

数 学 教 育 研 究 从 书

数学教育 实验设计

SHUXUE
JIAOYU
SHIYAN
SHEJI

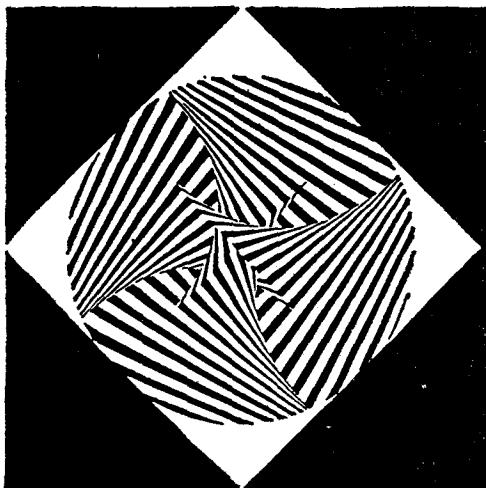


SXJY

数学教育研究丛书

数学教育 实验设计

张君达 郭春彦 著
上海教育出版社



数学教育研究丛书
数学教育实验设计

张君达 郭春彦 著

上海教育出版社出版发行

(上海永福路123号)

各地新华书店经销 上海市印刷十二厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 7.25 插页 4 字数 180,000

1994年12月第1版 1996年4月第2次印刷

印数 1201—6220 本

ISBN 7-5320-3671-5/G·3581 定价：(软精)10.00元

出版说明

数学是一门工具学科，这早已人所共知。然而随着社会的变革和科技的进步，特别是计算机的诞生，人们对数学的认识也在起变化，对数学教学目标的含义也起了观念上的变化。近五六十年来，各国数学家都非常有兴趣地研究数学教育。随着改革开放和文化交流，近十多年来，我国数学家也在这股洪流中荡漾、遨游，目前正形成一支规模不小的研究队伍。在这支队伍中，有师范院校的教授，也有综合、理工科大学的教授；有数理系的教授，也有哲学系的教授；有大学教师，也有中小学教师；……他们分别在不同的岗位上和不同的领域里实践，认识，再实践，再认识，反复地深入研究。一个共同的心声，就是研究中国数学教育的特色，总结中国的数学教育理论，形成中国的数学教育学。为此，我们跟随着这股激荡的洪流去索取数学教育家研究的最新成果，编辑、出版这套《数学教育研究丛书》。目前该丛书已被国家新闻出版署列为八五规划的重点书目。

在此，我们对各位编著者所付出的辛勤劳动和编委会对这项工作的热情支持表示衷心的感谢。

一九九三年十二月

序

由首都师范大学教育科学研究所的张君达教授和郭春彦副教授合著的《数学教育实验设计》一书，即将出版了。这是伴随着近年来进行数学教育改革的研究和实验取得的研究成果，是关于科学地进行数学教育改革实验的一部论著。该书将为数学教育改革实验工作提供有益的参考依据。

回顾数学教育发展的历史，可以说就是一系列的数学教育改革的历史。从一定的意义上说，数学教育改革的历史，也就是数学教育改革的实验成果的历史。这是因为和任何学科教育一样，数学教育的内容和要求都是以适应社会发展的需要为准，在原有的基础上不断地进行必要的改革的，而改革则要根据改革者的主观认识提出改革方案，先在一定范围内进行实验，通过实验对改革方案在适应社会发展的需要性和在原有基础上的可能性等方面得到验证后，改革方案才能全面推广、付诸实施。

如何进行数学教育的改革实验？目标如何确定？按照什么样的过程和方法进行才较为简捷和科学？实验中积累的资料应如何进行分析和判断才是科学的，从而能取得较为实际、确切的结论？它们的理论依据为何？实践原则为何？这些问题可以说也是随着社会的发展、科学技术的发展，以及学科教育理论的发展而不断地发展的。是经过实践显现出的不那么精确到较为精确的过程而发展的。《数学教育实验设计》一书就是作者近年来深入研究国内外新的有关教育、心理实验的理论和实践经验，并结合自己进行的实地的数学教育改革实验的总结而撰写的。关于数学教育改革实验的理论和实践的专著，全书共六章，可分为三部分。第一部分包含第一

章和第二章。在第一章里，从理论上较详地顺次论述了数学教育实验的意义、基本特征以及进行实验的各项主要措施和标准。特别是对数学教育实验设计的重要意义和主要内容作了明确和概括的论述。为进一步阐明所述理论，作为第二章，选编了三项不同类型的具体课题的“数学教育实验的专题研究”，一方面借以阐明理论的体现，另一方面为进行实地实验工作提供范例。

第二部分包含第三、四、五章。这部分可谓本书的核心。作者详细地论述了实验设计的内容、方法和措施。第三章从理论和实践两个方面，对实验设计中一般的、基本的内容和要求等作了较详细的阐述，这是数学教育、教学改革实验中，对实验设计工作所提出的理论与实践的依据。进行实验设计，是与实验的具体目标和实验的外部条件密切相关的，因而进行的实验设计也就有所不同，否则所作的实验设计将无的放矢、隔靴搔痒，从而以之为据进行实验工作后所得的结果将达不到实验所预期的目的。为此作为本书的第四、五两章，作者又从理论和实践两个方面，分别对“真实验设计”与“准实验设计”和“非实验设计”的内容、要求等，作了较详细的阐述。

第三部分即第六章“数学教育研究的统计分析方法”。如前所述，数学教育的研究可以说是数学教育改革的研究。当然，研究的目的除取得在进一步实施数学教育改革时应遵循的方向、措施外，还有发现新的数学教育规律的目的。但无论如何，研究成果都要在通过实验之后才能取得。而实验过程的最后的一个步骤就是对实验中取得的各个方面的资料的分析和综合。因为分析作得是否科学，也直接关系着研究成果的真实性和精确性。为此，作者在这一章里，仍从理论和实践两个方面，特别是从便于实践方面，阐述了科学的统计分析法。这是作者在统计学的基础上，深入研究了新的教育、心理统计理论，结合自己对数学教育研究的实践经验而提出的论述。

近年来，研究数学教育理论的专著虽不算少，但专门论述数学

序

教育实验理论的著作还是罕见的。因此，本书的问世，确是令人能喜的。

值此本书付梓之际，谨在此略志数语如上，用以对作者——君达、春彦两友表示祝贺之意。

钟 善 基

1993年12月于北京师大

目 录

第一章 绪论

参考书目	192
附表	194
1. 随机数字表.....	194
2. t 分布的双侧分位数(t_{α})表	197
3. 相关系数(r)的临界值表	198
4. χ^2 分布的上侧分位数(χ^2_{α})表.....	200
5. F 检验的临界值(F_{α})表	202
6. 多重比较中的 q 表.....	212
7. 秩和检验表.....	214
8. 正态曲线的面积和纵线表.....	215

第一章 絮 论

长期以来，数学教育研究成果主要是靠研究者对经验的总结和理论分析来获得的。这类研究方法虽然可以取得某些符合客观的成果，但缺乏科学的论证，缺少实证分析，往往伴随着研究的主观性和随意性。20世纪下半叶，数学教育实验作为一种较为科学的研究方法被研究者广泛采用，它弥补了传统数学教育研究方法的不足，成了研究数学教育问题的有力工具。这样，如何认识数学教育实验的意义，怎样逐步健全与发展数学教育实验的理论体系，数学教育实验在实践中如何得到更好的应用等问题也就引起广大数学教育者的关注了。

第一节 数学教育实验的意义

数学教育实验属于教育实验的范畴，而教育实验又是通过自然科学来研究的，并借助心理实验而发展起来的一种实验方法。16世纪末期，被马克思称为“整个现代实验科学的真正始祖”的弗兰西斯·培根(Francis Bacon)和“经验科学之父”的伽利略(Galileo)分别从研究思想与方法上确立了实验在科学发展中的主导地位。这一创举使自然科学摆脱了只凭观察、猜测和判断的阶段，从而推动了科学的进步。19世纪下半叶，实验方法被引入心理学研究领域。1879年，德国心理学家冯特(Wundt)在莱比锡建立了世界上第一个心理学实验室，创立了实验心理学。1901年，冯特的学生、心理学家莫伊曼(Meumann)发表论文提倡通过实验来研究学生身心的发展，比较各种教学方法的特点，并根据实验结果改革课

程，确定教学方法与组织形式。莫伊曼首先提出“实验教育学”的名称。几乎与此同时，德国教育家拉伊(Lay)也开始进行教育实验的研究，主张建立实验教育学与实验教学法。1905年，莫伊曼和拉伊共同创办了《实验教育学杂志》，以后又分别出版《实验教育学入门讲义》、《实验教育学》等著作。实验研究从它诞生之日起，就显示了极强的生命力。

鉴于数学及数学教育的特点，数学教育实验研究较之其他学科教育领域更为活跃。通常，我们所说的数学教育实验是指人们在数学教育研究中，以一定的理论意向为基础，依据研究的目的，有计划地控制数学教育现象的发生、发展过程，并就所得的结果进行解释，用以揭示和认识数学教育规律的一种研究方法。进行数学教育的实验研究对数学教育的发展有以下的重要意义：

一、理论意义

数学教育实验具有理论意向、条件控制和可重复验证的本质特征。在进行实验研究时，它比经验的、思辨的研究方法更有利于揭示数学教育的内在规律，扩展其理论成果。同时，数学教育实验研究也提出有关的理论问题，从而促进数学教育理论的发展。例如，原苏联克鲁切茨基(Крученки B. A)的中小学生数学能力实验研究就丰富了数学学习心理学的理论。

二、实践意义

数学教育实验通常是在学校的教育教学过程中进行，实验的过程也就是数学教育实践的过程。通常，一般数学教师或作为研究者，或作为实验的实施者，因此数学教育实验过程也为数学教师和参与者提供了数学教育实践的示范。据实施数学教育实验的学校反映，绝大部分实施数学教育实验的学校、年级，教师的数学教学水平都有所提高。其实践意义是实验成果及时推广，指导数学教学，提高数学学习的质量。例如，顾泠沅数学教改实验小组推广实验成果，大面积提高上海青浦县数学教学质量的事实便体现了数学教育实验的实践意义。除此以外，数学教育实验的理论研究对

数学教育实践也有重要的指导作用。

三、方法论意义

数学教育研究的具体方法有许多，如问卷法、面谈法、个案研究法、经验总结法、移植加工法、比较研究法等。与上述各种研究方法相比，实验研究方法有其特殊的意义。从方法论的观点来看，实验研究方法为科学带来了突破性的发展。历史上，实验研究方法的确立使自然科学脱离了哲学的范畴；心理学采用了实验研究方法，是它走上科学轨道的标志。当前，作为一种具有独特的科学的研究功能的重要研究方法——数学教育实验研究还远没有推广与广泛地实施，其方法论的意义显得尤为突出与重要。

第二节 数学教育实验的基本特征

数学教育实验与一般科学实验一样，具有以下基本特征：

一、理论意向

理论意向通常指理论假设，即对数学教育事实与现象之间的关系所作的推测性假定。这种假定一般是建立在某种事实材料或理论分析基础上，经过研究所产生的想法，而实验的目的就是要验证推测性假定的正确性。例如，克鲁切茨基所进行的中小学生数学能力实验研究，关于数学能力组成成分的初步假设是：

1. 在学习上有能力的学生不同程度都有概括数学材料和善于记忆概括性材料的能力。
2. 有能力的学生和能力差的学生在解题过程中“缩短”推理过程和“缩短”有关运算系统的“缩短”率是不同的。
3. 数学能力不同的学生从正方向思维灵活地向逆方向思维转换的能力是不同的。

这种理论假设是设计一系列实验的主要依据。验证性的实验必须有明确的理论假设。

有时，在数学教育中要进行一些探索性的实验，例如，研究小

学生数学智力开发的途径，初始并没有明确的理论假设，这时研究者必须明确提出理论意图，如意图探索小学生课内与课外学习能否开发数学智力。理论意向有时也指理论意图。应该说任何实验都有一定的理论意向。既无理论假设，又无理论意图的实验是无任何意义的。

二、可操作性与可控性

数学教育实验是以理论意向为前提，由研究者有计划地控制数学教育现象的发生、发展过程，用以揭示客观规律的研究方法。鉴于实验的特点，研究者可以自行选择方便的时间，合适的地点使实验结果发生。同时，在实验前研究者可以对实验对象进行分析，为实验过程的观察做好充分准备。实验的过程正是数学教育实践的过程，因此数学教育实验具有可操作性。

实验方法区别于其他方法的显著特征是“可以有计划地进行控制”，其意义是容易摆脱无关因子、偶然因子对实验的干扰，确保实验结果的产生或变化是实验因子的作用。实验时，只有成功而系统地进行条件控制，才能合乎逻辑地解释实验因子与实验结果的关系。对实验进行有条件的控制还可以把研究的复杂问题分解或简化，更加有利于实验的实施。例如，克鲁切茨基的中小学生数学能力实验研究，为突出“能力”这一实验因子，尽量排除知识、习惯与技能等无关因子，设计实验题目时，规定：

1. 选用的实验题目或是不需要特殊知识、技能或习惯便可以解答的，或是所需要的知识对全体学生来说都具备。
2. 许多题目对学生来说是新的，所用材料也是他们所不熟悉的。
3. 对材料是新的题目，要组织一次系统的教学性指导。
4. 运用了一些具有数学创造性成分的题目——非常规的题目。

这样的实验才有可能从解题能力的差异来反映学生数学能力的差异。

三、可重复性和可验证性

实验研究的目的是探索或验证客观事物间的内在规律，这种规律的存在不以研究者的主观意志而转移。如果研究者重复操作同样的实验，其实验条件不变，那么实验结果在相同的条件下应该重复发生。为了进行反复观察，并验证观察的结果，同一实验重复多次其结果仍然有效。可重复性和可验证性使实验研究的结果可以推广，其他研究者、实践者可以实施同一实验以验证其可靠性。当一种实验仅在研究者实施时取得成功，而他人实施却没有成功，那么这种实验的可靠性将受到怀疑。例如，中国科学院心理研究所卢仲衡在总结他主持的自学实验时曾说过，我们在研究初中学生自学数学实验时，经过 1965～1966 年，1973～1974 年以及 1978～1979 年三次研究，……不同时间实验过三次，获得几乎相同的结果，我们初步认为是可靠的。但要推广的话，还要经过逐步扩大实验范围，作更严格、更精细的实验。这正符合“可重复性与可验证性”的特征。他主持的这一实验进行了近三十年，其实验结果愈来愈多地得到推广。

关于数学教育的实验目的仍需要进一步明确。正如前面所说：数学教育实验是指人们在数学教育研究中，以一定的理论意向为基础，依据研究的目的，有计划地控制数学教育现象的发生、发展过程，并就所得的结果进行解释，用以揭示和认识数学教育规律的一种研究方法。其中的“理论意向”是指理论假设，有时也指理论意图。如果我们把理论意图也看成隐含着理论假设的理论意向，那么数学教育实验的目的就是要检验理论假设的正确性（或探究理论意图实现的可能性）。显然，实验目的是在理论意向的基础上确定的，同时又直接关系到实验方案的设计。

影响实验达到预定目的的因素很多，就研究者的工作来说，选择合乎标准的样本是实现实验目的的关键环节。实验研究的目的不是为了研究样本，而是为了研究样本来自的总体。正因为如此，在样本中实验得到的结果才可能推广到样本来自的总体。研究者

对样本来自的总体下定义是选择样本的关键。如果样本不具备它来自的总体的代表性，尽管实验的其他程序都符合条件，那么实验也不可能达到预期的目的。例如，要进行这样的数学教育实验，其目的是要在某地区内比较通用教材与实验教材适合学生学习水平的程度。研究者选择该地区重点中学中较好的班作为实验班进行实验，而没有选择相对于该地区更具有代表性的普通中学的学生作为样本进行实验。尽管实验的实施与结果分析都达到标准，但最终也不能得到该地区使用两种教材的比较结果。这样的实验是无任何意义的，既达不到实验目的，也不能把“实验结果”推广到这个地区。

第三节 数学教育实验中的几个问题

随着数学教育实验，尤其是数学教学改革的实验不断增多，有关数学教育实验的各种理论开始引起了人们的注意。诸多的数学教育实验的成果分析表明，以下的几个问题是搞好实验研究，并使实验研究成果能在实践中得以推广的关键。

一、实验课题的确定

实验所研究的课题，即是实验所要解决的问题。研究者在确定实验课题时，首先应考虑到自身的实践与理论的基础，这是搞好实验研究的必要保证。课题定的目标过高，所要解决的问题太多，超出了研究者的实际水平，常会出现“大题小作”的现象，甚至无法完成实验课题。数学教育实验所涉及的类型很多，如探索性实验、验证性实验、实证性实验、整体性实验等。有的实验研究要在严格的条件控制和特殊的实验环境中进行，即所谓“实验室实验”，更多的则是“自然实验”，即主要是在教育、教学情境下进行必要的条件控制来完成实验。在确定实验课题时，研究者应提出研究课题的可行性分析。可行性分析应该从主观条件和客观条件出发，论证实验所具备的条件以及预期的实验效果。

确定实验课题时，应该注意体现创造性的理论，而不是单纯地重复和模仿其他研究课题的方法与成果。通常，实验研究应该起到探索和示范的作用。如果实验所要解决的问题是已经解决过的问题，那么实验研究就会失去它的理论价值。

确定实验课题时，还应考虑到实验研究对数学教育实践的指导意义。数学教育实验应注意研究成果的应用，尤其对数学教材、教法的改革实验就更应如此。在确定实验课题的同时，就应该考虑到研究成果的推广范围。这就涉及到选择实验样本所来自的总体，这就是说确定实验课题与定义样本来自的总体有着密切关系。

总之，确定实验课题是否恰当，即确定实验研究所要解决的问题是否恰当，关系到实验的成败得失，应首要引起研究者的注意。

二、实验过程的科学化

在实验课题确定以后，实验过程的科学化水平是鉴定数学教育实验的重要指标。实验过程中科学化主要反映在条件控制的科学化和实验结果的科学化这两方面。尽管目前还没有完全解决“实验过程中条件控制的科学化标准”的问题，但是国内外越来越多的数学教育实验正在探索严格的条件控制所必须达到的若干标准。目前，关于数学教育实验过程中条件控制的问题有以下两个较为一致的认识：

(一) 对照班的设立、选择与控制

数学教育实验常在某个教学班中进行，为了分析与认识实验因素所起的作用，通常采用设立对照班进行比较研究的方法。对照班(或称控制组)的选择应保持与实验班具有同等的条件。为此，可以对两班进行必要的前测验，以便客观比较两班学生的能力水平、知识基础、心理素质等各种因素。实验班与对照班的施教教师应该水平相当。不设对照班，只在实验班中进行实验，很难排除研究者的主观意图。单纯地从实验班数学成绩的提高就下结论：“实验取得成功”，是缺乏科学依据的。

对照班应进行严格的控制，即保持对照班的教学按照常规教学秩序进行。应注意防止对照班的师生怕成绩落后，从而加班加点，增大作业量与题目的难度，有的甚至暗中引入实验因素，这样做的结果势必使对照班如同虚设。

实验班的控制也是关键问题。同样应避免实验班的师生为了取得好成绩，采取像增大作业量、加班加点和强调学生的主要精力集中在数学课上等与实验因素无关的教学手段。在进行教材改革的实验中，应注意防止实验班的师生同时使用实验教材与通用教材的现象。上述实验班“失控”的现象都会影响到实验结果的真实性。

(二) 实验的心理效应影响

当前数学教育实验中心理效应影响的重要性还远没有被研究者和实验者所重视。不正常的实验心理效应影响将直接影响实验结果的分析。普遍存在的现象是实验前过分强调实验的优越性，宣传实验后学生的数学成绩将会有多么大的提高，甚至通过班会、家长会广泛动员，使得实验班的学生处于一种不恰当的兴奋状态。尽管实验可能会获得较好效果，但是这和实验的最终目的——在常规状态下获得成果并加以推广是不相符合的。数学教育实验应该创造稳定的实验情境，排除影响师生正常心理过程的因素。为防止不正常的心理效应影响的产生，实验过程中应尽可能做到不让实验班的学生知道在参加实验，或者尽量淡化对实验的反映；也可以采取某种措施让对照班的学生感觉到似乎在参加某种实验。这种措施可以减少实验班与对照班学生的心理反差，使实验结果更能科学地反映教育、教学的客观规律。

三、测验的科学性问题

测验是心理测量的一种工具和手段，是根据一定法则对人的行为用数字加以确定的方法。心理测验还有其特有的性质，即是通过观察人的少数有代表性的行为，对于贯穿在人的行为活动中的心理特征，依据确定的原则进行推论和数量化分析的一种科学