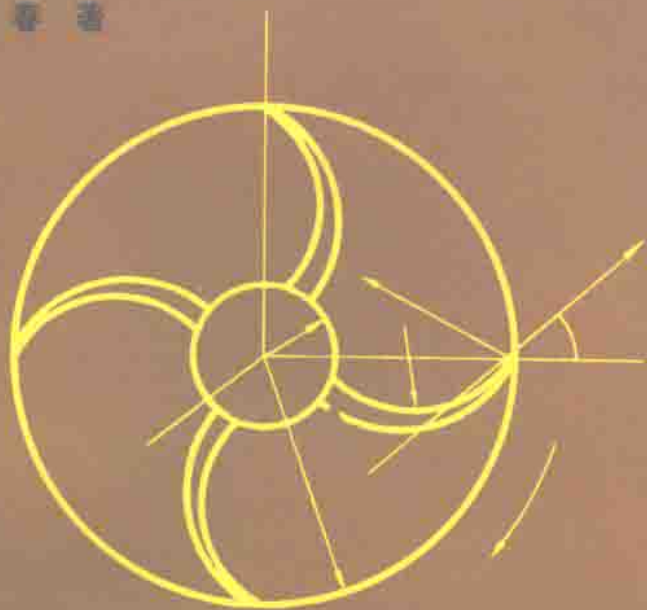


黃子春 著



工程力学

下册 动力学

科学出版社

工 程 力 学

下 册

动 力 学

黄子春 著

陈桂彬 邹丛青 乌国华 译

吕茂烈 张承煦 校

科 学 出 版 社

1 9 8 4

内 容 简 介

本书系统地讲述了动力学的基本概念、基本公式。书中附有大量的例题和习题，书末附有部分习题答案。

本书用矢量讲述，每章开头有体系表。读者对象为高等工科院校的力学教师、学生和有关的工程技术人员。

T. C. Huang

ENGINEERING MECHANICS

(Volume 2 Dynamics)

Addison-Wesley Publishing Company, 1969

工 程 力 学

下 册

动 力 学

黄子春 著

陈桂彬 邹丛青、乌国华 译

吕茂烈 张承煦 校

责任编辑 李成香

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984年8月第一版 开本：787×1092 1/32

1984年8月第一次印刷 印张：19 1/4

印数：0001—10,250 字数：437,000

统一书号：13031·2662

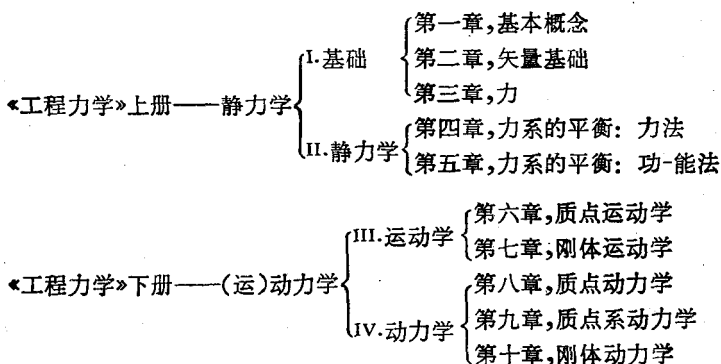
本社书号：3662·13—2

定价：2.95 元

序 言

在过去十年里,工程力学已改用全新的方法讲授。现在的趋势是,在合理组织题材的同时,还重视加强基本概念的建立和普遍公式的表达。本书就是这种新教学法实践的具体化。书中还收集了大量经过系统编排的例题和多种类型的理论联系实际的习题。在下册讲授动力学的这五章里共有 220 个例题和 875 个习题。本书的其它特点包括:采用按矢量的讲法,在每章开头都备有体系图表和目录,还列表给出各章的“例题和习题索引”。其中有些是作者多年教学经验中认为有益的新想法。

本《工程力学》由静力学和动力学上、下两册组成,每册各包含两部分,共五章,说明如下:



下册每个部分中的各章都有同样的结构。第 III 部分共两章,每章都论及以下主题: 基本定义及其说明、绝对运动和相对运动。第 IV 部分共三章,每章都划分为三部分: A 部

分——运动微分方程；B 部分——功和能；C 部分——冲量和动量。

第六章从质点运动和线运动的基本定义开始。然后论述点在不同坐标系中的绝对运动，以及一质点相对于另一质点和相对于动坐标系的运动。

第七章从刚体的位移和位置的描述开始。随后论述刚体绝对运动的各种类型。最后，论述刚体相对于另一运动刚体以及相对于动坐标系的运动。

第八章的 A 部分论述质点的运动微分方程，用牛顿定律写出质点直线运动、曲线运动以及振动运动的运动微分方程。对于直线运动，我们考虑了单个质点在各种变力作用下的运动，以及几个相联系质点的情况。先一般地论述各种坐标系中的曲线运动，然后把重点转到几个特殊问题。在定义了振动的各个基本术语后，论述无阻尼和有粘滞阻尼时质点的自由振动和强迫振动。接着把问题推广到几个相联系的质点以及电路模拟。A 部分以达朗贝尔原理这一节为结束。B 部分由定义动能和势能开始。然后以四种形式的方程论述功-能原理：功-能方程及其变种、能量守恒方程以及拉格朗日方程。在 C 部分中，就线动量和角动量这两种情况分别考虑冲量-动量原理以及动量守恒原理。

第九章论述质点系，并提出一个用来推广到刚体动力学的基本概念。A 部分讨论质点系的运动微分方程，包括质心的运动微分方程。B 部分以动能表达式开始。然后是功-能方程和拉格朗日方程。在 C 部分中论述质点系及其质心的线冲量-线动量原理；然后讨论线动量的守恒。这一章以力矩和角动量、角冲量-角动量原理以及角动量守恒的论述来结束。

第十章在 A 部分以质量惯性矩和惯性积以及刚体角动量的定义开始。对刚体的各种运动，即平行移动、绕固定轴的

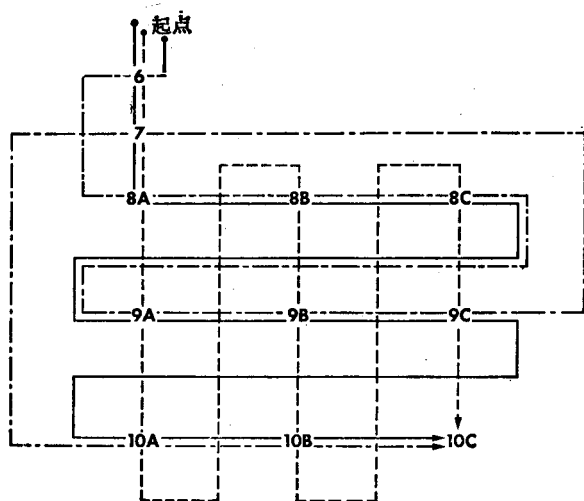
转动、平面运动、绕固定点的运动以及一般运动，分别导出刚体运动微分方程并予以简化。A 部分以达朗贝尔原理这一节结束。在 B 部分中，首先导出刚体的一般动能表达式，然后用更简单的形式按刚体的各种运动列出表格。功-能原理的论述方法和单质点的情况相同，也采用四种形式的方程。在 C 部分中最后论述刚体的角冲量和角动量以及角动量守恒，从而结束第十章，也就是结束本书。

下册动力学的内容超过了一学期 4 学分课程所需的份量，对于一学期 3 学分的课程要删去高级课题或某些有专门意义的题材。可以采取不同的讲授次序。序言后面用图表列出了几种示范性教学顺序，还把可供选择的高等课题和专门题材的目录也列出。这些目录连同例题和习题索引，可在离开主干顺序而分别选讲上述各组题材时作为指南。

黄子春

1967 年 1 月

三种教学顺序(动力学教学进程)



实线进程

章

I. 运动学

- | | |
|----------|---|
| 1. 质点运动学 | 6 |
| 2. 刚体运动学 | 7 |

II. 动力学

- | | |
|-----------|----|
| 1. 质点动力学 | 8 |
| 2. 质点系动力学 | 9 |
| 3. 刚体动力学 | 10 |

虚线进程

I. 运动学

1. 质点运动学	6
2. 刚体运动学	7
II. 动力学	
1. 运动微分方程	8A, 9A, 10A
2. 功和能	8B, 9B, 10B
3. 冲量和动量	8C, 9C, 10C

点画线进程

I. 质点动力学	
1. 质点运动学	6
2. 质点动力学	8
3. 质点系动力学	9
II. 刚体动力学	
1. 刚体运动学	7
2. 刚体动力学	10

可供选择的高等或有专门意义的题目

这些课题在任何主干顺序中都可省略，但可作为独立组合而分别选讲。为此目的，书后的“例题和习题索引”特别有用。

I. 相对运动的运动学

- 6-5 相对于动坐标系（平动和转动坐标系）的质点运动
- 7-5 刚体的相对运动
- 7-6 刚体相对于动坐标系（平动和转动坐标系）的运动

II. 振动

- 8-7 振荡运动：单质点的振动

8-8 振荡运动: 几个相联系质点的振动

8-9 振荡运动: 电路模拟

8-10 中一部分

8-12 中一部分

8-14 中一部分

8-15 中一部分

10-4 (1, 2, 3) 中一部分

10-5 中一部分

10-9 中一部分

} 这些部分在“例题和习题索引”中记为振荡运动

III. 拉格朗日方程

8-15 质点的拉格朗日方程

9-5 质点系的拉格朗日方程

10-10 刚体的拉格朗日方程

IV. 刚体绕固定点的运动与一般运动

7-1 中一部分

7-2 刚体的位置

7-4(4) 刚体绕定点运动的运动学

7-4(5) 刚体一般运动的运动学

10-4(4) 刚体绕定点运动的运动微分方程

10-4(5) 刚体一般运动的运动微分方程

V. 达朗贝尔原理

8-10 达朗贝尔原理

10-5 达朗贝尔原理

VI. 球面坐标

6-3 中的一部分

8-3 中的一部分

VII. 变质量系统

8-16 中的一部分

目 录

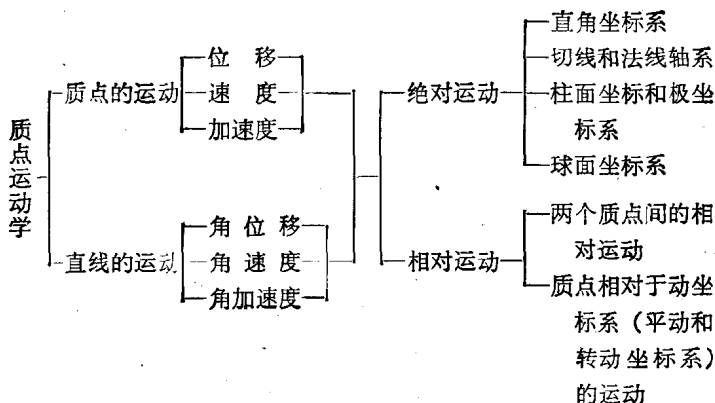
第六章 质点运动学	583
6-1 质点的运动: 位移、速度和加速度	584
6-2 直线的运动: 角位移、角速度和角加速度	589
6-3 在不同坐标系中的质点运动学	593
6-4 两个质点间的相对运动	628
6-5 质点相对于动坐标系(平动和转动坐标系) 的运动	631
第七章 刚体运动学	668
7-1 刚体的位移和各种型式的运动	669
7-2 刚体的位置	674
7-3 刚体运动学: 一般公式	676
7-4 刚体各种运动的运动学	678
7-5 刚体间的相对运动	705
7-6 刚体相对于动(平动和转动)坐标系的运动	712
第八章 质点动力学	757
A 部分 运动微分方程	760
8-1 单质点的直线运动	760
8-2 几个相联系质点的直线运动	771
8-3 质点的曲线运动: 一般情况	775
8-4 曲线运动: 重力场	781
8-5 曲线运动: 有心力场	786
8-6 曲线运动: 电力场和磁场	802
8-7 振荡运动: 单质点的振动	806
8-8 振荡运动: 几个相联系质点的振动	828
8-9 振荡运动: 电路模拟	833

8-10	达朗贝尔原理	835
B 部分	功和能	876
8-11	保守系: 势和势能	876
8-12	功-能方程(第一种形式)	882
8-13	功-能方程的另一种形式(第二种形式)	890
8-14	机械能守恒: 保守系的功-能方程 (第三种形式)	891
8-15	质点的拉格朗日方程(第四种形式)	895
C 部分	冲量和动量	919
8-16	线冲量-线动量方程	919
8-17	线动量守恒	926
8-18	力矩和角动量	933
8-19	角冲量和角动量	938
8-20	角动量守恒	939
第九章	质点系动力学	961
A 部分	运动微分方程	962
9-1	质点系运动微分方程	962
9-2	质点系质心的运动微分方程	964
B 部分	功和能	971
9-3	质点系的动能	971
9-4	质点系的功-能方程	974
9-5	质点系的拉格朗日方程	977
C 部分	冲量和动量	988
9-6	质点系的线冲量和线动量	988
9-7	质点系质心的线冲量和线动量	989
9-8	质点系的线动量守恒	990
9-9	质点系的角动量	991
9-10	质点系的力矩和角动量	996
9-11	质点系的角冲量和角动量	1000
9-12	质点系的角动量守恒	1001

第十章 刚体动力学	1007
A 部分 运动微分方程	1009
10-1 质量的惯性矩和惯性积;刚体的动力学特性	1009
10-2 刚体的角动量	1026
10-3 刚体的运动微分方程	1031
10-4 刚体各种运动的运动微分方程	1036
10-5 达朗贝尔原理	1065
B 部分 功和能	1098
10-6 刚体的动能	1098
10-7 刚体的功-能方程(第一种形式)	1105
10-8 刚体功-能方程的另一种形式(第二种形式)	1112
10-9 机械能守恒:保守系的功-能方程(第三种形式)...	1114
10-10 刚体的拉格朗日方程(第四种形式)	1117
C 部分 冲量和动量	1134
10-11 角冲量和角动量	1134
10-12 角动量守恒	1142
部分习题答案	1151
例题和习题索引	1177

第六章 质点运动学

- 6-1 质点的运动: 位移、速度和加速度
- 6-2 直线的运动: 角位移、角速度和角加速度
- 6-3 在不同坐标系中的质点运动学
 - 1. 笛卡儿直角坐标系
 - 2. 切线和法线轴系
 - 3. 柱面坐标和极坐标系
 - 4. 球面坐标系
- 6-4 两个质点间的相对运动
- 6-5 质点相对于动坐标系(平动和转动坐标系)的运动



质点和刚体的位置和位移已经在静力学中部分地讨论过了。基于这些概念,导出了下列概念诸如约束、自由度、稳定性、虚位移、虚功和势能等。在所有那些讨论中是不包含时间这个因素的。在本章和下一章中,我们将在速度和加速度的概念中把时间作为一个因素来考虑。在每一章中位移和位置

总是首先引出的，而且这两章的论述是自成体系的。在本章中，我们将在绝对运动和相对运动两个方面来论述质点运动学。

6-1 质点的运动：位移、速度和加速度

我们来考虑一个质点沿着在空间的任意曲线从 A 到 B 运

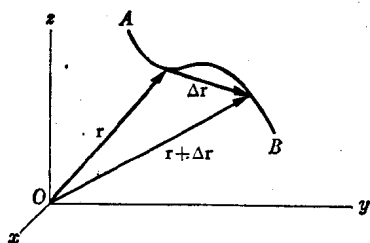


图 6-1

动(图 6-1)，质点已经定义为没有尺寸大小的点质量。令

$\mathbf{r}$ = 瞬时 t 的位置矢量

$\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}$ = 瞬时 $t + \Delta t$ 的位置矢量

位置矢量(即矢径)是从 O 点量起，该 O 点也是 x, y, z 直角坐标轴系的原点， Δt 是时间间隔，通常取成很小。我们定义

在时间 Δt 内的位移 = $\Delta\mathbf{r}$

平均速度 = $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$

$$\text{瞬时速度} = \mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$$

$$= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}$$

平均加速度 = $\Delta\mathbf{v}/\Delta t$

$$\text{瞬时加速度} = \mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}}$$

其中 $\Delta \mathbf{v}$ 是在时间 Δt 内速度矢量的变化, 而字母顶上的符号 “ $\cdot$ ” 和 “ $\ddot{}$ ” 分别表示 d/dt 和 d^2/dt^2 。这些定义可以用文字叙述如下: 位移是位置矢量的变化而不论其发生的时间间隔; 速度是位移矢量的时间变化率; 而加速度则是速度矢量的时间变化率。因此位移、速度、加速度都是矢量。记住下述性质是重要的: 矢量是通过三种方式之一来变化的, 这三种方式是: 通过大小的变化, 方向的变化, 或者大小和方向两者都有变化。这些变化当然适用于位移、速度和加速度上。应注意, 我们用不止一种符号来表示速度和加速度: $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ 及 $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$ 。今后, 除非另有说明, 我们将用速度和加速度分别地表示瞬时速度和瞬时加速度。于是

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} \quad (6-1)$$

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}} \quad (6-2)$$

微分过程可以直接地应用。而从 $\mathbf{v}$ 得到 $\mathbf{r}$ 或者从 $\mathbf{a}$ 得到 $\mathbf{v}$ 的积分过程会导致一个矢量积分常数。这个常数必须从某一给定的条件来确定。这个给定的条件通常是初始条件。

当质量为 m 的质点其运动完全已知时, 作用其上的力是

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} \quad (6-3)$$

这是质点的运动方程。我们将在第八章讨论质点动力学时讨论。

例题 6-1. 平均速度。 一辆车从 A 城到 C 城行驶 5 个小时, A , C 城间的距离为 270 英里。在第三个小时末到达 B 城, B 城距 A 城是 168 英里。求从 A 到 B , 从 B 到 C 以及从 A 到 C 全部旅程的平均速度的大小。

解。 城市之间的距离是

$$AC = 270 \text{ 英里}, \quad AB = 168 \text{ 英里}$$

$$BC = AC - AB = 102 \text{ 英里}$$

于是平均速度分别是

$$v_{AB} = 168/3 = 56 \text{ 英里/小时}$$

$$v_{BC} = 102/2 = 51 \text{ 英里/小时}$$

$$v_{AC} = 270/5 = 54 \text{ 英里/小时}$$

例题 6-2. 平均加速度. 一架喷气飞机从跑道起飞, 在两分钟内达到 630 英里/小时的速度. 求平均加速度的大小, 以英尺/秒² 为单位.

解. 首先我们必须进行如下的单位变换

$$1 \text{ 英里/小时} = \frac{5280}{3600} \text{ 英尺/秒} = \frac{22}{15} \text{ 英尺/秒}$$

于是

$$\text{平均加速度} = \frac{630 \times \frac{22}{15}}{2 \times 60} = 7.7 \text{ 英尺/秒}^2$$

例题 6-3. 位置(或位移)、速度和加速度. 质点按下面的规律运动

$$x = 3 + t + 2t^3, \quad y = -1 + t + t^2$$

$$z = 3 \sin \pi t$$

此处 x, y, z 以英尺为单位, t 以秒为单位. 试求: (a) 质点在任意瞬时的位置、速度和加速度, (b) 当 $t = 3$ 秒时质点的位置、速度和加速度.

解. 由于已给的 x, y, z 是 t 的函数, 把它们对时间微分一次和二次, 得到

$$\dot{x} = 1 + 6t^2, \quad \ddot{x} = 12t$$

$$\dot{y} = 1 + 2t, \quad \ddot{y} = 2$$

$$\dot{z} = 3\pi \cos \pi t, \quad \ddot{z} = -3\pi^2 \sin \pi t$$

(a) 在任意瞬时的位置、速度和加速度分别是

$$\mathbf{r} = (3 + t + 2t^3)\mathbf{i} + (-1 + t + t^2)\mathbf{j} + (3 \sin \pi t)\mathbf{k} \text{ 英尺}$$

$$\mathbf{v} = (1 + 6t^2)\mathbf{i} + (1 + 2t)\mathbf{j} + (3\pi \cos \pi t)\mathbf{k} \text{ 英尺/秒}$$

$$\mathbf{a} = (12t)\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + (-3\pi^2 \sin \pi t)\mathbf{k} \text{ 英尺/秒}^2$$

(b) 当 $t = 3$ 秒时, 在上面的方程中以 $t = 3$ 代入, 即得

$$\mathbf{r} = 60\mathbf{i} + 11\mathbf{j} \text{ 英尺}, \quad \mathbf{v} = 55\mathbf{i} + 7\mathbf{j} - 3\pi\mathbf{k} \text{ 英尺/秒},$$

$$\mathbf{a} = 36\mathbf{i} + 2\mathbf{j} \text{ 英尺/秒}^2$$

例题 6-4. 加 速 度、速 度 以 及 位 移 (或 位 置). 质点的加速度已知为

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 6t\mathbf{j} + \frac{2\pi^2}{9} \cos \frac{\pi t}{3} \mathbf{k}$$

其中加速度 $\mathbf{a}$ 是以英尺/秒² 计, 而时间 t 是以秒计. 初始条件已知为

$$\mathbf{r}(0) = x(0)\mathbf{i} + y(0)\mathbf{j} + z(0)\mathbf{k} = 0$$

$$\mathbf{v}(0) = \dot{\mathbf{r}}(0) = \dot{x}(0)\mathbf{i} + \dot{y}(0)\mathbf{j} + \dot{z}(0)\mathbf{k} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} \text{ 英尺/秒}$$

求当 $t = 2$ 秒时的位置矢量 $\mathbf{r}$.

解. 我们用已知的加速度对 t 积分一次, 得

$$\mathbf{v} = (2t + A)\mathbf{i} + (3t^2 + B)\mathbf{j} + \left(\frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3} + C\right)\mathbf{k} \text{ 英尺/秒}$$

其中 A, B, C 是积分常数. 从已知的初始条件 $\mathbf{v}(0)$, 我们有

$$2\mathbf{i} + \mathbf{j} = A\mathbf{i} + B\mathbf{j} + C\mathbf{k}$$

于是, $A = 2, B = 1, C = 0$, 而速度是

$$\mathbf{v} = (2t + 2)\mathbf{i} + (3t^2 + 1)\mathbf{j} + \left(\frac{2\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3}\right)\mathbf{k} \text{ 英尺/秒}$$

把 $\mathbf{v}$ 对 t 积分, 得出

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= (t^2 + 2t + D)\mathbf{i} + (t^3 + t + E)\mathbf{j} \\ &\quad - [2 \cos(\pi t/3) + F]\mathbf{k} \text{ 英尺} \end{aligned}$$