

[美] M. N. 奥齐西克 著

热传导

俞昌铭 主译

高等教育出版社

[美] M. N. 奥齐西克 著

热 传 导

俞 昌 铭 主译

高等教育出版社

内 容 简 介

本书系根据美国北卡罗林纳州立大学(North Carolina State University)机械与航空工程系教授 M. N. 奥齐西克(M. N. Özisik) 著《热传导》(*Heat Conduction*)一书 1980 年版译出。

本书不同于一般的传热学教科书,而是着重详细论述在科学研究与工程技术各领域有着广泛应用的固体热传导理论。书中用传统的方法阐明了求解一般热传导问题的基本分析过程,介绍了热传导问题的各种求解方法:分离变量法、杜哈美尔法、格林函数法、拉普拉斯变换法、近似分析法、数值法及积分变换法,并系统地叙述了齐次与非齐次问题、线性与非线性问题、复合介质问题、相变问题及各向异性介质问题等有实际意义的各种类型的热传导问题。每章都有一定数量的例题,章末附有习题和注释。本书语言简练、条理清楚、系统性强。全书共 15 章,书末有附录和索引。

本书可作为高等学校学生、研究生和教师的传热学和数学物理方程的教学参考书,也可供有关科学技术人员参考。



[美] M. N. 奥齐西克 著

热 传 导

俞 昌 铭 主译

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省香河印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 24 字数 570,000

1983 年 7 月第 1 版 1984 年 7 月第 1 次印刷

印数 00,001—7,200

书号 15010·0501 定价 3.65 元

译者说明

本书系根据美国北卡罗林纳州立大学(North Carolina State University)机械与航空工程系教授 M. N. 奥齐西克(M. Necati Özisik)所著《热传导》(*Heat Conduction*)一书 1980 年版译出。

本书不同于目前我国高等学校通用的传热学教科书,它着重就热传导部分在理论上作了深入的阐述,注意把数学理论与热传导问题更好地结合起来。一方面,系统地介绍了热传导问题的各种解法,这些解法是:分离变量法、杜哈美尔法、格林函数法、拉普拉斯变换法、近似分析法、数值法及积分变换法。另一方面,对具有实际意义的不同类型的热传导问题都给予了充分的叙述,这些问题包括:齐次与非齐次问题、线性与非线性问题、复合介质问题、相变问题及各向异性介质问题等。

译者认为,本书是一本较好的教学参考书,它既可作为“传热学”课程的参考书,也可作为“数学物理方程”课程的参考书。译者还认为,本书对广大在能源、热工等技术领域内工作的科学技术人员而言,是一本工具书,书中提供了各类工程热传导问题的现成结论,尤其是书中 149 个例题,更充实与加强了此书的实用性。

在翻译过程中对原书中某些印错或需要说明的地方都加了译者注。

本书由俞昌铭(第一、二、五、六、九、十、十一、十三、十四章及附录)、李心桂(第三、四章及索引)、李荣先(第七、八、十五章)、刘沼祺(第十二章)共同翻译,最后由俞昌铭作全书的统稿。

限于译者水平,翻译错误与不当之处在所难免,望读者批评指正。

译者

1983. 5.

前 言

固体热传导理论在科学研究与工程技术各领域有着广泛的应用。它的重要意义在于:通过对各类热传导问题的求解,可得到有实用价值的结果。

求解热传导问题可采用多种方法,如精确解法、近似解法和数值解法。在用各种分析解法进行求解时,由于分析求解所提供的结果有助于人们去理解影响传热过程的各种因素的作用,以及能突出问题的一些主要特征,因而显示了它们的优越性。但另一方面,数值解法适合于求解更实际的问题。总之,分析解法与数值解法都是很有用的,选用哪一种方法为好,应取决于所讨论问题本身的性质。

对于一个给定的问题,可以有很多种求解方法。若想选用一种最好的,工程科技人员就得熟悉各种求解方法。为了向工科大学学生提供求解各类热传导问题所必要的基础知识,很多工科大学已经采用了相当于研究生程度的热传导教程。本书广泛而系统地介绍了求解热传导问题的各种方法的基本理论与应用。对理工科大学的研究生来说,掌握这些内容不会感到困难。

本书与我的前一本书《热传导的边值问题》有很大的区别。那本书强调的是,系统地应用积分变换的方法求解热传导问题,而本书是用传统的方法阐明求解一般热传导问题的基本分析过程,对热传导^①问题的各种求解方法作了介绍,并就它们间的相互关系作了说明。为了证实理论能应用于各种不同类型的问题,每一章

^① 原文为热扩散,考虑到全书的基本内容与叙述习惯,还是用“热传导”为好。在本书其它各处遇到这种情况时,也作了同样处理——译者注。

都有一定数量的例题,并有求解过程。在本书的第十三、第十四章中介绍了积分变换法,把它放在各种通用分析解法之后,这是因为这些通用的分析解法为积分变换法准备了必要的基础知识。

为了掌握本书的内容,要求读者必须对高等微积分及一些基本的偏微分方程的求解有一定的了解。本书为研究生的教学用书,也可作为工程科技人员的参考用书。

第一章复习有关热传导方程、边界条件及几个重要参数的推导的基本知识。第二、三、四章分别介绍了在直角坐标、圆柱坐标与球坐标下非稳态热传导问题的求解过程,采用经典的方法,以分离变量与正交展开式为基础。对在求解这些简单热传导问题中得到的特征函数、就范积分^①以及特征值^②按边界条件的各种可能的组合列成表格。这些表格可在求解更一般的多维非稳态热传导问题及以后章节中用积分变换法求解热传导问题时作为参考。

第五章阐述了杜哈美尔(Duhamel)法的应用,并使第二、三、四章中介绍的解更一般化,以便求解边界条件与热源都随时间变化的热传导问题。第六章应用格林(Green)函数把从第二至第五章中得到的各种解式表示成更一般、更紧凑的形式。格林函数的求得与第二至第四章中介绍的各种解式直接有关。第七章阐述用拉普拉斯(Laplace)变换求解非稳态热传导问题,说明了用拉普拉斯变换法可获得在短时间内能很快收敛的解。

第八章介绍了在多层平行平板、多层圆筒壁及多层球壁内的一维非稳态热传导问题的求解过程。采用广义的正交展开式来解齐次问题。掌握本章内容无需再补充新的数学方法。采用格林函

① 原文中也把“就范积分”(normalization integral)称为“范数”(norm)——译者注。

② 按原文字面含义应译为“特征条件”,但从全书内容来看,似应译为“特征值”才恰当——译者注。

数法可把上述求解过程推广到舍内热源的问题。

第九章介绍了几种求解热传导问题的近似分析法,其中有:积分法、变分法、伽略金(Galerkin)法以及采用偏积分的方法。通过把近似的结果与精确解作比较可对各种近似方法的精确性予以说明。第十章介绍了与熔化和凝固过程相联系的相变问题的求解过程,求解方法有:包括精确解法在内的各种分析解法、积分的近似方法以及移动热源法。第十一章介绍了某些非线性热传导方程的求解过程,所用的方法有:基尔霍夫(Kirchhoff)变换、线性化、玻尔兹曼(Boltzmann)变换以及基于单参数数群理论的相似性变换。第十二章介绍数值解法,用有限差分法求解稳态与非稳态的热传导问题。第十三章简要说明积分变换法在求解有限区域内最一般的非稳态热传导方程中的应用。用这个方法求解直角坐标、圆柱坐标及球坐标中的热传导问题无需补充新的知识,因为为建立正、逆积分变换所需要的全部基本关系式在第二至第四章中已经具备,并已系统地列成表格。第十四章把积分变换法推广到求解多层平板、多层圆筒壁及多层球壁的非稳态热传导问题。第十五章分析了各向异性介质中的热传导问题。一些有用的资料,如超越方程的根、贝塞尔(Bessel)函数的若干性质以及贝塞尔函数和勒让德(Legendre)多项式的值都列于附录中,以便参考。

只要可能,所有附属性的关系式都从最基本的关系式出发推导得到,其深度与为掌握本书内容所需的数学基础相当,否则,则直接写出结果,并注明原始参考文献。为了保持叙述的连贯性,推导过程中的一些附带的细节在每章末尾处的注释中给出。

最后,衷心感谢我的妻子姑尔(Gül),如若没有她的谅解与耐心,此书是无法完成的。

北卡罗林纳州洛利

M. N. 奥齐西克

1979. 6

目 录

第一章 热传导理论基础	1
1-1 热流密度.....	1
1-2 热传导微分方程.....	4
1-3 不同正交坐标系中的热传导方程.....	7
1-4 边界条件.....	12
1-5 无因次的热传导参数.....	15
1-6 齐次与非齐次问题.....	17
1-7 求解热传导问题的方法.....	18
参考文献.....	21
习 题.....	22
第二章 直角坐标系中的分离变量法	26
2-1 分离变量法.....	26
2-2 直角坐标系中热传导方程的分离.....	31
2-3 有限大物体的一维齐次问题.....	33
2-4 半无限大物体的一维齐次问题.....	40
2-5 无限大物体的一维齐次问题.....	45
2-6 多维的齐次问题.....	49
2-7 乘积解.....	57
2-8 不含热源的多维稳态问题.....	61
2-9 含热源的多维稳态问题.....	70
2-10 非齐次问题分解成简单的问题.....	73
2-11 几个有用的变换.....	79
参考文献.....	81
习 题.....	82
注 释.....	84
第三章 圆柱坐标系中的分离变量法	88
3-1 圆柱坐标系中热传导方程的分离.....	88

3-2	用贝塞尔函数表示任意函数的表达式	93
3-3	变量为 (r, t) 的齐次问题	106
3-4	变量为 (r, z, t) 的齐次问题	116
3-5	变量为 (r, ϕ, t) 的齐次问题	122
3-6	变量为 (r, ϕ, z, t) 的齐次问题	131
3-7	乘积解	136
3-8	不含热源的多维稳态问题	138
3-9	含热源的多维稳态问题	143
3-10	非齐次问题分解成简单的问题	145
	参考文献	148
	习 题	149
	注 释	151
第四章	球坐标系中的分离变量法	153
4-1	球坐标系中热传导方程的分离	153
4-2	勒让德函数及缔合勒让德函数	157
4-3	用勒让德函数表示任意函数的表达式	164
4-4	变量为 (r, t) 的齐次问题	173
4-5	变量为 $(r\mu, t)$ 的齐次问题	180
4-6	变量为 $(r\mu, \phi, t)$ 的齐次问题	188
4-7	多维稳态问题	195
4-8	非齐次问题分解成简单的问题	199
	参考文献	201
	习 题	202
	注 释	204
第五章	杜哈美尔定理法	208
5-1	杜哈美尔定理的表述	208
5-2	杜哈美尔定理的一种证明	211
5-3	杜哈美尔定理的应用	213
	参考文献	222
	习 题	223
	注 释	224
第六章	格林函数法	225

6-1	在求解非齐次非稳态热传导问题中的格林函数	225
6-2	格林函数的确定	233
6-3	格林函数在直角坐标系中的应用	236
6-4	格林函数在圆柱坐标系中的应用	244
6-5	格林函数在球坐标系中的应用	251
6-6	格林函数的乘积	259
	参考文献	260
	习 题	260
	注 释	264
第七章	拉普拉斯变换法	265
7-1	拉普拉斯变换的定义	265
7-2	拉普拉斯变换的若干性质	267
7-3	用反变换表对拉普拉斯变换进行反变换	277
7-4	用回路积分法对拉普拉斯变换进行反变换	282
7-5	用拉普拉斯变换法求解非稳态热传导问题	294
7-6	对短时间与长时间问题的近似求解	304
	参考文献	312
	习 题	313
	注 释	314
第八章	一维复合介质	316
8-1	用广义正交函数展开式的方法求解齐次问题	316
8-2	特征函数与特征值的确定	323
8-3	把非齐次外边界条件转换成齐次边界条件	335
8-4	求解非齐次问题的格林函数法	340
8-5	拉普拉斯变换法	348
	参考文献	353
	习 题	355
	注 释	356
第九章	近似分析方法	360
9-1	积分法的基本概念	360
9-2	积分法的各种应用	366
9-3	变分原理	383

9-4	里兹法	393
9-5	伽略金法	398
9-6	偏积分法	407
9-7	非稳态问题	412
	参考文献	418
	习 题	422
	注 释	424
第十章	相变问题	426
10-1	移动界面的边界条件	428
10-2	相变问题的精确解	435
10-3	求解相变问题的积分法	445
10-4	求解相变问题的移动热源法	453
10-5	在一定温度范围内发生的相变	460
	参考文献	462
	习 题	468
	注 释	469
第十一章	非线性问题	472
11-1	因变量的变换——基尔霍夫变换	473
11-2	一维非线性热传导问题线性化的方法	476
11-3	自变量的变换——玻尔兹曼变换	482
11-4	单参数数群理论的相似性变换	485
11-5	变换成积分方程	494
	参考文献	498
	习 题	501
	注 释	503
第十二章	数值解法	506
12-1	用泰勒级数求导数的有限差分近似	506
12-2	稳态热传导问题的有限差分表达式	512
12-3	求解联立线性代数方程组的方法	518
12-4	数值解的误差	521
12-5	非稳态热传导方程的有限差分表达式	523
12-6	有限差分法在求解非稳态热传导问题中的应用	533

12-7	圆柱坐标系和球坐标系中的有限差分法	540
12-8	变热物性	548
12-9	弯曲边界	551
	参考文献	554
	习 题	559
第十三章	积分变换法	563
13-1	用积分变换法求解有限区域内的热传导问题	564
13-2	有限区域内一般解的另一种形式	574
13-3	积分变换法在直角坐标系中的应用	578
13-4	积分变换法在圆柱坐标系中的应用	596
13-5	积分变换法在球坐标系中的应用	615
13-6	积分变换法在求解稳态问题中的应用	628
	参考文献	631
	习 题	633
	注 释	636
第十四章	用于复合介质中的积分变换法	643
14-1	应用积分变换法求解有限复合区域内的热传导问题	643
14-2	一维的情形	651
	参考文献	659
	习 题	659
	注 释	660
第十五章	各向异性介质中的热传导	663
15-1	各向异性固体中的热流密度	664
15-2	各向异性固体中的热传导方程	666
15-3	边界条件	668
15-4	热阻系数	670
15-5	坐标轴及导热系数分量的变换	671
15-6	导热系数分量的几何解释	673
15-7	晶体的对称性	678
15-8	各向异性固体中的一维稳态热传导	680
15-9	各向异性固体中的一维非稳态热传导	683
15-10	正交各向异性介质中的热传导	684

15-11 各向异性介质中的多维热传导.....	692
参考文献.....	702
习 题.....	704
注 释.....	705
附 录.....	707
附录 I 超越方程的根.....	707
附录 II 误差函数.....	709
附录 III 贝塞尔函数.....	712
附录 IV 第一类勒让德多项式的数值.....	725
索 引.....	729

第一章 热传导理论基础

依靠构成物质的粒子,如原子、分子、自由电子,从物体较热的区域向较冷的区域提供的能量称为热。热传导是一种特定方式的传热,这种传热方式的能量交换发生在固体或静止流体(没有由于介质的宏观位移引起的对流运动)内,依靠物体内部的温度梯度从高温区域向低温区域传输能量。尽管热流不能直接测量,但由于它与可测量的称为温度的标量联系在一起,使它在概念上具有具体的物理意义。因此,如果物体内的温度分布 $T(\mathbf{r}, t)$ 一经被确定,即把它表示成空间位置与时间的函数,那么,根据联系热流与温度梯度的定律,不难求得物体内的热流。热传导理论最基本的任务就是确定固体内的温度分布。这一章我们将介绍:联系物体内部热流与温度梯度的基本定律,支配物体内部温度分布的热传导微分方程,适应于各种热传导问题的边界条件,为在不同正交坐标系中表示热传导方程所必要的坐标变换,以及对热传导方程的各种求解方法作一般性阐述。

1-1 热流密度

在实验观察的基础上,把热流与温度梯度两者联系起来的基本定律通常是以法国数学物理学家约瑟夫·傅里叶 (Joseph Fourier)[1]的名字命名的。傅里叶在他的《热的分析理论》的著作中阐述了这一定律。对于均匀的、各向同性的固体(材料的导热系数不随方向而变),傅里叶定律可表示为如下形式:

$$\mathbf{q}(\mathbf{r}, t) = -k \nabla T(\mathbf{r}, t) \quad \text{W/m}^2 \quad (1-1)$$

式中, 温度梯度是垂直于等温面的向量; 热流密度向量 $\mathbf{q}(\mathbf{r}, t)$ 表

示在单位等温面上，在温度降低的方向上单位时间内的热流量； k 称为材料的导热系数，它是一个正的标量。由于热流密度向量 $\mathbf{q}(\mathbf{r}, t)$ 是指向温度降低的方向，式(1-1)中负号的作用是使热流量成为一个正的量。当热流密度的单位取为 W/m^2 ，温度梯度的单位取为 $^{\circ}\text{C}/\text{m}$ 时，导热系数 k 的单位为 $\text{W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$ 。例如，在直角坐标系内，式(1-1)被写为

$$\mathbf{q}(x, y, z, t) = -i k \frac{\partial T}{\partial x} - j k \frac{\partial T}{\partial y} - k k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-2)$$

其中 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别为沿 x, y, z 、方向的单位向量。热流密度向量在 x, y, z 方向上的三个分量可分别表示为

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1-3)$$

有关热流密度向量 \mathbf{q} 以及它的分量在其它坐标系内的一般表达式在本节的后面[见式(1-20)、(1-21)]给出。显然，在给定温度梯度的条件下，热流的大小正比于材料的导热系数。因此，在热传导的分析中，材料的导热系数是一个很重要的性能参数，它直接影响物体内部热流的大小。各种工程材料的导热系数相差十分悬殊，最大的是纯金属，最小的是气体和蒸气，非结晶的绝热材料和无机液体的导热系数的值介于它们之间。为了对各种材料导热系数的大小有一个数量级的概念，把其中一些典型的导热系数值列于下面：

金属	50 至 415 $\text{W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$
合金	12 至 120 $\text{W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$
非金属液体	0.17 至 0.7 $\text{W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$
绝热材料	0.03 至 0.17 $\text{W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$
大气压下的气体	0.007 至 0.17 $\text{W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C})$

导热系数还随温度而变。大多数纯金属的导热系数随温度升高而减小，而气体与绝热材料却随温度升高而增加。在极低温条

件下,如图 1-1 所示,导热系数随温度(升高)而急剧变化,文献 [2—4]对各种材料的导热系数作了广泛的收集。

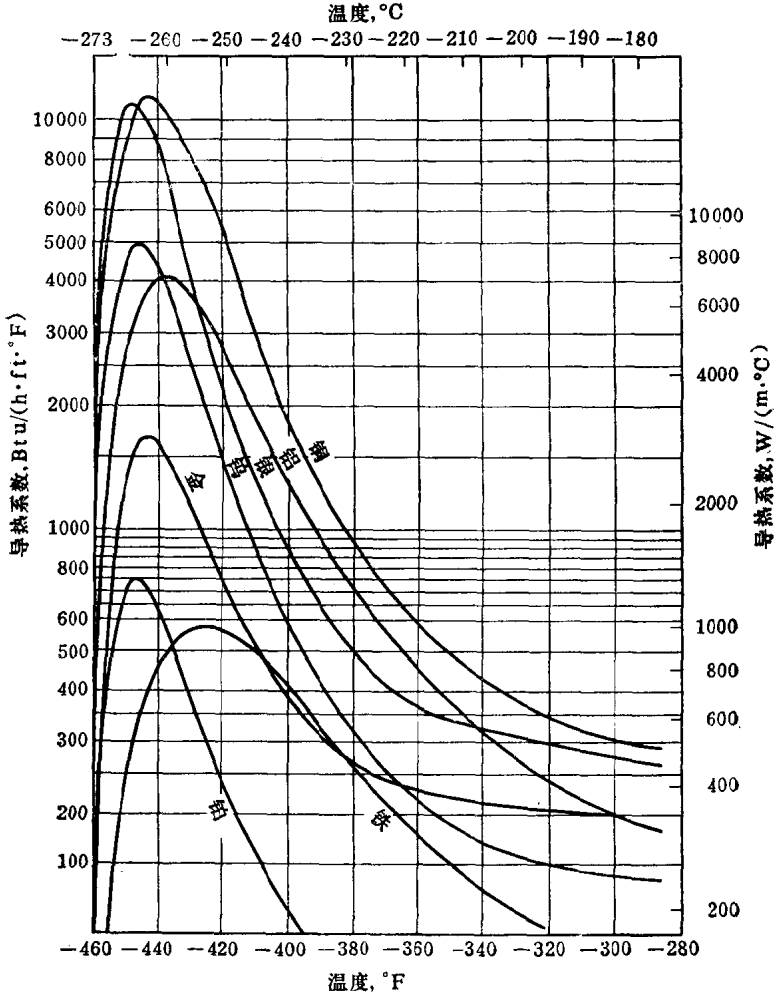


图 1-1 低温条件下各种金属的导热系数(选自[2])

表 1-1 列出了各种典型工程材料的导热系数, 以及比热 C_p 、

表 1-1 金属与非金属的物理性能

材 料	温 度 °C	$C_p \times 10^{-3}$ W·s/ (kg·°C)	k W/ (m·°C)	ρ kg/m ³	$\alpha \times 10^5$ m ² /s
金属					
铝	0	0.871	202.4	2719	85.9
铜	0	0.381	387.6	8978	114.1
金	20	0.126	292.4	19372	120.8
纯铁	0	0.435	62.3	7900	18.1
铸铁 (c≈4%)	20	0.417	51.9	7304	17.0
铅	21	0.126	34.6	11343	25.5
水银	0	0.138	8.36	13660	4.44
铉	0	0.431	59.52	8930	15.5
铈	0	0.234	418.7	10539	170.4
低碳钢	0	0.460	45.0	7884	12.4
钨	0	0.134	159.2	19372	61.7
铋	0	0.381	112.5	7176	41.3
非金属					
石棉	0	1.047	0.151	579	0.258
耐火砖	204	0.837	1.004	2317	0.516
粉状软木	37	2.010	0.042	128	0.155
耐热玻璃		0.837	1.177	2413	0.594
花岗岩	0	0.796	2.768	2703	1.291
冰	0	2.051	2.215	917	1.187
标本, 垂直于木纹的方向	29	1.716	0.192	708	0.160
松木, 垂直于木纹的方向	29	1.758	0.159	595	0.152
干石英砂		0.796	0.250	1657	0.206
软橡胶		1.884	0.173	1110	0.077

密度 ρ 和热扩散系数 α ^①, 它们也是分析热传导问题的重要物理性能参数。

1-2 热传导微分方程

下面推导静止的均匀物体内含有热源的各向同性物体的热传

① 热扩散系数也称热扩散率或导温系数——译者注。