

高等学校教学用书

# 数学物理方程

SHUXUE WULI FANGCHENG

上册

A. H. 吉洪诺夫 著  
A. A. 薩馬爾斯基  
黃克敏 等 译

53.9

6

002136

人民教育出版社

高等学校教学用书



# 数学物理方程

SHUXUE WULI FANGCHENG

上册

A. H. 吉洪諾夫, A. A. 薩馬爾斯基著  
黃 克 歐 等 譯

人民教育出版社



本书系根据苏联国立技术理论书籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的吉洪诺夫 (А. Н. Тихонов) 与萨马尔斯基 (А. А. Самарский) 合著的“数学物理方程” (Уравнения математической физики) 的 1953 年修订第二版译出。原书经苏联高等教育部定为国立大学物理系及数学物理系教科书。

中译本原分上下两册出版。现重新分成上、中、下三册出版。上册包括第一、二、三章共三章，中册包括第四、五章共两章，下册包括第六、七章和附录。上中两册可作为四年制综合大学及高等师范学校数学各专业数学物理方程课程的教材，也可供高等工业学校相近专业选用。

本书译者是黄克欧、黄寿恒、郭可磨、黄盛清、曹俊、忻鼎定、鲁霖。校阅者是黄克欧、黄寿恒、刘绍唐。

## 数 学 物 理 方 程

上 册

---

А. Н. 吉洪诺夫, А. А. 萨马尔斯基著

黄克欧等译

北京市书刊出版业营业登记证出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

上海洪兴印刷厂印装

新华书店上海发行所发行

各地新华书店经营

---

统一书号 13010·983 开本 850×1188 1/32 印张 9 2/16

字数 253,000 印数 4,501—8,900 定价 (6) 0.90

1961 年 5 月第 1 版 1961 年 11 月上卷第 3 次印刷

# 上册目錄

二版序言	7
初版序言	9
第一章 偏微分方程分類	11
§ 1. 二階偏微分方程的分類	11
1. 二自變量的微分方程	11
2. 多自變量二階方程的分類	18
3. 常係數線性方程的典則形式	20
第一章習題	22
第二章 雙曲線型方程	24
§ 1. 可化爲雙曲線型方程的最簡單的問題。邊界問題的提法	24
1. 弦的微小橫振動方程	24
2. 桿與弦的縱振動方程	28
3. 弦振動的能流	29
4. 導體中電振盪方程之推演	31
5. 膜的橫振動	32
6. 流體動力學方程與聲學方程	34
7. 邊界條件與初始條件	39
8. 一般問題的簡化	44
9. 在多變量情況下的邊界問題的提法	45
10. 唯一性定理	46
習題	49
§ 2. 傳播波法	51
1. 達朗貝爾公式	51
2. 物理意義	53
3. 解的穩定性	59
4. 半有界直線與延拓法	62

5. 關於有界線段的問題	63
6. 波的擴散	72
7. 振動的積分方程	76
8. 沿特徵線的哥斯諾的傳播	79
習題	80
§ 3. 分離變量法	84
1. 弦的自由振動方程	84
2. 解的意義	89
3. 用駐波疊加表示任意的振動	93
4. 非齊次方程	98
5. 一般的第一邊界問題	104
6. 穩定的非齊次的邊界問題	105
7. 沒有初始條件的問題	107
8. 集中的力	112
9. 分離變量法的一般程序	115
習題	121
§ 4. 在特徵線上給有數值的問題	124
1. 問題的提法	124
2. 逐次逼近法	126
習題	131
§ 5. 一般的雙曲線型線性方程解法	131
1. 互伴微分運算子	131
2. 解的積分形式	133
3. 黎曼函數的物理意義	136
4. 常係數方程	139
第二章習題	143
第二章附錄	144
I. 關於樂器的弦振動	144
II. 關於桿的振動	147
III. 有載荷的弦的振動	151
1. 問題的提法	151
2. 有載荷的弦的固有振動	153
3. 一端繫有重量的弦	157
4. 固有值的矯正	157

IV. 氣體動力學方程和衝擊波理論.....	159
1. 氣體動力學方程, 能量守恆定律.....	159
2. 衝擊波, 動力學的相容條件.....	161
3. 弱性間斷.....	167
V. 氣體吸收作用的動力學.....	171
1. 描述氣體吸收作用過程的方程.....	171
2. 漸近線.....	175
VI. 物理上的類比.....	182
<b>第三章 拋物線型方程</b> .....	<b>187</b>
§ 1. 可化為拋物線型方程的最簡單問題, 邊界問題的提法.....	187
1. 熱傳播的線性問題.....	187
2. 擴散方程.....	191
3. 在空間的熱傳播.....	192
4. 邊界問題的提法.....	195
5. 最大原理.....	201
6. 唯一性定理.....	204
7. 無窮直線上的唯一性定理.....	207
§ 2. 分離變量法.....	208
1. 齊次邊界問題.....	208
2. 源函數.....	213
3. 帶有間斷初始條件的邊界問題.....	215
4. 非齊次熱傳播方程.....	222
5. 一般的第一種邊界問題.....	225
習題.....	227
§ 3. 無窮直線上的問題.....	229
1. 無窮區域的源函數.....	229
2. 無窮直線上的熱傳播.....	237
3. 半有界直線上的邊界問題.....	247
§ 4. 沒有初始條件的問題.....	255
第三章習題.....	259
第三章附錄.....	261
I. 溫度波.....	261
II. 放射性蛻變對地殼溫度的影響.....	265

III. 熱傳導理論中的相似法.....	270
1. 無窮直線上的源函數.....	271
2. 非線性熱傳導方程的邊界問題.....	273
IV. 凍結問題.....	274
V. 愛因斯坦-施爾摩哥羅夫方程.....	280
VI. $\delta$ -函數.....	284
1. $\delta$ -函數的定義.....	284
2. $\delta$ -函數之展開爲福氏級數.....	287
3. $\delta$ -函數在源函數的作法上的應用.....	289

高等学校教学用书



# 数学物理方程

SHUXUE WULI FANGCHENG

上册

A. H. 吉洪諾夫, A. A. 薩馬爾斯基著  
黃 克 歐 等 譯

人民教育出版社





本书系根据苏联国立技术理论书籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的吉洪诺夫 (А. Н. Тихонов) 与萨马尔斯基 (А. А. Самарский) 合著的“数学物理方程” (Уравнения математической физики) 的 1953 年修订第二版译出。原书经苏联高等教育部定为国立大学物理系及数学物理系教科书。

中译本原分上下两册出版。现重新分成上、中、下三册出版。上册包括第一、二、三章共三章，中册包括第四、五章共两章，下册包括第六、七章和附篇。上中两册可作为四年制综合大学及高等师范学校数学各专业数学物理方程课程的教材，也可供高等工业学校相近专业选用。

本书译者是黄克欧、黄寿恒、郭可磨、黄盛清、曹俊、忻鼎定、鲁霖。校阅者是黄克欧、黄寿恒、刘绍唐。

## 数 学 物 理 方 程

上 册

---

A. H. 吉洪诺夫, A. A. 萨马尔斯基著

黄克欧等译

北京市书刊出版业营业登记可证出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

上海洪兴印刷厂印装

新华书店上海发行所发行

各地新华书店经营

---

统一书号 13010·983 开本 850×1188 1/32 印张 9 2/16

字数 253,000 印数 4,501—8,900 定价 (6) 0.90

1961 年 5 月第 1 版 1961 年 11 月上卷第 3 次印刷

# 上册目錄

二版序言	7
初版序言	9
第一章 偏微分方程分類	11
§ 1. 二階偏微分方程的分類	11
1. 二自變量的微分方程	11
2. 多自變量二階方程的分類	18
3. 常係數線性方程的典則形式	20
第一章習題	22
第二章 雙曲線型方程	24
§ 1. 可化為雙曲線型方程的最簡單的問題。邊界問題的提法	24
1. 弦的微小橫振動方程	24
2. 桿與弦的縱振動方程	28
3. 弦振動的能流	29
4. 導體中電振盪方程之推演	31
5. 膜的橫振動	32
6. 流體動力學方程與聲學方程	34
7. 邊界條件與初始條件	39
8. 一般問題的簡化	44
9. 在多變量情況下的邊界問題的提法	45
10. 唯一性定理	46
習題	49
§ 2. 傳播波法	51
1. 達朗貝爾公式	51
2. 物理意義	53
3. 解的穩定性	59
4. 半有界直線與延拓法	62

5. 關於有界線段的問題	63
6. 波的擴散	72
7. 振動的積分方程	76
8. 沿特徵線的哥斯諾的傳播	79
習題	80
§ 3. 分離變量法	84
1. 弦的自由振動方程	84
2. 解的意義	89
3. 用駐波疊加表示任意的振動	93
4. 非齊次方程	98
5. 一般的第一邊界問題	104
6. 穩定的非齊次的邊界問題	105
7. 沒有初始條件的問題	107
8. 集中的力	112
9. 分離變量法的一般程序	115
習題	121
§ 4. 在特徵線上給有數值的問題	124
1. 問題的提法	124
2. 逐次逼近法	126
習題	131
§ 5. 一般的雙曲線型線性方程解法	131
1. 互伴微分運算子	131
2. 解的積分形式	133
3. 黎曼函數的物理意義	136
4. 常係數方程	139
第二章習題	143
第二章附錄	144
I. 關於樂器的弦振動	144
II. 關於桿的振動	147
III. 有載荷的弦的振動	151
1. 問題的提法	151
2. 有載荷的弦的固有振動	153
3. 一端繫有重量的弦	157
4. 固有值的矯正	157

IV. 氣體動力學方程和衝擊波理論.....	159
1. 氣體動力學方程, 能量守恆定律.....	159
2. 衝擊波, 動力學的相容條件.....	161
3. 弱性間斷.....	167
V. 氣體吸收作用的動力學.....	171
1. 描述氣體吸收作用過程的方程.....	171
2. 漸近線.....	175
VI. 物理上的類比.....	182
<b>第三章 拋物線型方程</b> .....	<b>187</b>
§ 1. 可化為拋物線型方程的最簡單問題, 邊界問題的提法.....	187
1. 熱傳播的線性問題.....	187
2. 擴散方程.....	191
3. 在空間的熱傳播.....	192
4. 邊界問題的提法.....	195
5. 最大流原理.....	201
6. 唯一性定理.....	204
7. 無窮直線上的唯一性定理.....	207
§ 2. 分離變量法.....	208
1. 齊次邊界問題.....	208
2. 源函數.....	213
3. 帶有間斷初始條件的邊界問題.....	215
4. 非齊次熱傳播方程.....	222
5. 一般的第一種邊界問題.....	225
習題.....	227
§ 3. 無窮直線上的問題.....	229
1. 無窮區域的源函數.....	229
2. 無窮直線上的熱傳播.....	237
3. 半有界直線上的邊界問題.....	247
§ 4. 沒有初始條件的問題.....	255
第三章習題.....	259
第三章附錄.....	261
I. 溫度波.....	261
II. 放射性蛻變對地殼溫度的影響.....	265

---

III. 熱傳導理論中的相似法.....	270
1. 無窮直線上的源函數.....	271
2. 非線性熱傳導方程的邊界問題.....	273
IV. 凍結問題.....	274
V. 愛因斯坦-施爾摩哥羅夫方程.....	280
VI. $\delta$ -函數.....	284
1. $\delta$ -函數的定義.....	284
2. $\delta$ -函數之展開爲福氏級數.....	287
3. $\delta$ -函數在源函數的作法上的應用.....	289

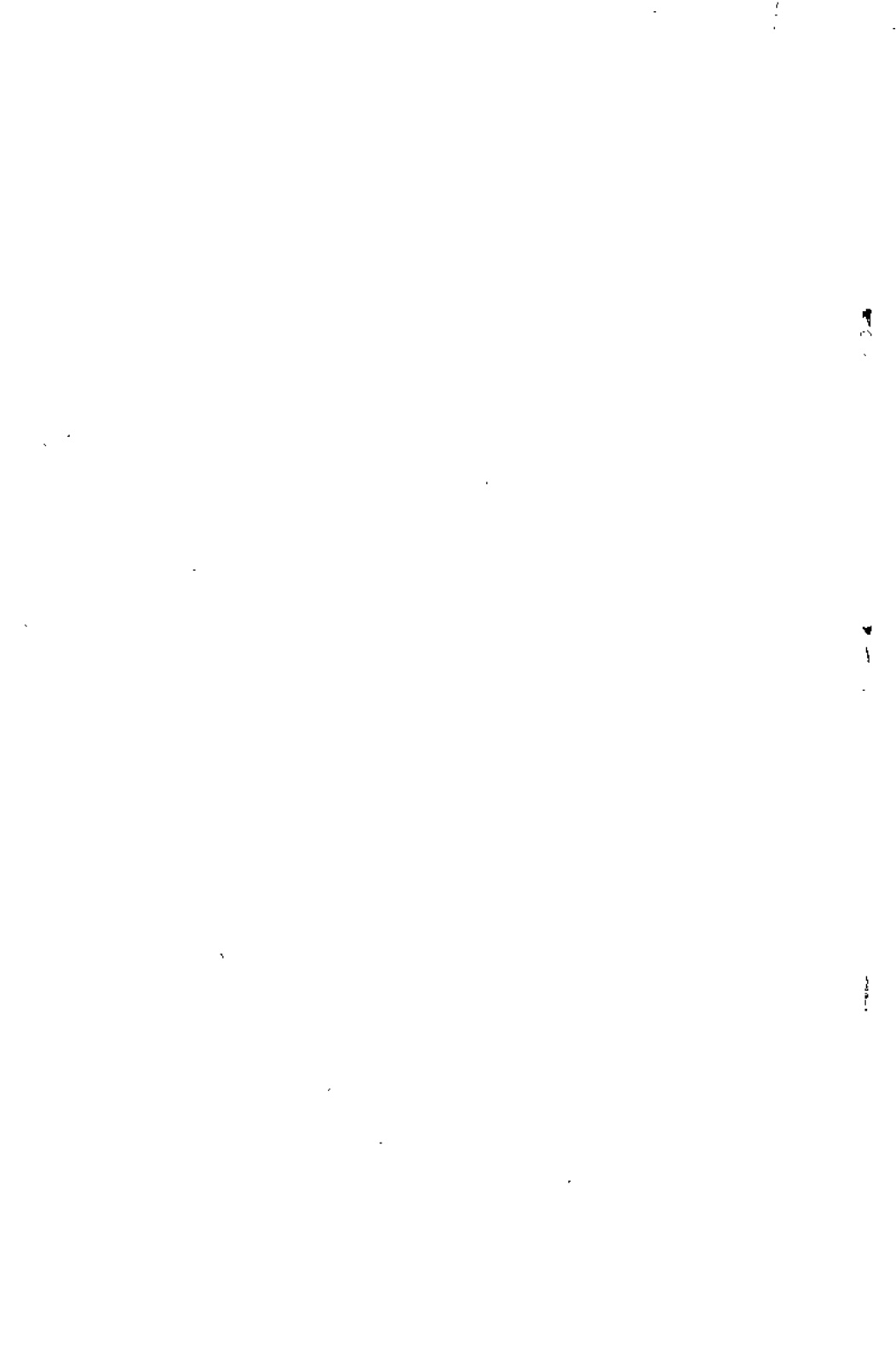
## 第二版序言

初版中所發現的一些排印錯誤及不正確之處，在本版內業經消除。若干章節並略施修訂。變動最多者為特殊函數一篇的開端及第四章。並編寫了新的第六章附錄，以說明熱傳導方程的有限差分方法。

對 B. II. 斯米爾諾夫所提供的許多寶貴意見，對 A. T. 斯維施尼珂夫在籌備第二版時的幫助，作者在此深致謝忱。

A. 吉洪諾夫。

A. 薩馬爾斯基。



## 初版序言

本書是供物理系學生用作教本而編寫的。

數學物理問題的範圍是與各種物理過程的研究緊密地聯繫着的。這些過程包括流體動力學、彈性理論、電動力學等部門中所研究的各種現象。在這些研究中發生的數學問題有許多共同之處，而這些問題就構成了數學物理研究的對象。

這一門科學所特有的研究方法，就本質上說，是數學方法。但是數學物理學問題的提法，因與物理學問題的研究有密切的聯繫，它們遂具有本身獨具的特點。例如一個過程的開始和終結階段，往往帶有性質不同的特點，因而需要採用不同的數學方法。

數學物理學問題的範圍極其廣泛。本書中只研究可化為偏微分方程的數學物理問題。

作者力求使本書的取材和論述適應典型物理過程的特點，因此取材係依照方程的基本類型來編排。

每一類型方程的研究，都從可化為所欲研究的該類型方程的最簡單物理問題開始。對各個問題的數學提法，最簡單問題解法的嚴格講述，及所得結果的物理意義均予以特別的注意<sup>①</sup>。每章中均附有習題，其目的主要為培養運算技術的熟練。某些習題本身也具有物理的趣味。

但本書正文內所包括的一些最簡單的問題不能充分表明該類問題的多樣性，也不能充分說明數學物理學的作用和地位。因此每章之末

---

<sup>①</sup> 在課堂上講述數學物理學課程時，我們不但用口述方式闡明所得結果的物理意義，而且在可能時也用物理模型來說明數學的結論。



均有附錄，其中載有應用正文內所述方法來解決物理和技術方面各種問題的例子，並列有超出正文範圍外的例題。無疑的，這種例題的選擇是大有伸縮餘地的。

本書只包括數學物理學方法這門課程中的一部分教材。書中不包含積分方程和變分法。近似法的論述也不夠完整。

作者認為本書可以只講上述材料，以便能早日出版。

本書是根據 A. H. 吉洪諾夫在莫斯科大學物理系講授十年以上的講稿編寫的。這些講稿的內容曾部分地刊載於 1948—1949 年刊印的講義中。講義的材料在本書中已被擴充並予以徹底的改編。

作者得以在此對作者的學生及工作上的同志 A. B. 瓦西里葉瓦，B. B. 格拉斯珂，B. A. 伊林，A. B. 魯齊亞諾夫，G. H. 帕尼契，B. J. 洛史傑斯涅斯基，A. T. 斯維施尼珂夫及 Д. H. 柴塔葉夫表致謝忱而感到愉快，若無上述諸同志的幫助，作者未必能使本書在短期內付印，又 Ю. Я. 拉賓諾維奇曾親閱原稿並提供許多寶貴的意見，在此也一併致謝。

A. 吉洪諾夫。

A. 薩馬爾斯基。