

油气田开发系统 工程方法专辑 ②

中国石油天然气总公司科技发展部

YOUQITIANKAIFA
XITONGGONGCHENG
FANGFAZHUANJI ②

石油工业出版社

50921

油气田开发系统工程方法专辑2

齐与峰 赵永胜 等编著

石油工业出版社

内 容 提 要

油气田开发系统工程方法专辑分专辑1和专辑2出版，专辑1由近几年国外杂志发表的油气田开发系统工程方面的优秀论文组成；专辑2收集了近几年我国科技工作者在油气田开发系统工程方面的论文17篇。

专辑2的内容主要包括油气田开发规划研究；油气田开发方案研究；油气藏识别方法研究；生产过程最优控制；“黑箱”、“灰箱”建模理论及其在动态预报中的应用。

本书适合从事油气田开发及系统工程工作的科技人员阅读，也可供大专院校有关专业的师生参考。

22449/000

油气田开发系统工程方法专辑2

齐与群 赵永胜 等编著

石油工业出版社出版
(北京安定门外安华里三区一号楼)
北京海淀昊海印刷厂排版印刷
新华书店北京发行所发行

787×1092毫米 16开本 16 1/2 印张 415 千字 印1—1,500
1991年3月北京第1版 1991年3月 北京第1次印刷
ISBN 7-5021-0502-6/TE · 480
定价：4.95元

目 录

油气田发展规划研究	(1)
大庆油田开发规划经济数学模型研究.....	(3)
油田开发规划优选模型研究.....	(15)
成组气田开发最优规划及决策.....	(30)
注水开发油田稳产规划自适应模型.....	(48)
油气田开发方案研究	(85)
油田开发总体设计最优控制方法.....	(87)
油气田开发方案优选方法的研究.....	(107)
砂岩油田注水开发合理井网研究中的几个理论问题.....	(114)
油气藏识别方法研究	(125)
BLUE方法在砂体预测研究中的应用.....	(127)
油层连通程度综合识别和“滚动”开发决策.....	(137)
生产过程最优控制	(145)
蒸汽注入过程的最优控制.....	(147)
“黑箱”、“灰箱”建模理论及其在动态预报中的应用	(177)
油田产油量、产水量动态预报.....	(179)
多变量多步自校正递推预报器及其应用.....	(185)
气田黑箱分析方法、动态预报及软件设计.....	(192)
油田动态功能模拟预测模型及其软件包.....	(200)
油田注水动态整体预测的数学模型.....	(233)
灾变预测方法的一个应用.....	(242)
多层次递阶预报方法在油田地质开发方面的应用.....	(248)

油气田发展规划研究

大庆油田发展规划经济数学模型研究

赵永胜 梁慧文 李泽农

(大庆石油管理局科学研究院)

韩志刚 邓自立 郭一新 顾梦柯

(黑龙江省应用数学研究所)

摘要

本文从灰色系统控制角度出发，将整个油田看作是一个动态系统。在分析研究系统的产量变化时间序列统计规律的基础上，采用多层递阶预报和多变量多步自校正递推预报器，分别建立了水驱砂岩油田产量递减自适应预报模型。应用该模型预报大庆油田无措施条件下的产量变化，并在此基础上建立了油田动态规划模型，采用简捷的一步优化法，求解最优控制，试编了满足油田稳产要求和经济上合理的五年规划。

一、油田产量预报

油田产量预报是科学管理油田和制定经济计划的依据。注水开发油田的实践证明，影响油田或油井产量变化的因素是多方面的，除了复杂的地质因素之外，还有流体性质及开发条件的影响。而现有的一些预测方法，如概算法、数值模拟法和经验方法等，都是从注水开发油田的基本理论出发，对地质因素做了高度的抽象和简化，因此不能把影响产量变化的因素全部考虑进去，特别是对油田动态这样一个时变参数系统，更无法用固定参数的数学模型来描述。因而，无论是模拟开发历史还是预测未来状态，都会产生较大的误差。

本文采用随机过程理论和系统辨识技术，把油田动态看作是一个时变参数系统把主要反映油田动态的特征量——产油量及产水量作为模拟对象，建立了水驱砂岩油田的自适应预报模型。应用它可以模拟开发历史及预报未来状态。

1. 油田产量变化的时间序列

注水开发油田的理论和实践都已证明，在不采取任何增产措施的情形下，油田含水达到某个阶段时，产油量将随时间的增长自然递减，产水量随时间的增长自然递增。对于不同油田，由于油层性质，流体性质及开采方式的差异，递减和递增的特点也不相同。分析大庆油田的产量构成曲线可以看出：产油量和产水量是两组随时间而变化的随机变量，由于随机项的统计特性可随时间而改变，因此可确定 $\{\theta_o(t)\}$ 、 $\{\theta_w(t)\}$ 为非平稳时间序列。

(1) 以年为单位期间，以季(月)为单位时间步长，若扣除对应时刻(季、月)的措施增产油量，那么产油量变化趋势是递减的。而且这种包含产油量自然递减和部分措施产量递减的趋势具有一定的规律性，因此以某一年末的产油量(这里确定为1972年)作为产量递减的起点，以季递减率作为各阶段递减率，就可以建立一类产量递减的时间序列 $\{\theta_o(t)\}$ (图1曲线Ⅰ)。

(2) 产量的构成具有以年为单位时间的周期性特点，而一年内季(月)的产量递减是

随机的，因此以每年的年初的产油量作为周期的递减基点，建立了第二类产油量递减时间的序列 $\{\theta_o(t)\}$ （图1曲线I）。

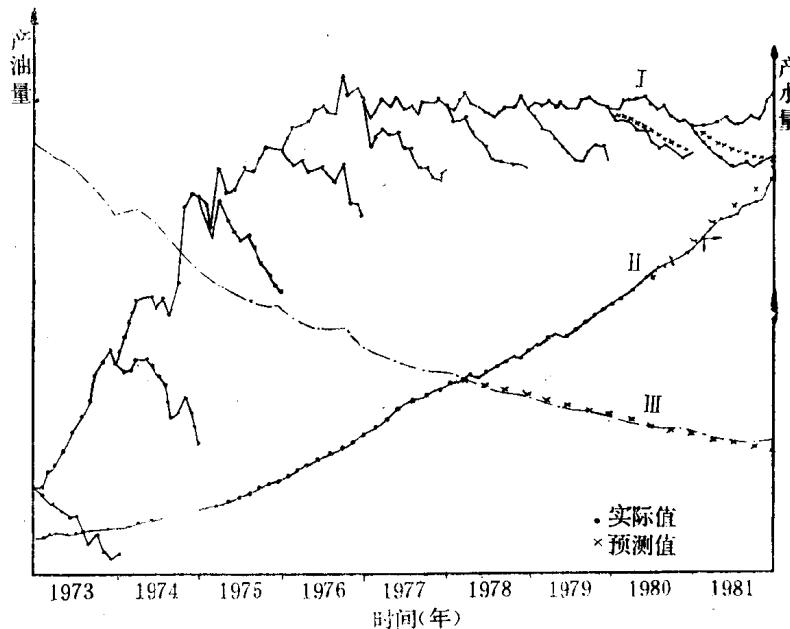


图 1 大庆油田产油产水时间序列曲线

(3) 油田产量预报是为油田规划提供依据的，而油田规划不但有产油量的约束，同时又有产水量的限制，因此建立了大庆油田产水量时间序列 $\{\theta_w(t)\}$ （图1曲线II）。应用自适应预报方法建立油田产量预报模型，主要依赖于产量变化时间序列递减或递增的统计规律性。

2. 油田产量自适应预报方法

由于油田产量变化是一个时变系统，这种时变性往往表现在模型参数的变化上。为了适应这种特性，针对大庆油田两类产量时间序列的特点，本文提出了“多层递阶预报法”和“多变量多步自校正预报法”。

1) 多层递阶预报法 把时变系统状态预报问题分成两部分，即对时变参数的预报和在此基础上的对状态的预报。多层递阶预报的实现是靠动态系统未知参数推广的递推梯度算法完成的。

一般的预报误差模型为：

$$y(k) = f[y/k-1, U_k, \theta, k] + V(k) \quad (1)$$

其中 $y/k = \{y(0), y(1), \dots, y(k-1)\}$
 $U_k = \{U(0), U(1), \dots, U(k)\}$

$y(k)$ 是 n 维输出； U_k 是 P 维输入； θ 是 m 维向量； θ 可以是时变的，也可以是非时变的； $V(k)$ 是 n 维噪声； k 是离散的流动时间。

用下式对时变参数 θ 进行跟踪得到参数 θ 的估值序列 $\{\hat{\theta}(k)\}^{[1]}$ ：

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \delta A(k)^{-1} \nabla \hat{\theta}(k-1) f[k, \hat{\theta}(k-1)] \{y(k) - f[y/k-1, U_k, \hat{\theta}(k-1), k]\} \quad (2)$$

在单输出情况下，递推算法(2)式可简化为：

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(k) = & \hat{\theta}(k-1) + \delta \|\nabla_{\hat{\theta}(k-1)} f(k, \theta(k-1))\|^{-2} \nabla_{\hat{\theta}(k-1)} f(k, \hat{\theta}(k-1)) \{y(k) \\ & - f[y/k-1, U_k, \hat{\theta}_{k-1}, k]\}\end{aligned}\quad (3)$$

式中 $\hat{\theta}(k)$ ——参数 θ 的第 k 次估值；

$\hat{\theta}(k-1)$ ——参数 θ 的第($k-1$)次估值；

$\nabla_{\hat{\theta}(k-1)} f(k, \hat{\theta}(k-1))$ —— $f[y/k-1, U_k, \theta, k]$ 关于 θ 的梯度在 $\hat{\theta}(k-1)$ 处之值；

$A(k)^{-1}$ —— $A(k)$ 的逆矩阵；

$$A(k) = B(k) + \frac{1}{a_{r,k}} \phi_k(B_k) \text{ 是正定的对称阵；}$$

$\phi_k(B_k)$ 和 $a_{r,k}$ 的确定详见参考文献[1]。

$0 < \delta < A$, A 是一适当的常数。

为克服预报公式中参数的非时变性之间的差异，以达到先对时变参数进行预报的目的，可用 P 阶AR模型来描述估值序列 $\{\hat{\theta}_i(k)\}$ 的变化规律。 $\{\hat{\theta}_i(k)\}$ 的AR模型用下式描述，则：

$$\hat{\theta}_i(k) = a_1 \hat{\theta}_i(k-1) + \cdots + a_p \hat{\theta}_i(k-p) + e_i(k) \quad (4)$$

且置 $a(i) = \begin{pmatrix} a_1(i) \\ a_2(i) \\ \vdots \\ a_p(i) \end{pmatrix}$; $\phi(i, k) = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_i(k-1) \\ \hat{\theta}_i(k-2) \\ \vdots \\ \hat{\theta}_i(k-p) \end{pmatrix}$

则(4)式可写成：

$$\hat{\theta}_i(k) = \phi(i, k)^T a(i) + e_i(k) \quad (5)$$

式中 T ——转置号；

$e(k)$ ——白噪声。

未知向量 $a(i)$ 如果是时变的，可用(2)式进行跟踪，得 $a(i)$ 的估值序列 $\{\hat{a}(i, k)\}$ ；如果 $\hat{a}(i, k)$ 不是时变的，则可对此序列重复进行上述对 $\{\hat{\theta}(k)\}$ 所进行的手续，如果 $\{\hat{\theta}(k)\}$ 的AR时变阶数是 r ，则需重复上述步骤 r 次，一定会得到关于参数的非时变估值序列，进而可以得到下面的向前 l 步的非时变参数的预报模型：

$$\hat{\theta}^*(k+l) = G(\Theta^*_{k+l-1}, a, k) \quad (6)$$

式中 $\Theta^*_{k+l-1} = \{\theta(0), \theta(1), \dots, \theta(k), \dots, \theta(k+l-1)\}$

a 为待估参数，最终得到参数预报值。

式(6)给出对单输出进行 l 步的状态预报公式：

$$y(k+l) = f[y^*/k+l-1, U^*_{k+l}, \hat{\theta}^*(k+l), k+l] \quad (7)$$

式中 $y^*/k+l-1 = \{y(0), y(1), \dots, y(k), \hat{y}(k+l), \dots, \hat{y}(k+l-1)\}$

$$U^*_{k+l} = \{U(0), \dots, U(k), \hat{U}(k+1), \dots, \hat{U}(k+l)\}$$

$U(k+i)$ 表示向前 i 步的预计输入， $i=1, 2, \dots, l$ 。

2) 多变量、多步自校正递推预报法 针对产量变化具有周期性的特点，本文提出了多

输入多输出(MIMO)随机系统的多步自校正递推预报器,它由递推状态预报器和递推最小二乘估计器组成,从而解决了一类带有确定性输入和随机输入,而随机输入又属于稳定或不稳定的自回归(AR)过程的MIMO系统的自适应预报问题。

设动态系统是带有确定性和随机输入的MIMO系统,可用如下带外界输入的自回归滑动平均(ARMAX)模型描写:

$$A(q^{-1})Z(t)=B(q^{-1})U(t)+D(q^{-1})y(t)+\varepsilon(t) \quad (8)$$

式中 $Z(t)$ — P 维状态向量;

$U(t)$ — T 维已知确定性输入;

$y(t)$ — m 维可观测的随机输入向量;

q^{-1} —单位延迟算子;

$A(q^{-1}), B(q^{-1}), D(q^{-1})$ 为 n 阶矩阵算子多项式:

$$A(q^{-1})=I-A_1q^{-1}\cdots A_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1})=B_0+B_1q^{-1}+\cdots+B_nq^{-n}$$

$$D(q^{-1})=D_0+D_1q^{-1}+\cdots+D_nq^{-n}$$

其中, I 是单位阵; A_i, B_i, D_i 分别为 $P \times P, P \times r, P \times m$ 阵; $\varepsilon(t)$ 是均值为零的不可观测的白噪声。

又设可观测随机输入 $y(t)$ 可模拟为自回归过程:

$$\phi(q^{-1})y(t)=e(t) \quad (9)$$

式中 $\phi(q^{-1})=1-\phi_1q^{-1}\cdots\phi_nq^{-n}$; $e(t)$ 是均值为零,并与 $\varepsilon(t)$ 独立的白噪声。

则多步自校正预报问题,可描写为当MIMO系统的参数阵 A_i, B_i, D_i, ϕ_i 未知时,基于时刻 t 为止的观测数据 $Z(t), Z(t-1)\cdots, y(t), y(t-1)\cdots$ 和已知确定性输入数据 $U(t+k), U(t+k-1)\cdots U(k)$,来求将一系列时刻系统状态 $Z(t+k)$ 的最优预报值 $\hat{Z}(t+k|_t), k=1, 2\cdots$ 。

多步自校正递推预报器可分两步实现。

第一步 用递推最小二乘法估计器计算模型的未知参数阵。

设 $\theta=[A_1, A_2, \cdots, A_n, B_0, B_1, \cdots, B_n, D_0, D_1, \cdots, D_n]$ 且已知的观测列向量 $X(t)$ 为:

$$X^T(t)=[Z^T(t-1), \cdots, Z^T(t-n), u^T(t) \cdots u^T(t-n), Y^T(t) \cdots Y^T(t-n)]$$

则在时刻 t 的最小二乘估计值 $\hat{\theta}(t)$ 为:

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-1)+[x(t)-\hat{\theta}(t-1)x(t)]x^T(t-1)p(t) \quad (10)$$

其中 $p(t)=\frac{1}{\alpha}\left\{p(t-1)-\frac{[p(t-1)x(t)][p(t-1)x(t)]^T}{\alpha+x^T(t)p(t-1)x(t)}\right\} \quad (11)$

$\alpha(0<\alpha\leq 1)$ 为遗忘因子。如果系统的未知参数阵是非时变的取 $\alpha=1$; 如果系统的未知参数阵是时变的取 $0<\alpha<1$, 可跟踪系统参数的变化。从而得到 t 时刻模型的未知参数阵估值:

$$\hat{\theta}(t)=[\hat{A}_1(t), \cdots, \hat{A}_n(t), \hat{B}_0(t), \cdots, \hat{B}_n(t), \hat{D}_1(t), \cdots, \hat{D}_n(t)]$$

$$\hat{\theta}_1(t)=[\hat{\phi}_1(t), \cdots, \hat{\phi}_n(t)]$$

第二步 多变量多步自校正递推预报器为:

$$\begin{aligned}\hat{Z}(t+k|_t) &= \hat{A}_1(t)\hat{Z}(t+k-1|_t) + \cdots + \hat{A}_n(t)\hat{Z}(t+k-n|_t) + \cdots \\ &\quad + \hat{B}_n(t)u(t+k-n) + \hat{D}_0(t)\hat{y}(t+k|_t) + \cdots + D_n(t)y(t+k-n|_t)\end{aligned}\quad (12)$$

其中 $\hat{y}(t+k|_t) = \hat{\phi}_1(t)\hat{y}(t+k-1|_t) + \cdots + \hat{\phi}_n(t)\hat{y}(t+k-n|_t)$
 $k=1, 2, \dots, l$

3. 油田产量自适应预报模型

由于油田开采数据的随机性，而随机影响往往又很难用确定的物理量将其描述出来。因此决定了产量预报属于灰色系统的建模问题。对于模型中的量和量之间的关系不可能都给出非常明确的物理解释，故只能从统计的意义上去理解它。

1) 大庆油田产量多层递阶预报模型 室内水驱油实验研究结果和大庆油田小井距、厚油层注水开发全过程现场试验均已表明，随着时间的增长，产水量以指数趋势递增，产油量以指数趋势递降。分析曲线 I 和曲线 II 时间序列的统计规律性，利用系统辨识技术，预报模型可用下式描述：

$$Q(k) = \alpha(k) + \beta(k)k^{\gamma(k)} + V(k) \quad (13)$$

式中 $Q(k)$ —— 第 k 时刻的产油量或产水量；

$\alpha(k), \beta(k), \gamma(k)$ —— 待估的时变参数。初值 $\alpha(0)$ 为序列的第一个数； $\beta(0)$ 预报产油量时为负值，预报产水量时为正值； $\gamma(0)$ 根据经验选定；

k —— 离散的流动时间；

$V(k)$ —— 零均值的白噪声；

由参数跟踪公式 (3) 可得：

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha}(k) \\ \hat{\beta}(k) \\ \hat{\gamma}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}(k-1) \\ \hat{\beta}(k-1) \\ \hat{\gamma}(k-1) \end{bmatrix} + \frac{\delta}{a_{k-1}^2 + b_{k-1}^2 + c_{k-1}^2} \begin{bmatrix} a_{k-1} \\ b_{k-1} \\ c_{k-1} \end{bmatrix} \cdot [Q(k) - \hat{\alpha}(k-1) - \hat{\beta}(k-1)k^{\hat{\gamma}(k-1)}] \quad (14)$$

$$\text{其中 } a_{k-1} = \frac{\partial Q(k-1)}{\partial \alpha} = 1 \quad b_{k-1} = \frac{\partial Q(k-1)}{\partial \beta} = k^{\hat{\gamma}(k-1)}$$

$$c_{k-1} = \frac{\partial Q(k-1)}{\partial \gamma} = \hat{\beta}(k-1)k^{\hat{\gamma}(k-1)}\ln k$$

分析参数估值序列 $\{\hat{\theta}(k)\}$ ，若各分量为非时变的，可以得到向前 l 步的预报模型：

$$Q(k+l) = \hat{\alpha}(k+l) + \hat{\beta}(k+l)k^{(\hat{\gamma}(k+1))} \quad (15)$$

如果参数估值序列各分量为时变的，可以用式 (16)、(17)、(18) 求得模型的时变参数：

$$\hat{\alpha}(k+l) = \hat{\alpha}(k) + l^{\frac{1}{p}}\Delta\alpha \quad (16)$$

$$\hat{\beta}(k+l) = \hat{\beta}(k) + l^{\frac{1}{q}}\Delta\beta \quad (17)$$

$$\hat{\gamma}(k+l) = \hat{\gamma}(k) + l^{\frac{1}{R}}\Delta\gamma \quad (18)$$

$$l=1, 2, \dots$$

式中 P, Q, R ——适当的常数。

于是向前 l 步的预报状态模型：

$$\hat{Q}(k+l) = [\hat{\alpha}(k) + l^{\frac{1}{\theta}} \Delta \alpha] + [\hat{\beta}(k) + l^{\frac{1}{\theta}} \Delta \beta] (k+l)^{[\hat{\gamma}(k)+l^{-\frac{1}{R}} \Delta \gamma]} \quad (19)$$

2) 产量多步自校正递推预报模型 从产量构成角度出发研究影响产量变化的因素，建立产量预报模型，实质是属于解决一类带有确定性和随机输入的动态系统多步预报问题。措施产量为确定性输入，文献[2]从累积产油量和累积产水量之间关系出发，研究了刚性水驱油田产水量与产油量间的确定性的函数关系。因此将产水量增量作为随机影响，而产水量增量这一随机输入又属于不稳定的自回归(AR)过程。因此采用时间序列分析中带有影响因素的ARMAX模型，更适合描述产量变化时间序列的随机过程。为此，产油量的预报变差模型用下式描述：

$$Q_t = aQ_{t-1} + b\nabla u_t + c\nabla f_t + \varepsilon_t \quad (20)$$

式中 Q_t ——第 t 时刻产油量；

∇u_t ——相邻两时刻措施油量的增量， $\nabla u_t = u_t - u_{t-1}$ ；

∇f_t ——相邻两时刻产水量的增量， $\nabla f_t = f_t - f_{t-1}$ ；

a, b, c ——待估的时变参数；

ε_t ——残差。

在预报 Q_{t+k} 时，必须知道 ∇f_{t+k} 值。于是在预报时采用预报估值 $\hat{\nabla f}_{t+k}$ 近似代替 ∇f_{t+k} 。对于产水量可用 AR(1) 模型来描述其变化特征：

$$f_t = \beta f_{t-1} + \varepsilon_t \quad (21)$$

式中 f_t ——第 t 时刻油田产水量；

f_{t-1} ——第 $(t-1)$ 时刻油田产水量；

β ——待定的时变参数。

产油量预报模型(20)可以简化为：

$$Q_t = \phi^T(t)\theta + \varepsilon_t \quad (22)$$

$$\text{式中 } \phi(t) = \begin{pmatrix} Q_{t-1} \\ \nabla u_t \\ \nabla f_t \end{pmatrix} \quad \theta = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

应用自适应参数加权最小二乘递推估计公式进行参数的估计：

$$\theta_{(t+1)} = \theta_{(t)} + k_{t+1} [Q_{t+1} - \phi^T(t+1)\theta_{(t)}] \quad (23)$$

$$k_{t+1} = \frac{p_t \phi_{(t+1)}}{\alpha + \phi^T(t+1)p_t \phi_{(t+1)}} \quad (24)$$

$$p_{t+1} = \frac{1}{\alpha} [1 - k_{t+1} \phi^T(t+1)] p_t \quad (25)$$

式中 $\theta(t) = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \\ c(t) \end{pmatrix}$ 为 3×1 矩阵,

k_{t+1} —— 3×1 矩阵;

$\phi(t+1)$ —— 3×1 矩阵;

I —— 3×3 单位阵;

T —— 转置号。

同理, (21) 式也用 (23)、(24)、(25) 式进行参数跟踪。在计算得到 $[a(t), b(t), c(t), \beta(t)]$ 以后, 可以建立产水量多步预报器和无措施条件下的多步产油量预报器:

$$\text{产水量预报器: } f_{t+k|t} = [\hat{\beta}(t)]^k f_t \quad (26)$$

$$\text{产油量一步预报器: } Q_{t+1|t} = a(t)Q_t + c(t)\nabla f_{t+1} \quad (27)$$

$$k \text{ 步预报器: } Q_{t+k|t} = a(t)Q_{t+k-1|t} + c(t)\nabla f_{t+k} \quad (28)$$

$$\text{误差方程: } E = \frac{Q_{t+k|t} - \hat{Q}_{t+k|t}}{Q_{t+k|t}} \quad (29)$$

4. 应用实例

1) 多层递阶预报 油田产量构成曲线中的产油量和产水量的数据, 包括了各种措施增产的油量和水量, 是较准确的观测数据。扣除措施增产油量, 从而得到产油量随时间单调递减的序列 $\{Q_0(t)\}$ 。

为了充分利用历史资料, 选季度作为时间单位步长量, 从1972年第四季度开始到1979年第四季度共得到29个产油量数据, 利用前节叙述的多层递阶预报模型, 选取 $\delta=0.8$ 对于产油量预报, 参数初始估值为:

$$\hat{\alpha}(0)=8.2132 \quad \hat{\beta}(0)=-0.1244 \quad \hat{\gamma}(0)=0.26$$

对于产水量预报, 参数初始估值为:

$$\hat{\alpha}(0)=2.33 \quad \hat{\beta}(0)=0.5 \quad \hat{\gamma}(0)=1.15$$

根据参数估计式 (14), 在TRS-80微型机上可以求得29组参数估值和29个模拟产量。在具体分析了参数估值序列以后得出: (1) 产油量估值序列的各分量 $\hat{\alpha}(k), \hat{\beta}(k), \hat{\gamma}(k)$ 是非时变的, 因此在预报步数不大时, 可取 $\Delta\alpha=\Delta\beta=\Delta\gamma=0$ 。于是当 $k=29$ 时, 参数估值 $\hat{\alpha}(29)=7.9495, \hat{\beta}(29)=-0.59206, \hat{\gamma}(29)=0.54146$ 。(2) 产水量估值序列的各分量为时变的, 依照时变性的强弱, 求得的 $\Delta\alpha=0, \Delta\beta=0.003, \Delta\gamma=0.003$, 于是当 $k=29$ 时, 参数估值 $\hat{\alpha}(29)=2.1107, \hat{\beta}(29)=0.313, \hat{\gamma}(29)=1.1915$ 。至此, 利用式 (15) 在TRS-80微型机上可以求得1979年以后油田产油量的自然递减预报量, 利用式 (19) 设 $Q=R=1$ 时, 可求得产水量自然递增的预报量。表1给出了大庆油田1980年和1981年的产油、产水量的预报误差, 作为模型的后验检验和油田实际对比, 产油量预报最大误差4.71%, 平均误差1.313%。产水量预报最大误差3.3%, 平均误差1.707%。

多层递阶预报实际是提供了每年(季)的递降率, 因此产量可用状态方程求得。

2) 多步自校正预报 在利用公式 (20) 对产油量进行模拟和预报时, 首先以大庆油田

表1 大庆油田产量预报误差表

时间(年、月)	1980.3	1980.6	1980.9	1980.12	1981.3	1981.6	1981.9	1981.12
油量误差(%)	0.06	-0.33	0.465	1.78	0.569	0.466	0.44	4.71
水量误差(%)	0.87	0.69	-2.04	-2.26	-0.737	-1.98	-3.3	-1.78

产量构成曲线数据为依据，以月为时间单位，1972年12月作为起点($t=0$)，运用从1973年到1979年共84组 $[Q_{t-1}, \nabla u_t, \nabla f_t]$ 数据，递推84次，得到最终的参数估值 $[a(t), b(t), c(t)] = [0.9936, 0.8114, 0.0989]$ 。

第二步利用公式(21)对产水量进行模拟和预报，初值 $\theta(0)=0, P(0)=10^4 I, \alpha=0.9$ ，递推84次，得参数估值 $\hat{\theta}(84)=1.0169$ 。在TRS-80微机上预报了大庆油田1980年的产油量和产水量，作为模型的后验检验，与油田实际资料对比，产油量最大误差3.08%，平均误差1.095%；产水量预报最大误差为4.19%，平均误差为1.33%(表2)。

表2 大庆油田产量多步自校正预报表

时 间	1980.1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
产油预报误差(%)	-0.718	-0.09	-0.47	-0.72	-0.53	-1.4	-1.63	-0.16	-0.7	-0.97	-0.53	-0.0
产水预报误差(%)	-0.55	-0.07	0.63	0.53	0.68	0.95	1.3	-0.91	-1.57	-1.45	-2.09	-1.0
时 间	1981.1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
产油预报误差(%)	2.39	2.07	1.15	0.58	0.7	0.36	1.0	1.35	1.17	1.92	2.54	3.0
产水预报误差(%)	-1.45	-0.74	-0.08	0.5	-0.08	-1.32	-1.7	-2.36	-2.7	-4.2	-3.4	-1.0

二、油田最优规划模型

如果不采取任何增产措施油田的产油量会自然递降，产水量会逐年递增。为保证原油产量在近期内稳定在一定的水平上，必须采取各种增产措施。油田规划的目的，就是在产油量和产水量的限制条件下，逐年确定今后几年的稳产措施工作量，本文试图应用最优控制理论的观点和方法，求得最经济的规划方案。

1. 油田动态规划模型的建立

以 $X_1(k)$ 和 $X_2(k)$ 分别表示油田在 k 年度的产油量和产水量，我们称二维向量 $X(k)=[X_1(k), X_2(k)]^T$ 为油田的状态，它是油田开发情况变化的主要特征。

用 $u(k)$ 表示对油田采取的将在第($k+1$)年度发生作用的各种增产措施并数组成的量，它的维数是 M 。 M 随采用的增产措施的内容多少而有所不同。例如我们把油井上经常用的增产措施定为：投产新井，自喷井转电泵井，自喷井转抽油井，油井压裂和见水井堵水等五项，则 $M=u(k)=[u_1(k), u_2(k), u_3(k), u_4(k), u_5(k)]^T$ 。

分析油田的产量构成得知，第($k+1$)年的状态(产油和产水)与第 k 年的状态有关，还和采取的措施井数有关，进而建立油田产量变化的状态方程：

$$X(k+1)=A(k)x(k)+B(k)u(k) \quad (30)$$

式中 $A(k)$ 称为状态转移阵， $A(k)=\begin{pmatrix} A_1(k) & 0 \\ 0 & A_2(k) \end{pmatrix}$ ，是个 2×2 的方阵($A_1(k)$ 表示油田产油量的年递减余率， $A_2(k)$ 代表了油田产水量的递增系数)。

$B(k)$ 称为控制作用矩阵，在这里 $B(k)$ 为：

$$B(k)=\begin{bmatrix} B_{11}(k), B_{12}(k), B_{13}(k), B_{14}(k), B_{15}(k) \\ B_{21}(k), B_{22}(k), B_{23}(k), B_{24}(k), B_{25}(k) \end{bmatrix}$$

$B(k)$ 为 2×5 的矩阵，其中第一行各元素分别代表五种增产措施($u_1 \sim u_5$)单井增产的油量；第二行代表五种增产措施单井增产的水量。

不难看出，状态方程的物理意义为：油田上第($k+1$)年的产量(包括产油量和产水量)等于第 k 年的产量递减(或递增)后与措施增产量之和。依据油田产量的变化趋势和国家对原油产量的要求，可以提出希望的状态变化轨线(如年产油量不低于某一水平，产水量不超过某一水平)：

$$\eta(k)=\{x_0, \eta(1), \eta(2), \eta(3), \dots, \eta(k_f-1), \eta(k_f)\}$$

x_0 为已知的初始状态； k_f 为规划年限。

要求制定一个使油田状态向量尽可能按上述希望规律变化，并且消耗尽可能少(原油成本最低)的油田开发规划，这样的问题完全可以用最优控制理论和方法来解决。其目标函数：

$$J=\frac{1}{2}\|x(k_f)-\eta(k_f)\|_S^2+\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{k_f-1}\{\|x(k)-\eta(k)\|_Q^2+\|u(k)\|_R^2\} \quad (31)$$

式中 S, Q ——非负定的对称阵；

R ——正定的对称矩阵。

在求解最优开发规划时，我们应用了一种较简捷的一步优化方法。首先根据第 k 年和第 $k+1$ 年的状态 $X(k)$ ， $X(k+1)$ 及指标 $\eta(k)$ ， $\eta(k+1)$ 写出目标函数，再求目标函数的极小值，从而解出 $u(k)$ 来。一步优化的目标函数：

$$J=\frac{1}{2}\|x(1)-\eta(1)\|_S^2+\frac{1}{2}\|x(0)-\eta(0)\|_Q^2+\frac{1}{2}u(0)^T R(0)u(0)$$

将式(30)代入上式得：

$$\begin{aligned} J = & \frac{1}{2}\|A(0)x(0)+B(0)u(0)-\eta(1)\|_S^2 + \frac{1}{2}\|x(0)-\eta(0)\|_Q^2 + \\ & + \frac{1}{2}u(0)^T R(0)u(0) \end{aligned}$$

求导数，将 $S=I$ 代入得：

$$\frac{\partial J}{\partial u}=B(0)^T[A(0)x(0)+B(0)u(0)-\eta(1)]+R(0)u(0)=0 \quad (32)$$

从而解出最优控制策略：

$$U(0) = [B(0)^T B(0) + R(0)]^{-1} [B^T(0)\eta(1) - B^T(0)A(0)x(0)] \quad (33)$$

代入式(30)得：

$$x(1) = A(0)x(0) + B(0)u(0)$$

当求出 $x(1)$ 后，可以根据 $x(1)$ 和 $x(2)$ 及 $\eta(1)$ 和 $\eta(2)$ 写出目标函数，重复上述步骤，以此类推，求出每一步的 $U(k)$ 来。

2. 应用举例

利用动态规划的优化模型，求解最优控制策略，需要给出以下参数：希望的状态变化轨线、 $A(k)$ 阵、 $B(k)$ 阵、 $R(k)$ 阵、初始条件和约束条件。下面以大庆油田为例，说明参数的给法和选优结果。

(1) 希望的状态变化轨线。按国家要求，大庆油田1981~1985年产量不低于5000万吨，油田综合含水不超过75%，年含水上升不超过3%，用日产油和日产水表示的五年希望状态变化轨线为：

$$\eta(k) = \begin{pmatrix} 13.97 & 13.97 & 13.97 & 13.97 & 13.97 \\ 26.4 & 30.1 & 34.5 & 39.9 & 46.6 \end{pmatrix}$$

日产油量单位为万吨，日产水量单位为万立方米。

(2) $A(k)$ 阵。应用预报模型可以得出今后若干年的产油量和产水量，从而求出产油量的递减余率和产水量递增率，1981~1985年逐年值为：

$$\begin{aligned} A(1) &= \begin{pmatrix} 0.9675 & 0 \\ 0 & 1.0919 \end{pmatrix} & A(2) &= \begin{pmatrix} 0.9668 & 0 \\ 0 & 1.1727 \end{pmatrix} \\ A(3) &= \begin{pmatrix} 0.966 & 0 \\ 0 & 1.1627 \end{pmatrix} & A(4) &= \begin{pmatrix} 0.9649 & 0 \\ 0 & 1.1492 \end{pmatrix} \\ A(5) &= \begin{pmatrix} 0.9636 & 0 \\ 0 & 1.1492 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(3) $B(k)$ 。通过油田开发分析，得出大庆油田采用五种增产措施使每口井增产的油量和水量。由于在不同时期采用相同措施的增产效果不同，所以 $B(k)$ 阵中的各元素是随着时间 k 而变化的。1981~1985年逐年值为：

$$\begin{aligned} B(1) &= \begin{pmatrix} 4.17 & 10.23 & 3.33 & 0 & 6.2 \\ 8.07 & 19.8 & 6.44 & -13.3 & 1.8 \end{pmatrix} \\ B(2) &= \begin{pmatrix} 3.37 & 8.33 & 3.83 & 0 & 6.2 \\ 7.68 & 19.0 & 8.73 & -13.3 & 1.8 \end{pmatrix} \\ B(3) &= \begin{pmatrix} 3.33 & 8.33 & 4.07 & 0 & 6.2 \\ 8.79 & 21.99 & 10.77 & -13.3 & 1.8 \end{pmatrix} \\ B(4) &= \begin{pmatrix} 3.0 & 9.63 & 4.07 & 0 & 6.2 \\ 9.18 & 25.5 & 12.45 & -13.3 & 1.8 \end{pmatrix} \\ B(5) &= \begin{pmatrix} 2.7 & 8.43 & 3.27 & 0 & 6.2 \\ 9.5 & 29.6 & 11.5 & -13.3 & 1.8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

以上五组矩阵，行表示日增油量和日增水量，列表示五种措施按压裂、电泵、抽油、堵水、投产新井顺序排列。由于措施在当年只有三分之一的时间起作用，故上述 $B(k)$ 阵中的各元素，均按实际单井增产效果的三分之一取值。

(4) $R(k)$ 阵。数值上表示五种增产措施增产油量的单位原油成本，由于原油成本的数据要涉及到许多因素，取值比较复杂。通过大庆油田的开发分析和经济分析，给出了粗略的数据，其中除新井及堵水外，其余三项的原油成本都随时间 k 而变化。

$$R_{11} = 15.65 \quad 17.41 \quad 19.46 \quad 21.6 \quad 24.16$$

$$R_{22} = 19.14 \quad 22.3 \quad 25.42 \quad 24.74 \quad 27.9$$

$$R_{33} = 24.96 \quad 23.79 \quad 24.26 \quad 25.71 \quad 30.1$$

$$R_{44} = 14.52 \quad \text{五年相同}$$

$$R_{55} = 24 \quad \text{五年相同}$$

$R(k)$ 阵是 5×5 的对角阵，对角线上的各元素为五种增产措施的单位原油成本。例如第一年：

$$R(1) = \begin{pmatrix} 15.65 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 19.14 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 24.96 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 14.52 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$$

(5) 初始条件： $X(0) = [X_1(0), X_2(0)]^T$

$X_1(0) = 13.7616$ ，为1980年12月的日产油量

$X_2(0) = 23.429$ ，为1980年12月的日产水量

依照以上给定的参数，利用式(33)和(30)，借助于TRS-80微型计算机，可以估算无约束条件下（即各种增产措施的井数没有限制），使原油成本保持最低水平的各种增产措施井数的组合。这组措施组合，被称作最优控制策略。无约束条件下选优结果发现各种增产措施工作量与我们油田的实际情况（如队伍组建情况，设备供应能力等）有较大距离。第二种措施 $U_2(k)$ ，措施工作量太大。当前设备供应能力较差，不能满足要求。因此可人为地将第二项措施定为约束条件，将约束值从希望值中去掉（ B 矩阵中元素定为零），重新选优，则控制策略和状态变化见表3。

表3 约束 $U_2(k)$ 控制策略选择结果表

时 间		1981年	1982年	1983年	1984年	1985年
控 制 策 略 井 数 (口)	$U_1(k)$	376	188	193	262	408
	$U_2(k)$	75	100	150	150	200
	$U_3(k)$	188	156	189	298	396
	$U_4(k)$	111	452	256	0	0
	$U_5(k)$	416	503	481	428	380
状 态	含水(%)	63.3	66.4	69.3	72.2	75.3
	年产(万吨)	5040	5024	5032	5048	5053

说明： $U_1 \sim U_5$ 分别为新井投产、电泵、抽油、压裂、堵水。