言

麦克斯韦理論是电磁波导理論研究的基础和出发点。它以电场强度 $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 和磁场强度 $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ 两个矢量，或以其相应于位置 $\mathbf{r}$ 和時間 t 的 6 个标量函数来描述空間电磁場。

存在物质时，有“材料”方程：

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon \Delta_0 \mathbf{E} = \Delta_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \\ \mathbf{B} &= \mu \Pi_0 \mathbf{H} = \Pi_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}, \\ \mathbf{J} &= \kappa \mathbf{E}.\end{aligned}$$

它們規定下列矢量：介质位移 $\mathbf{D}$ 、磁感应 $\mathbf{B}$ 、电流密度 $\mathbf{J}$ 、电和磁极化密度 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{M}$ 。 Δ_0 和 Π_0 是依赖于单位制的常数；它們是由

$$c^2 = \frac{1}{\Delta_0 \Pi_0} \quad (1.1)$$

同电磁場在真空中的傳播速度 c 相联系。

介质常数 $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$ 、导磁率 $\mu = \mu(\mathbf{r})$ 和电导率 $\kappa = \kappa(\mathbf{r})$ 一般是位置的函数。在真空中， $\varepsilon = 1$ ， $\mu = 1$ 和 $\kappa = 0$ 。

矢量 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{J}$ 满足麦克斯韦方程:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (\text{I})$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (\text{II})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (\text{III})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0. \quad (\text{IV})$$

方程(III)规定“真正的”电荷密度 $\rho = \rho(\mathbf{r}, t)$. 从方程(I)和(III)得电荷守恒定律的“连续性方程”:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{J}. \quad (1.2)$$

如果分别以 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 对方程(I) 和 (II) 进行成标乘法, 并从方程(I) 减去方程(II), 则鉴于矢量恒等式:

$$\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\operatorname{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}),$$

得

$$\mathbf{E} \mathbf{J} + \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\operatorname{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (1.3)$$

假如

$$\frac{1}{2} \mathbf{E} \mathbf{D} = w_e, \text{ 是每单位体积的电场能量,} \quad (1.4)$$

$$\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{B} = w_m, \text{ 是每单位体积的磁场能量,} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{E} \mathbf{J} = Q, \text{ 是每单位时间内每单位体积中所发生的焦耳热} \\ \text{量的体积密度,} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{H} = \mathbf{S}, \text{ 是每单位时间内每单位面积的电磁能通量 (功率} \\ \text{通量的表面密度, 或“坡印廷矢量”),} \quad (1.7)$$

则方程(1.3)就代表麦克斯韦理论的能量定理(坡印廷定理):

$$Q + \frac{\partial}{\partial t}(w_e + w_m) = -\operatorname{div} \mathbf{S}. \quad (1.8)$$

麦克斯韦方程也适用于不连续性面;例如,有不同材料常数的两种媒质 1 和 2 的分界面(图 1.1). 从方程(I) 至 (IV) 得下列边界条件: 即 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{E}$ 的切向分量的连续性以及 $\mathbf{J} + \partial \mathbf{D} / \partial t$ 和 $\mathbf{B}$ 的垂直分量的连续性:

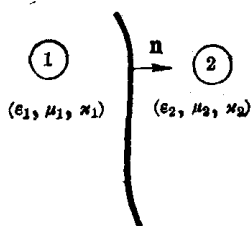
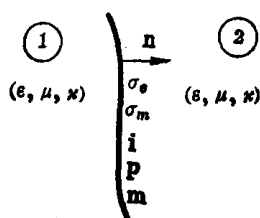


图 1.1 两种媒质之间的边界面

图 1.2 在介质 (ϵ, μ, κ) 中的表面分布源 σ_e, σ_m, i, p 和 m

$$\mathbf{H}_{tg}^{(2)} - \mathbf{H}_{tg}^{(1)} = 0, \quad \mathbf{E}_{tg}^{(2)} - \mathbf{E}_{tg}^{(1)} = 0; \quad (1.9)$$

$$\left(\mathbf{J}^{(2)} + \frac{\partial \mathbf{D}^{(2)}}{\partial t} \right)_n - \left(\mathbf{J}^{(1)} + \frac{\partial \mathbf{D}^{(1)}}{\partial t} \right)_n = 0, \quad \mathbf{B}_n^{(2)} - \mathbf{B}_n^{(1)} = 0. \quad (1.10)$$

上标(1)和(2)分别表示场从(1)和(2)边接近分界面时的极限值。

体积分布量 $\rho, \mathbf{J}, \mathbf{P}$ 和 $\mathbf{M}$ 也可能用相应的“埋藏”表面密度 σ, i, p 和 m 规定表面的分布量来代替(图1.2)。表面电流 i 完全在“源表面”流动,而 p 和 m 还可以有垂直于源表面的分量:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_{tg} + \mathbf{p}_n, \quad \mathbf{m} = \mathbf{m}_{tg} + \mathbf{m}_n.$$

鉴于以后的需要(第9节),也希望正式引用埋藏的表面磁荷;假如需要的話,将以下标 e 和 m 来区别表面电荷和磁荷。表面源可安置在有常数 ϵ, μ 和 κ 的介质中。代替麦克斯韦方程,在表面源上有下列方程:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{H}^{(1)}) = \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{p}_{tg}}{\partial t} + \frac{1}{\mu H_0} \text{rot } \mathbf{m}_n, \quad (1.11)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^{(2)} - \mathbf{E}^{(1)}) = -\frac{\partial \mathbf{m}_{tg}}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon \Delta_0} \text{rot } \mathbf{p}_n, \quad (1.12)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{E}^{(2)} - \mathbf{E}^{(1)}) = \frac{\sigma_e}{\epsilon \Delta_0}, \quad (1.13)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{H}^{(1)}) = \frac{\sigma_m}{\mu H_0}. \quad (1.14)$$

方程(1.13)和(1.14)也可用作表面电荷和磁荷 σ_e 和 σ_m 的定义。方程(1.11)和(1.12)中的“ $\text{rot } \mathbf{m}_n$ ”和“ $\text{rot } \mathbf{p}_n$ ”将理解为在源表面上取旋度。它們可分別以表示式 $-\mathbf{n} \times \text{grad } m_n$ 和 $-\mathbf{n} \times \text{grad } p_n$ 代替;其中 m_n 和 p_n 是电矩和磁矩。

假如在方程(1.11)和(1.12)两边取散度,則根据矢量恒等式 $\text{div}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \text{rot } \mathbf{A} - \mathbf{A} \text{rot } \mathbf{B}$,在源表面有

$$-\mathbf{n} \cdot \text{rot}(\mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{H}^{(1)}) = \text{div} \left(\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{p}_{tg}}{\partial t} \right),$$

$$-\mathbf{n} \cdot \text{rot}(\mathbf{E}^{(2)} - \mathbf{E}^{(1)}) = -\text{div} \frac{\partial \mathbf{m}_{tg}}{\partial t}.$$

同方程 (I), (II), (1.13) 和 (1.14) 結合, 得

$$\mathbf{n}(\mathbf{J}^{(2)} - \mathbf{J}^{(1)}) + \frac{\partial \sigma_e}{\partial t} = -\text{div} \left(\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{p}_{tg}}{\partial t} \right), \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial t} = -\text{div} \frac{\partial \mathbf{m}_{tg}}{\partial t}. \quad (1.16)$$

方程(1.15)和(1.16)是表面电荷和磁荷的連續性方程。

以下討論的將总是时变場。对于考虑中的頻率, 可假設一切金属的

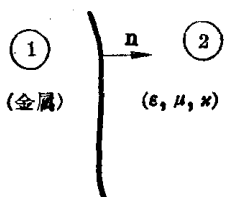


图1.3 金属和介质
之間的边界面

电导率皆是无限大, 以致在金属內沒有时变場能够存在。假如介质(ϵ, μ, κ)同金属有公共的边界面(图1.3), 則因 $\mathbf{E}^{(1)} = 0$ 和 $\mathbf{H}^{(1)} = 0$, 根据方程(1.12)和(1.14), 在源表面有

$$\mathbf{E}_{tg}^{(2)} = 0, \quad (1.17)$$

$$\mathbf{H}_n^{(2)} = 0. \quad (1.18)$$

这两条件是相互独立的。然而, $\mathbf{E}_n^{(2)}$ 和 $\mathbf{H}_{tg}^{(2)}$ 在边界面上一般不是零。根据方程(1.11)和(1.13) (并因 $\mathbf{H}^{(1)} = 0$ 和 $\mathbf{E}^{(1)} = 0$), 在金属表面上有表面电流

$$\mathbf{i} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{(2)} \quad (1.19)$$

和表面电荷

$$\sigma_e = \epsilon \Delta_0 \mathbf{n} \mathbf{E}^{(2)} \quad (1.20)$$

($\mathbf{n}$ 是垂直于分界表面的法綫, 从金属指向介质)。这些电荷滿足連續性方程[即方程(1.15)]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n} \mathbf{J}^{(2)} + \frac{\partial \sigma_e}{\partial t} &= -\text{div} \mathbf{i} \\ \kappa \mathbf{n} \mathbf{E}^{(2)} + \frac{\partial \sigma_e}{\partial t} &= -\text{div} \mathbf{i} \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

从現在起, 將假設所有的場量 $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{J}, \mathbf{i}, \mathbf{D}$ 等等的時間依賴性純粹是簡諧的, 并有相同的角頻 ω 。于是任何場量皆可写成下列形式:

$$A(\mathbf{r}, t) = A_0(\mathbf{r}) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\mathbf{r})). \quad (1.22)$$

在这样的情况,应用复数标志是方便的. 假如我們向麦克斯韦方程 (I) 至 (IV) 中引入:

$$\tilde{A}(\mathbf{r}, t) = \tilde{A}_0(\mathbf{r}) \exp(j\omega t) \quad (j = \sqrt{-1}), \quad (1.23)$$

則時間因子 $\exp(j\omega t)$ 就可从各方程中去掉, 只留下同時間无关的“复数幅度”

$$\tilde{A}_0(\mathbf{r}) = A_0(\mathbf{r}) \exp[j\varphi(\mathbf{r})] \quad (1.24)$$

之間的关系. 仅当对它們进行綫性运算时(实数的加、减和乘), 这些复数幅度才可作为普通的复数处理. 有关这物理量本身的结果必須是实数的, 現在将应用下列标志:

$$A(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re}\{\tilde{A}_0(\mathbf{r}) \exp(j\omega t)\}. \quad (1.25)$$

当求有純粹簡諧時間依賴性和相同頻率的两个量的乘积的时间平均值时, 应用复数标志也是方便的. 令

$$P(\mathbf{r}, t) = A_0(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \varphi(\mathbf{r})) \cdot B_0(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \psi(\mathbf{r})).$$

$P(\mathbf{r}, t)$ 在整个周期 $T = 2\pi/\omega$ 內的时间平均值 $\bar{P}(\mathbf{r})$ 为

$$\begin{aligned} \bar{P} &= A_0 B_0 \frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t + \varphi) \cdot \cos(\omega t + \psi) dt, \\ \bar{P} &= \frac{1}{2} A_0 B_0 \cos(\varphi - \psi). \end{aligned} \quad (1.26)$$

应用复数幅度 $\tilde{A}_0$ 和 $\tilde{B}_0$, 有

$$\bar{P}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\tilde{A}_0(\mathbf{r}) \cdot \tilde{B}_0^*(\mathbf{r})\}. \quad (1.27)$$

星号表示共轭复数. 假如不用复数幅度 $\tilde{A}_0$ 和 $\tilde{B}_0$, 而引用由

$$\tilde{A}_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{A}_0, \quad \tilde{B}_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{B}_0 \quad (1.28)$$

所规定的“复数有效值”, 則方程 (1.27) 就沒有 $1/2$ 因子出現, 得

$$\bar{P}(\mathbf{r}) = \operatorname{Re}\{\tilde{A}_{\text{eff}}(\mathbf{r}) \cdot \tilde{B}_{\text{eff}}^*(\mathbf{r})\}. \quad (1.29)$$

复数有效值 $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}(\mathbf{r})$, $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}(\mathbf{r})$ 等等滿足麦克斯韦方程:

$$\operatorname{rot} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}} = (\kappa + j\omega\varepsilon\Delta_0) \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} = j\omega\Delta \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}, \quad (\text{I}')$$

$$\operatorname{rot} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} = -j\omega\mu\Pi_0 \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}} = -j\omega\Pi \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}, \quad (\text{II}')$$

$$\operatorname{div}(\varepsilon \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}) = \frac{\tilde{\rho}_{\text{eff}}}{\Delta_0}, \quad (\text{III}')$$

$$\operatorname{div}(\mu \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}) = 0; \quad (\text{IV}')$$

式中,令

$$\frac{\kappa}{j\omega} + \varepsilon \Delta_0 = \Delta \quad \text{和} \quad \mu \Pi_0 = \Pi. \quad (1.30)$$

在导电性的介质中 ($\kappa \neq 0$), Δ 是复数的,而 Π 将总假设是实数的.

按照方程(1.29),方程(1.4)至(1.6)的各能量密度的时间平均值为

$$\bar{w}_e = \frac{1}{2} \varepsilon \Delta_0 \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}^*, \quad (1.31)$$

$$\bar{w}_m = \frac{1}{2} \mu \Pi_0 \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^*, \quad (1.32)$$

$$\bar{Q} = \kappa \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}^*. \quad (1.33)$$

复数乘积的一项重要应用是“复数坡印廷矢量”:

$$\tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} = \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \times \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^*. \quad (1.34)$$

假如在下列矢量恒等式

$$\tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \operatorname{rot} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^* - \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^* \operatorname{rot} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} = -\operatorname{div}(\tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \times \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^*)$$

中,将 $\operatorname{rot} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^*$ 和 $\operatorname{rot} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}$ 分别按照麦克斯韦方程(I')和(II')换成

$$(\kappa - j\omega \varepsilon \Delta_0) \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}^* \quad \text{和} \quad -j\omega \mu \Pi_0 \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}},$$

就推得

$$\kappa \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}^* + j\omega(\mu \Pi_0 \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^* - \varepsilon \Delta_0 \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}} \tilde{\mathbf{E}}_{\text{eff}}^*) = -\operatorname{div} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} \quad (1.35)$$

或

$$\bar{Q} + 2j\omega(\bar{w}_m - \bar{w}_e) = \operatorname{div} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}}. \quad (1.36)$$

将方程(1.36)在闭合面 F 所限制的任意体积 V 内积分,并应用高斯积分定理,得

$$\int_V \bar{Q} dv + 2j\omega \int_V (\bar{w}_m - \bar{w}_e) dv = \oint_F \mathbf{n} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} df; \quad (1.37)$$

式中, $\mathbf{n}$ 是 F 面的内法线.虽然这仅解释了在封闭面上所取的 $\oint_F \mathbf{n} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} df$ 积分,可是 $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}}$ 却用以表示每单位面积的电磁功率通量的时间平均值;这也说明了在非封闭面 F 上所取积分 $\int_F \mathbf{n} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} df$ 的物理意义.同准稳态过程的习惯概念类似,令

$$\bar{N}_w = \operatorname{Re} \left\{ \oint_F \mathbf{n} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} df \right\} \quad \text{为通过 } F \text{ 的有功功率通量,}$$

$$\bar{N}_b = \operatorname{Im} \left\{ \oint_F \mathbf{n} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} df \right\} \quad \text{为通过 } F \text{ 的无功功率通量,}$$

$$\bar{N} = \bar{N}_w + j\bar{N}_b = \int_F \mathbf{n} \tilde{\mathbf{S}}_{\text{eff}} df \text{ 为通过 } F \text{ 的表观功率通量.}$$

于是对于由封闭面 F 所包围的任何体积 V , 按照方程(1.37)有

$$\bar{N} = \bar{N}_w + j\bar{N}_b = \bar{N}_b + 2j\omega(\bar{W}_m - \bar{W}_e); \quad (1.38)$$

式中, $\bar{N}_b$ 是在体积 V 中的功率损耗; $\bar{W}_m$ 和 $\bar{W}_e$ 是在体积 V 中的平均磁能和电能.

以后的计算将仅包含这些复数有效值和能量的时间平均值(它们是仅有的可观察量).

所以现在将省去符号 $\sim$ 和 $-$ 和下标 eff , 而应用简化标志 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{J}$, i , w , 等等.

现在将采用实用单位制. 该体制的(即 Miesche 制)的基本单位是

长度:	1 厘米,
时间:	1 秒,
电荷:	1 库伦 = 1 安·秒,
电压(电位):	1 伏.

各种场量的量纲和各种常数的数值列出如下:

$$\begin{aligned} [\mathbf{E}] &= \frac{\text{伏}}{\text{厘米}}, & [w] = [Q] &= \frac{\text{瓦} \cdot \text{秒}}{(\text{厘米})^3}, \\ [\mathbf{H}] &= \frac{\text{安}}{\text{厘米}}, & [\mathbf{S}] &= \frac{\text{瓦}}{(\text{厘米})^2}, \\ [\mathbf{D}] = [\mathbf{P}] &= \frac{\text{安} \cdot \text{秒}}{(\text{厘米})^2}, & \Delta_0 &= \frac{10^9}{4\pi(3 \cdot 10^{10})^2} \frac{\text{安} \cdot \text{秒}}{\text{伏} \cdot \text{厘米}}, \\ [\mathbf{B}] = [\mathbf{M}] &= \frac{\text{伏} \cdot \text{秒}}{(\text{厘米})^2}, & \Pi_0 &= \frac{4\pi}{10^9} \frac{\text{伏} \cdot \text{秒}}{\text{安} \cdot \text{厘米}}, \\ [\mathbf{J}] &= \frac{\text{安}}{(\text{厘米})^2}, & \sqrt{\frac{\Pi_0}{\Delta_0}} &= 120\pi \text{ 欧}, \\ [\kappa] &= \frac{1}{\text{欧} \cdot \text{厘米}}, & c &= 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{厘米}}{\text{秒}}. \end{aligned}$$

§ 1.1 在均匀波导中的电磁波

2. 电模式、磁模式和勒谢尔模式

这里希望求出任意横截面直柱形金属管内所能存在的周期性(时间

的)电磁场。这金属管可包含任何数目的任意截面直金属柱,并平行于轴线。图 2.1 代表一种波导的横截面(沿波导都是一致的)。令管壁和金属



图 2.1 均匀波导的横截面

柱之间的空间(此后称其为管的内部)全部以其常数为 ϵ , μ 和 κ 的均匀介质(即其性质不依赖于空间位置)填充。

管壁和管内金属柱都应该是良好导体,例如铜。就管内场而言,对于这里所着重微波频率范围,可假设其电导率 κ_M 为无限大。在第 4 节将考虑实际的有限电导率 κ_M 对于管内电磁场的效应。 κ_M 愈大,在 $\kappa_M = \infty$ 的理想假设之下所计算的场将愈接近于管内的实际场。

实际上,这电磁场是由位于金属管一端或其内某处的某种源所激励。在第 9 节将看到,在离开源足够远和对于足够长的波导,这场可作为有限数目的正向和反向本征行波的重迭来考虑。这些本征波的分布仅依赖于波导横截面的结构。为了进一步简化这问题,将假设金属管在两方面皆伸展到无限远处。

在管内的介质将既不包含埋藏的电荷,也不包含埋藏的电流。于是,该电磁场的复数有效值 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 可满足麦克斯韦方程:

$$\text{rot } \mathbf{H} = j\omega \Delta \mathbf{E}, \quad (\text{I}'')$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -j\omega \Pi \mathbf{H}, \quad (\text{II}'')$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 0, \quad (\text{III}'')$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0. \quad (\text{IV}'')$$

假如应用矢量恒等式 $\text{rot rot } \mathbf{A} = \text{grad div } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A}$ 来消去方程 (I'') 和 (II'') 中的 $\mathbf{E}$ 或 $\mathbf{H}$, 则由于方程 (III'') 和 (IV'') 有

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0; \quad (2.2)$$

式中,

$$k^2 = \omega^2 \Delta \Pi; \quad (2.3)$$

∇^2 是拉普拉斯算符[†]。于是 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 满足波动方程。

本节开始提出的任务现在可陈述如下:所求的是波动方程 (2.1) 满足

[†] 以直角坐标 (x, y, z) 表示, $\nabla^2 \mathbf{A}$ 是有分量 $\nabla^2 A_x, \nabla^2 A_y, \nabla^2 A_z$ 的矢量。

麦克斯韦方程(III')和波导内表面上边界条件 $\mathbf{E}_{tg}=0$ [方程(1.17)]的解。按照方程(II''), 有 $\mathbf{H} = -(1/j\omega\mu)\text{rot } \mathbf{E}$, 或者, 换一种方式, 以方程(IV'')和波导内表面上的边界条件 $\mathbf{H}_n=0$ [方程(1.18)]解波动方程(2.2)。在此情况, 按照方程(I''), 有 $\mathbf{E} = (1/j\omega\epsilon)\text{rot } \mathbf{H}$ 。

引用正交的柱面坐标 u, v, z 。 z 轴同波导轴相合。令 $\mathbf{z}$ 为同 z 轴平行的单位矢量; $\mathbf{n}$ 为垂直于波导面并指向波导内部的单位矢量; $\mathbf{t} = \mathbf{n} \times \mathbf{z}$ 为同波导横截面边界 Γ (分为 $\Gamma_0, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots$) 相切的单位矢量。为了将来的应用, 这里也引用沿 Γ 的弧长 s ; s 在 $\mathbf{t}$ 方向增加(图 2.2)。以下标 tr 表示横向场分量, 即在横截面平面内的分量。

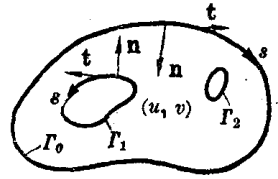


图 2.2 均匀波导的横截面

对于波动方程(2.1)的解, 一种显然的假设是形式为

$$\mathbf{E}(u, v, z) = \mathbf{g}^E(u, v) \exp(\mp j h^E z) \quad (2.4)$$

的场, 代表在 $\pm z$ 方向进行的平面波。幅度 $\mathbf{g}^E$ 仅依赖于横截面坐标 u 和 v 。 $\mathbf{g}^E$ 有横向和纵向分量:

$$\mathbf{g}^E = \mathbf{g}_{tr}^E + g^E \mathbf{z}.$$

传播常数 h^E 将在下面同 $\mathbf{E}$ 的边界条件联系起来考虑。

假如在方程(2.1)中代入方程(2.4)的场, 有

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = \{\nabla^2 \mathbf{g}^E + [k^2 - (h^E)^2] \mathbf{g}^E\} \exp(\mp j h^E z) = 0,$$

所以有

$$\nabla^2 \mathbf{g}_{tr}^E + (\gamma^E)^2 \mathbf{g}_{tr}^E = 0, \quad (2.5)$$

$$\boxed{\nabla^2 g^E + (\gamma^E)^2 g^E = 0;} \quad (2.6)$$

式中,

$$(\gamma^E)^2 = k^2 - (h^E)^2. \quad (2.7)$$

按照麦克斯韦方程(III''), $\mathbf{E}$ 是无源的:

$$\text{div } \mathbf{E} = (\text{div } \mathbf{g}_{tr}^E \mp j h^E g^E) \exp(\mp j h^E z) = 0,$$

这要求产生微分方程

$$\text{div } \mathbf{g}_{tr}^E = \pm j h^E g^E. \quad (2.8)$$

令 $(\gamma^E)^2$ 不是零。将方程(2.8)积分, 并考虑方程(2.6), 即得

$$\mathbf{g}_{tr}^E = \mp \frac{j h^E}{(\gamma^E)^2} \text{grad } g^E, \quad (2.9)$$