

哈尔滨工业大学出版社

本科教材

电路理论基础

孙桂瑛 主编

理工科院校电路课程系列教材



TM13

S93

高等工科院校电路课程系列教材

电路理论基础

(本科教材)

孙桂瑛 主编

哈尔滨工业大学出版社

哈尔滨

内 容 简 介

本书是高等工科院校电路课程系列教材之一,依据教育部颁布的“高等学校电路教学基本要求”而编写。主要内容包括:电路的基本概念、电路的基本定律和基本元件、线性直流电路的网络方程分析法、电路定理及电路的等效化简、线性正弦电流电路稳态分析的相量法、非正弦周期电流电路、频率特性和谐振、三相电路、动态电路暂态过程的时域分析、动态电路的复频域分析、简单非线性电阻电路等。本书各章均配有较丰富的典型例题和习题并附答案。为提高读者应用计算机分析电路的能力,本书特别增加了 Pspice 电路分析软件的内容。

本书可作为高等工科院校本科电类专业电路理论基础课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

高等工科院校电路课程系列教材

电路理论基础

Dianlu Lilun Jichu

(本科教材)

孙桂瑛 主编

*

哈尔滨工业大学出版社出版发行

哈尔滨市工大节能印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 18 字数 438 千字

1999 年 8 月第 1 版 1999 年 8 月第 1 次印刷

印数:1~5 000

ISBN 7-5603-1398-1/TM·22 定价 19.80 元

前 言

电路理论基础是高等工科院校本科电类专业的一门非常重要的专业技术基础课,是许多电类专业后续课程及今后从事科学研究工作的基础。但同为本科电类,因专业方向不同,对电路理论基础课程的要求也不同。许多院校的电路教学按照教育部颁布的“高等学校电路教学基本要求”制定有两种不同的教学大纲。一种对应于电气工程及自动控制类专业,计划教学学时一般在120~140学时,对电路理论基础课程的教学要求比较全面,相应的教材较多。另一种是对应于计算机科学与技术等其它电类专业,其要求有所取舍,计划教学学时一般在60~80学时,适应此类电路教学大纲的电路理论基础课程的教材寥寥无几。本教材正是针对少学时的电路本科教学而编写的。

编者认为,电路课程的学习过程,可比喻为编织构造一条知识链条的过程。这个知识链条的主线就是电路的基本概念和普遍规律;为解决特定条件下的特定问题,需不断从主线引出侧枝,以探讨应用基本概念、扩展普遍理论、解决特定问题的方式方法。

为体现上述编写思想,着眼于教师,有利于备课和授课;着眼于学生,有利于阅读和自学,本教材在第一章、第二章介绍了电路的基本概念和普遍规律,在第三章、第四章介绍了电路在最简单的直流状态下的基本分析方法。前四章的内容可以看作是电路课程学习这条知识链条的主线。后续章节的重点则是,电路在周期稳态和动态情况下,由主线派生侧枝,以解决对应的问题。

为使读者在学习的过程中,既能抓住主线,又能自如扩展,教材中各章的导言起承上启下、构造知识链条联结点的作用;且先静态、后稳态、再动态的教材体系以及各章节内容的安排注重相关知识的融会贯通,引导读者由浅入深、循序渐进地学习,使应用本教材的教学过程保持与读者的认识规律一致,达到最佳的教学效果;使读者在学完本教材以后,从任何一个知识点提起,都能像提起一条链条一样,将各个相关知识点也一一提起,系统地完成电路理论基础课程的学习。

本书由孙桂瑛主编,孙立山、信毓昌、齐超参编。在教材的编写过程中,得到了许多理论电工界前辈的支持、鼓励与关怀,编者在此致以衷心的感谢。

限于编者的水平,本书难免有不妥之处,殷切地希望广大同行和读者批评指正。

编 者

1999年7月

目 录

第一章 电路的基本概念

1.1 实际电路与电路模型	1
1.2 电路中的物理量	2
1.3 电路结构	5
习题一	6

第二章 电路的基本定律和基本元件

2.1 基尔霍夫电流定律	7
2.2 基尔霍夫电压定律	9
2.3 二端电阻元件	11
2.4 独立电源	12
2.5 二端电容元件	17
2.6 二端电感元件	18
2.7 双口电阻	19
2.8 互感元件	22
2.9 受控电源	26
2.10 理想运算放大器	27
习题二	29

第三章 线性直流电路的网络方程分析法

3.1 电路的线图	32
3.2 独立的基尔霍夫定律方程	34
3.3 电路完备的数学模型及支路法	37
3.4 独立而完备的电路变量	42
3.5 节点法	43
3.6 割集法	53
3.7 网孔法和回路法	56
3.8 $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$ 矩阵之间的关系	64
习题三	66

第四章 电路定理及电路的等效化简

4.1 叠加定理与齐性定理	69
4.2 置换定理	72
4.3 特勒根定理	73
4.4 互易定理	75
4.5 等效网络及等效变换	78
4.6 无独立源一端口网络的等效化简	80

4.7 含源一端口网络的等效化简及等效电源定理	82
4.8 无独立源二端口网络的等效参数	88
4.9 无独立源双口网络的等效电路	93
4.10 互联双口的等效参数	97
4.11 对偶原理	100
习题四	102
第五章 线性正弦电流电路稳态分析的相量法	
5.1 正弦量的基本概念	107
5.2 正弦量与相量的变换	109
5.3 相量形式的基尔霍夫定律	113
5.4 相量形式的电路元件约束方程	114
5.5 复阻抗与复导纳	118
5.6 正弦电流电路稳态分析的相量法	123
5.7 含互感元件的电路	128
5.8 正弦电流电路的功率	134
习题五	140
第六章 非正弦周期电流电路	
6.1 非正弦周期量的谐波分析	145
6.2 非正弦周期电流电路中的有效值和平均功率	149
6.3 非正弦周期电流电路的分析	152
习题六	155
第七章 频率特性和谐振	
7.1 频率特性及滤波	157
7.2 串联谐振电路	160
7.3 并联谐振电路	166
习题七	169
第八章 三相电路	
8.1 三相电路的基本概念	171
8.2 对称三相电路的电压、电流、功率	173
8.3 对称三相电路的计算	177
8.4 不对称三相电路的概念	179
习题八	181
第九章 动态电路暂态过程的时域分析	
9.1 动态电路的暂态过程及其电路方程	183
9.2 动态电路暂态过程的初始值	184
9.3 一阶电路的微分方程及其解的普遍形式	187
9.4 一阶电路的零输入响应	193
9.5 一阶电路的零状态响应	197
9.6 一阶电路的全响应	201

9.7 一阶电路的阶跃响应和冲激响应	205
9.8 二阶电路的暂态分析	211
9.9 线性电路对任意波形激励的响应	217
9.10 动态电路的状态变量分析	218
习题九	222
第十章 动态电路的复频域分析	
10.1 拉普拉斯变换及其基本性质	226
10.2 部分分式展开法求原函数	230
10.3 复频域的电路定律和电路模型	234
10.4 动态电路的复频域分析	238
10.5 复频域网络函数	244
习题十	248
第十一章 简单非线性电阻电路	
11.1 非线性电阻	251
11.2 非线性电阻电路的方程	252
11.3 非线性电阻电路的近似分析法	254
11.4 非线性电阻电路的小信号分析法	258
习题十一	260
第十二章 Pspice 分析电路	
12.1 设置 Pspice 分析的电路类型	262
12.2 编辑电路和输入数据	264
12.3 设置输出方式	265
12.4 Pspice 分析电路	267
习题十二	272
部分习题答案	273
主要参考书目	280

第一章 电路的基本概念

1.1 实际电路与电路模型

实际电路是指由若干电气器件按照一定方式相互联接而成的且有电流赖以流通的路径的总体。实际电路种类繁多,形式各异。例如大型的电力系统、复杂的通讯网络、精细的计算机电路等等。实际电路工作时,所涉及到的物理过程非常广泛。但就电路理论而言,只关心其中的电磁过程,即电压、电流、电荷和磁通所表征的过程。

构成实际电路的电气器件的特性都与电路中的一些电磁现象和过程有关。这些电磁现象和过程按性质来分,可以分为消耗电能、供给电能、储存电能和储存磁能等。因此,在电路理论中,实际电气器件用抽象为能够较准确地反映它的主要电磁性能的理想电路元件(简称电路元件)来表征。如电阻元件用来表征电阻器、电炉、电烙铁等实际器件消耗电能的主要电磁性能;电源元件用来表征电池、发电机等实际器件或设备提供电能的主要电磁性能;电容和电感分别用来表征储存电能和储存磁能的主要性能。

电路元件按照一定方式相互联接而成的总体称为电路模型,简称电路(有时亦称为网络)。电路能表示实际电路的主要电磁特性,还能对其进行严格的数学描述,以便研究其基本的物理规律。因此,电路理论把电路(模型)作为研究的对象。

当实际电气器件的几何尺寸小于其内部电磁过程的物理量的波长时,称其为集中参数电气器件。由此抽象而来的理想电路元件,亦称为集中参数元件。对于这种元件可视为带有互联端子的“黑匣子”。其中,具有两个端子的电路元件称为二端元件,多于两个端子的电路元件称为多端元件。如图 1.1.1(a)、(b)所示。电路元件的电磁特性通过端子电流和端对电压(任意两个端子之间的电压)来表征。不同性质电路元件的端子电流和端对电压具有不同的约束关系。由集中参数元件相互连接成的电路,称为集中参数电路,否则称为分布参数电路。

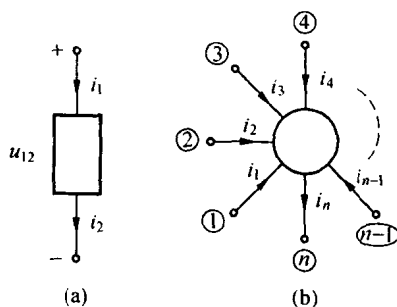


图 1.1.1 电路元件

电路理论包括两方面的内容:一是讨论如何在已知结构和电路元件参数的情况下,求出电路对给定激励(输入)的响应(输出),称为电路分析;二是研究如何构造一个电路,使这个电路能够对给定的激励呈现出预期的响应,称为电路综合。

本书的内容为前者,而且只讨论集中参数电路的分析问题。主要介绍集中参数电路的基本定律和定理,讨论、分析、计算电路的各种方法。

1.2 电路中的物理量

电压、电流、电荷和磁通是电路中的基本变量,其中电压、电流是电路理论分析中用的最多的基本变量。功率和能量是基本复合量。

关于以上诸量的定义及物理意义在物理学中已有介绍。本节将讨论电压、电流和功率等物理量在电路分析中所出现的新问题。

由物理学可知,电压是电场力对单位正电荷做功的表征量,单位为伏特(V)。其量值表示电场力把单位正电荷从一点移动到另一点所作的功。可见,电压是电路中两点间的“跨接”量。当用伏特表(V)测量电路中某两点之间的电压时,必须把伏特表跨接在这两点上(图 1.2.1)。

电位是与电压本质相同的物理量。某点的电位定义为该点与任意事先选定的参考点之间的电压。在集中参数电路中,一旦选定参考点,则各点的电位随之确定。电路中任意两点间的电压等于这两点的电位差(对此将在后续章节给出证明)。

电压实际上是一个标量。但是由于其“跨接”性,决定了与之相关的两点的电位有高低之分。对此称为电压的极性(习惯上称电压的方向)。

电压的真实方向规定为从高电位端指向低电位端。通常有 $(+)(-)$ 、双下标及箭头三种表示法,如图 1.2.2 所示。三种表示均说明 A 点是高电位, B 点是低电位。

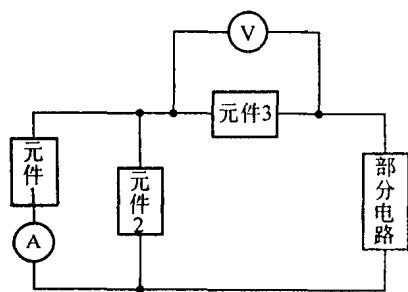


图 1.2.1 电路中电压与电流的测量

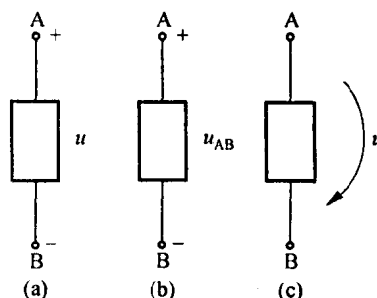


图 1.2.2 电压极性的三种表示法

电流是电荷作有规则定向移动的表征量,单位为安培(A)。其量值称为电流强度,表示单位时间内通过导体横截面的电荷量。电流是电路中的“通过”量。如要测量通过某一元件的电流时,需要将测量仪表(如安培表 A)与该元件串接在电路中(图 1.2.1)。

电流也是一个标量。但在电路中总是把电流限制在线路中流动,使得电流只有两种可能的流向,并称为电流的方向。电流的实际方向规定为正电荷流动的方向。一般采用箭头或双下标表示,如图 1.2.3 所示。两种表示均说明电流从 A 点流向 B 点。

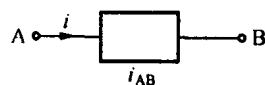


图 1.2.3 电流方向表示法

综上所述,电压和电流均有大小和方向两种属性(注意与矢量的差异)。通常,在电路分析和计算之前,不仅未知电压、电流的大小,而且也未知电压、电流的方向。因此,必须事先对电压、电流各假定一个参考方向,作为分析和计算的“参照系”。所谓参考方向是人为任意假定的电压、电流方向。其意义是:根据参考方向建立电路的数学模型或者说列写

电路方程进行分析计算,如果计算所得的电压或电流为正,说明电压或电流的实际方向与参考方向相同;如果计算所得的电压或电流为负,说明电压或电流的实际方向与参考方向相反(图 1.2.4)。

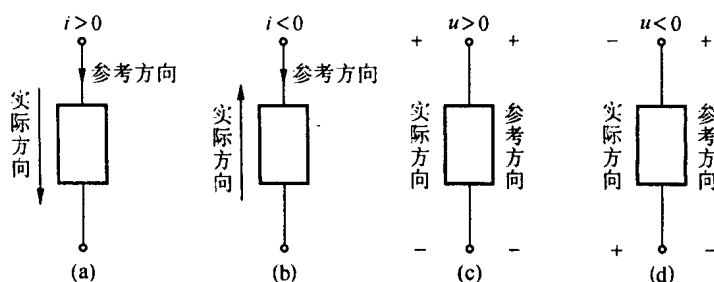


图 1.2.4 电流、电压的参考方向与实际方向

当电压与电流设定参考方向以后,其大小和方向这两种属性是通过代数量和参考方向来共同标识的。电路中某一段线路或某一个元件上的电压或电流的参考方向之间没有相互依赖和约束关系。它们的选择是完全独立的。对于任意一个二端元件来说,电压、电流的参考方向有四种可能的取法(图 1.2.5)。

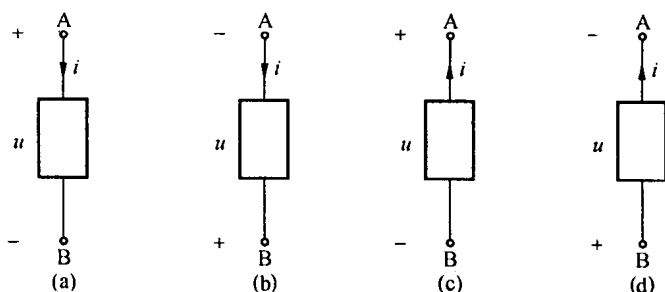


图 1.2.5 电压、电流参考方向的四种可能的选取法

一般为了图示清晰,计算简便,常取电压、电流为关联参考方向。关联参考方向是指电压、电流的参考方向取向一致,即电流从电压的高电位端通过所讨论的元件流向低电位端。否则为非关联参考方向。图 1.2.5(a)、(d)为关联参考方向,(b)、(c)为非关联参考方向。本书约定,以后当电路只标有电流的参考方向时,默认电压、电流取关联参考方向,采用箭头标识。

在讨论功率之前,有必要先明确“端口”的概念。类似于多端元件的定义,由电路元件互联而成的具有两个或多个用于互联的外伸端子的电路称为二端或多端网络,如图 1.2.6 所示。显然,多端电路元件可以看成是最简单的多端网络,是多端网络的特例。在这些端子中,流进电流等于流出电流的一对端子称为端口。对应的端子电流称为端口电流,形成端口的两个端子间的电压称为端口电压。在图 1.2.6(c)中, $i_1 = i_1'$ 、 $i_2 = i_2'$,有两个端口,是双口网络。

功率是依附于“端口”而定义的物理量,是电路通过端口在单位时间内吸收或发出的电磁能量的表征量。电路从一个端口吸收能量是指正电荷从端口的高电位端(+极)经过

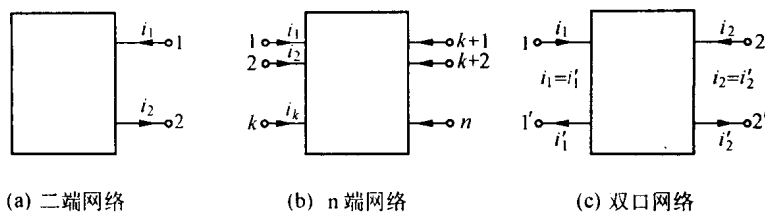


图 1.2.6 多端网络与二端口网络

电路内部移动到低电位端(- 极), 电场力对电荷所作的功。相反地, 如果正电荷从(-)极经电路移动到(+)极, 则必须由外力(非电场力)对电荷作用, 以克服电场力作功。这时说, 电路从这个端口发出(供出)能量。根据电压、电流的物理意义, 当一个端口的电压、电流取关联参考方向时, 电路从该端口所吸收的功率为(图 1.2.7(a))

$$P(t) = u(t)i(t) \quad (1.2.1)$$

一个 n 端口网络所吸收的功率为网络各端口吸收功率的代数和, 即

$$P(t) = \sum_{k=1}^n u_k(t)i_k(t) \quad (1.2.2)$$

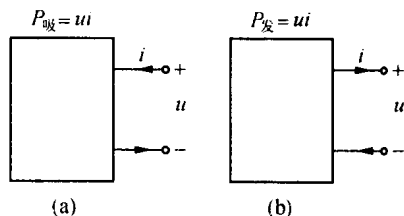


图 1.2.7 一端口网络的吸收功率与发出功率

应该注意的是, 式(1.2.2)中的电压、电流均是代数量, 二者之积的功率 $P(t)$ 也是代数量。当 $P(t) > 0$ 时, 表示真正吸收功率; 当 $P(t) < 0$ 时, 表示吸收负功率, 实际是发出功率。

如果电压、电流取非关联参考方向(图 1.2.7(b)), 仍可用式(1.2.1)计算功率。但此时 $P(t) > 0$ 表示发出功率, $P(t) < 0$ 表示吸收功率。

例题 1.2.1 图 1.2.8(a)所示为一端口网络, 已知 $u = 3 \text{ V}$, $i = e^{-2.5t/8} \sin 20t \text{ A}$, 求该网络吸收的功率。

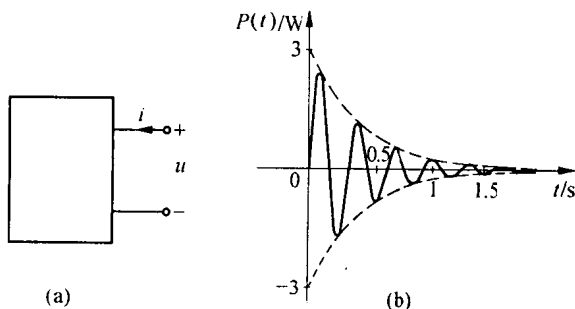


图 1.2.8 例题 1.2.1 图

解 因 u 与 i 取为关联参考方向, 所以网络吸收的功率为

$$P(t) = ui = 3e^{-2.5t} \sin 20t \text{ W}$$

对应 $P(t)$ 的波形图示于图 1.2.8(b) 中, 从中可见, $P(t)$ 有时为正, 表示该网络此时吸收功率; $P(t)$ 有时为负, 表示该网络此时发出功率。

一个网络在时刻 t 时所得到的总能量为网络所有端口吸收能量的代数和, 即

$$W(t) = \int_{-\infty}^t P(\xi) d\xi \quad (1.2.3)$$

若 $W(t) \geq 0$, 表明网络从外界吸收了能量; 若 $W(t) < 0$, 表明网络向外界提供能量。对于电路元件来说, 当 $W(t) \geq 0$ 时, 称为无源元件; 当 $W(t) < 0$ 时, 称为有源元件。

1.3 电路结构

电路元件是构成电路的基本单元, 它们互联而成电路。图 1.3.1(a)、(b)、(c) 所示均为电路。元件互联方式不同, 电路的结构也不同。描述电路结构常用支路、节点、回路、网孔、平面电路、非平面电路等术语。

在电路中, 流过同一电流的一段电路称为支路。三条或三条以上支路的联接点称为节点, 有时不同元件的联接点也称为节点。若干支路组成的闭合路径称为回路。凡是可以把所有元件都布置在一个平面上而其端线不出现交叉重叠现象的电路, 称为平面电路; 否则为非平面电路。在平面电路中的单孔回路称为网孔。

图 1.3.1(a)、(b)、(c) 所示三个电路均为平面电路。图(a)中每个二端元件(A、B、E、F、G 元件)各组成了一条支路(第二章对此将给出证明)。三条支路汇合形成了节点①、②等, 不同元件联接形成了节点⑤。①A②B③E④G⑤F①是一个回路 l_1 , ②B③D⑥C②也形成一个回路 l_2 。其中, 回路 l_1 不是网孔, 回路 l_2 是网孔。

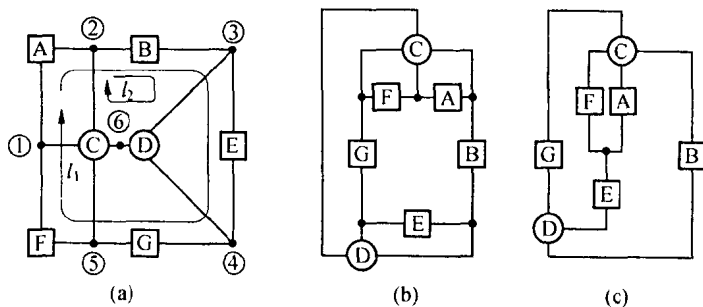
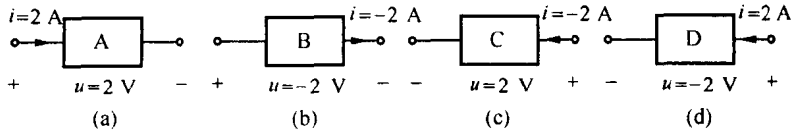


图 1.3.1 电路结构示意图

决定电路结构的主要因素是电路节点与元件的关联关系, 与元件的摆放位置、端线的长短、扭曲无关。节点与元件关联关系一致的电路, 是同结构的电路; 否则, 为不同结构的电路。图 1.3.1 所示的三个电路均由五个二端元件、一个三端元件和一个四端元件组成, 其中(a)、(b)所示电路虽然元件的摆放位置不同, 但两电路中相应元件与节点的关联关系完全一致, 因此是同结构电路。而(b)、(c)两电路, 虽然相应元件的摆放位置相同, 但与节点的关联关系并不一致, 二者为不同结构的电路。

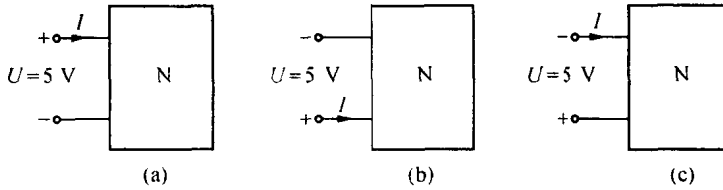
习 题 一

1.1 按图题 1.1 所示参考方向及给定的值,标出各元件中电压和电流的实际方向,并计算各元件的功率。



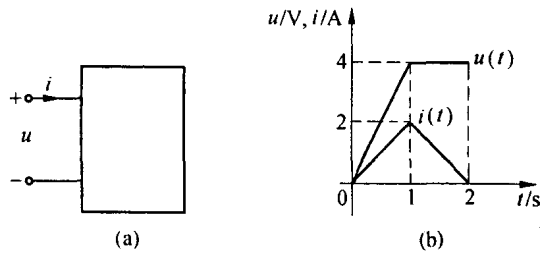
图题 1.1

1.2 图题 1.2 所示电路中,若网络 N 吸收的功率为 30 W,求各网络的端口电流 I 。



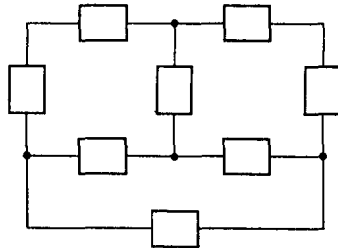
图题 1.2

1.3 电路如图题 1.3(a) 所示,端口电压与端口电流的波形如图题 1.3(b) 所示。(1)画出 $0 \leq t \leq 2$ s 时间内该电路吸收功率的曲线;(2)求在这一段时间内元件吸收的总能量。



图题 1.3

1.4 图题 1.4 所示电路中,有几个节点? 几条支路? 几个回路? 几个网孔?



图题 1.4

第二章 电路的基本定律和基本元件

由电路元件互联而成的电路的工作状态通过节点间的电压和支路中的电流等物理量予以表征。这些电压、电流受两种约束：一种约束来自于电路的互联方式，称为结构约束，体现这种约束的是两个基尔霍夫定律。另一种约束来自于组成电路的电路元件，称为元件约束，体现这种约束的是各种不同元件本身的电磁特性。本章主要讨论以上两种约束。

2.1 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律(Kirchhoff's Current Law, 简写 KCL)描述的是电路结构对支路电流的约束关系。它有两种表述形式。第一种表述为：

对于任意集中参数电路中的任意一个高斯面，在任何时刻，流出该高斯面的所有电流的代数和等于零。其数学表达式为 $\sum_s i = 0$ 。

高斯面是一种可取任意形状的封闭曲面。因其封闭性有面内和面外之分，在应用 KCL 时，标有参考方向的支路电流由面内穿出面外为流出，取正号；反之为流入，取负号。下面结合图 2.1.1 所示电路，对应于包围不同对象的高斯面，应用 KCL 列写电路方程，并进行相关的讨论。

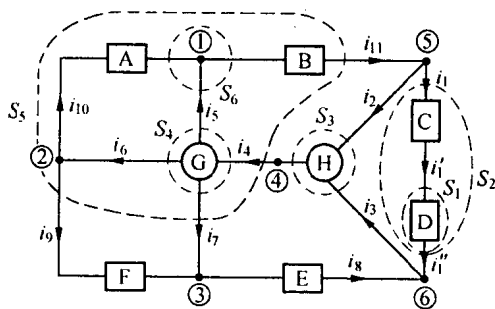


图 2.1.1 应用 KCL 的电路举例

1. S_1 、 S_2 分别包围一个二端 D 元件和由两个二端元件 C、D 串接而成的二端电路。

$$\text{对应于 } S_1 \text{ 的 KCL: } -i_1' + i_1'' = 0 \quad \text{即} \quad i_1' = i_1'' \quad (2.1.1a)$$

$$\text{对应于 } S_2 \text{ 的 KCL: } -i_1 + i_1'' = 0 \quad \text{即} \quad i_1 = i_1'' \quad (2.1.1b)$$

式(2.1.1a)说明，流入二端元件一个端子的电流等于流出另一个端子的电流。也就是说，二端元件只有一个独立的端子电流。因此也称二端元件为一端口元件。式(2.1.1b)说明，二端电路同二端元件一样，也只有一个独立的端子电流。由二端元件 C、D 串接而成的流过同一电流的此段电路，正是 1.3 节中所定义的支路。图示中，二端元件 A、B、E、F 各形成一条支路。因此，这几条支路的电流只需标示一个，如： i_{10} 、 i_{11} 、 i_8 及 i_9 。

2. S_3 、 S_4 分别包围一个三端元件 H 和一个四端元件 G。

$$\text{对应于 } S_3 \text{ 的 KCL: } -i_2 - i_3 + i_4 = 0 \quad (2.1.2a)$$

$$\text{对应于 } S_4 \text{ 的 KCL: } -i_4 + i_5 + i_6 - i_7 = 0 \quad (2.1.2b)$$

以上两式说明多端元件的全部端子电流并不是独立的。其中任何一个端子电流总可以用其它端子电流的线性组合来表示。推广到 n 端元件(图 1.1.1b),有

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad \text{即} \quad i_n = - \sum_{k=1}^{n-1} i_k \quad (2.1.3)$$

由此得出结论:一个 n 端元件,当其 $n-1$ 个端子电流确定以后,剩下的第 n 个端子的电流也随之确定下来。

3. S_5 包围部分电路,与 S_5 关联的支路有 4、7、9 及 11。

$$\text{对应于 } S_5 \text{ 的 KCL: } -i_4 + i_7 + i_9 + i_{11} = 0 \quad (2.1.4)$$

4. S_6 仅包围一个节点①,如果将 S_6 向节点①收缩,最终就成为节点①。所以,节点可以看成是高斯面的一种特殊情况。为此,得出 KCL 的第二种表述:

对于任意集中参数电路中的任意一个节点,在任何时刻,流出该节点的所有电流的代数和等于零。其数学表达式为 $\sum_N i = 0$ 。

根据第一种表述,将 KCL 应用于高斯面 S_6 : $-i_5 - i_{10} + i_{11} = 0$

根据第二种表述,将 KCL 应用于节点①: $-i_5 - i_{10} + i_{11} = 0$

根据两种表述所列出的方程是一致的,即将 KCL 应用于仅包围一个节点的高斯面与直接应用于节点是等价的。

值得指出的是,定律中代数等于零的表述与流出电流之和等于流入电流之和的表述是等价的。

例题 2.1.1 电路的一部分如图 2.1.2 所示,试求出电流 i_1 、 i_2 、 i_3 。

解 做高斯面 S_1 ,包围元件 B、C、D,根据 KCL,得

$$-3 \text{ A} + i_1 - 5 \text{ A} + 4 \text{ A} = 0$$

$$\text{即} \quad i_1 = 3 \text{ A} + 5 \text{ A} - 4 \text{ A} = 4 \text{ A}$$

做高斯面 S_2 ,包围四端元件 A,由 KCL 得

$$i_2 = 2 \text{ A} + i_1 - 4 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

直接应用 KCL 于节点①,得出

$$i_3 = -2 \text{ A} - 3 \text{ A} = -5 \text{ A}$$

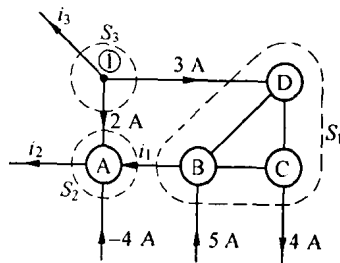


图 2.1.2 例题 2.1.1 图

KCL 语言简捷,表达式清晰,但却含有很丰富的内容。

对它的理解需要认识到以下几点:

(1) KCL 适用于任何集中参数电路。它揭示的是与高斯面或节点相关联的支路电流的约束关系,仅与元件相互联结的方式有关,与元件的性质无关。因此说,KCL 是电路的结构约束之一。

(2) KCL 的数学模型是用常系数线性齐次代数方程来对电路中的支路电流加以约束。这里的常数只是 1、0、-1。

(3) KCL 的物理本质是电荷守恒定律,或者说是电流连续性在集中参数电路中的具体体现。

2.2 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(Kirchhoff's Voltage Law, 简写 KVL)描述的是电路结构对支路电压(或节点间电压)的约束关系。它有两种表述方式:第一种表述为:

对于任意集中参数电路中的任意一个闭合节点序列,在任意时刻,沿此闭合节点序列的各相邻节点之间的电压代数和恒等于零。其数学表达式为 $\sum_i u = 0$ 。

所谓闭合节点序列是指首尾节点合一,其它节点只出现一次的节点序列。在图 2.2.1 中,节点序列①、②、⑤、④、③、①是闭合节点序列,而节点序列 ①、③、④、⑤、②、④、① 不是闭合节点序列。因为这一节点序列中,除了首尾节点合一外,经过节点④两次。

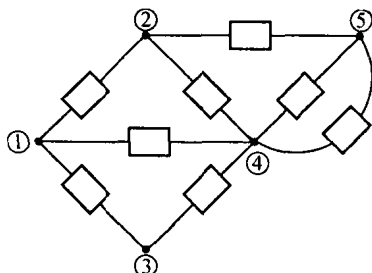


图 2.2.1 说明闭合节点序列的示例

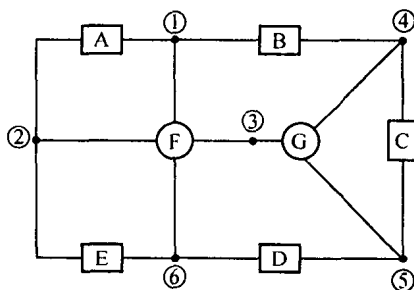


图 2.2.2 应用 KVL 的电路举例

在应用 KVL 时,对于所考虑的闭合节点序列,首先指定一个循环绕向(顺时针或逆时针)。列写 KVL 方程时,若相邻节点之间电压的参考方向与节点序列的循环绕向一致,这个电压取正,否则取负。下面结合图 2.2.2 所示电路,选取不同的闭合节点序列,应用 KVL 列写电路方程,并进行有关的讨论。

1. 取闭合节点序列 ①、⑤、⑥、①,应用 KVL,有

$$u_{15} + u_{56} - u_{16} = 0 \quad \text{即} \quad u_{15} = u_{16} - u_{56} \quad (2.2.1)$$

若取节点⑥为参考节点,定义其它节点(如节点1)相对参考节点的电压为节点电位,记为 v_{nk} 。这样,节点①和节点⑤的电位分别为

$$v_{n1} = u_{16}$$

$$v_{n5} = u_{56}$$

根据以上两式,式(2.2.1)可写成

$$u_{15} = v_{n1} - v_{n5} \quad (2.2.2)$$

可见电路中任意两个节点间的电压等于相关节点的电位之差(对此,第一章曾给出结论)。若两个节点间有一条支路,表明支路电压等于该支路两个节点的电位差。如元件 B 所在的支路电压为

$$u_{14} = v_{n1} - v_{n4}$$

当 KVL 方程中的电压均用节点电压表示时,如式(2.2.1)用节点电压表示,有

$$v_{n1} - v_{n5} + v_{n5} - v_{n6} - v_{n1} + v_{n6} = 0$$

即

$$0 = 0$$

这意味着电路中的节点电压自动满足 KVL。

2. 分别取闭合节点序列 ①、②、①, ③、④、⑤、③和 ①、②、⑥、③、①。这三组闭合节点序列中相邻两个节点之间的电压分别是二端元件 A、三端元件 G、四端元件 F 的端对电压, 分别应用 KVL, 有

$$\begin{aligned} u_{12} + u_{21} &= 0 \\ u_{34} + u_{45} + u_{53} &= 0 \\ u_{12} + u_{26} + u_{63} + u_{31} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

以上三式分别说明: 二端元件有一个独立的端对电压, 三端元件有两个独立的端对电压, 四端元件有三个独立的端对电压。显然, 对于 n 端元件, 则有 $n-1$ 个独立的端对电压。若用节点电位的概念, 取节点 n 为参考点, 则其它 $n-1$ 个节点的电位是独立的。如图 2.2.3 所示, 其中任意两个节点间的电压都可用这 $n-1$ 个节点电压来表示。

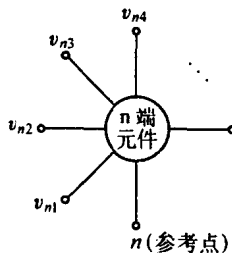


图 2.2.3 n 端元件及其节点电位

3. 取闭合节点序列 ①、④、⑤、⑥、②、①, 其中各相邻节点间都有一条支路直接相联, 形成一个由若干条支路联成的回路。应用 KVL, 有

$$u_{14} + u_{45} + u_{56} + u_{62} + u_{21} = 0$$

上式中的五项分别代表回路中五条支路的电压。由此得出 KVL 的第二种表述方式:

对于任意集中参数电路中的任意一个回路, 在任意时刻, 沿该回路所有支路电压的代数和等于零。

在应用以上 KVL 时, 首先要指定回路的绕行方向(顺时针或逆时针)。列写 KVL 方程时, 若支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致, 这个电压取正, 否则取负。

变换上式, 可得

$$u_{14} + u_{45} = u_{12} + u_{26} + u_{65} \quad (2.2.4)$$

上式的左边表示经 ① B ④ C ⑤ 计算所得的节点①、⑤之间的电压, 右边表示经 ① A ② E ⑥ D ⑤ 计算所得的节点①、⑤之间的电压。二者相等说明电路中任意两个节点之间的电压是唯一确定的, 与计算路径无关。由此还可以得出一个重要的结论: 电路中的参考点一定, 则任意一点的节点电压也就确定了, 这称为节点电压的唯一性。

若在以上闭合节点序列中去掉节点④, 节点①、⑤之间没有支路直接相联, 这样, 节点序列①、⑤、⑥、②、①没有形成 KVL 第二种表述中所指的回路。但若假想节点①、⑤之间是一个阻值为无穷大的电阻元件形成的支路, 此时以上闭合节点序列就形成了假想回路。应用 KVL 的第二种表述, 列方程, 有

$$u_{15} + u_{56} + u_{62} + u_{21} = 0 \quad (2.2.5)$$

不难验证, 应用 KVL 的第一种表述, 对以上闭合节点序列列写 KVL 方程与式 (2.2.5) 是一致的。这说明 KVL 的第二种表述也适合于假想回路。

例题 2.2.1 图 2.2.4 所示电路为某网络的一部分, 试求电压 u_4 、 u_5 。

解 取顺时针绕向的回路 l_1 , 应用 KVL, 得

$$-u_4 - u_2 + u_3 = 0$$

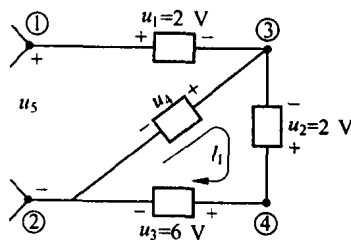


图 2.2.4