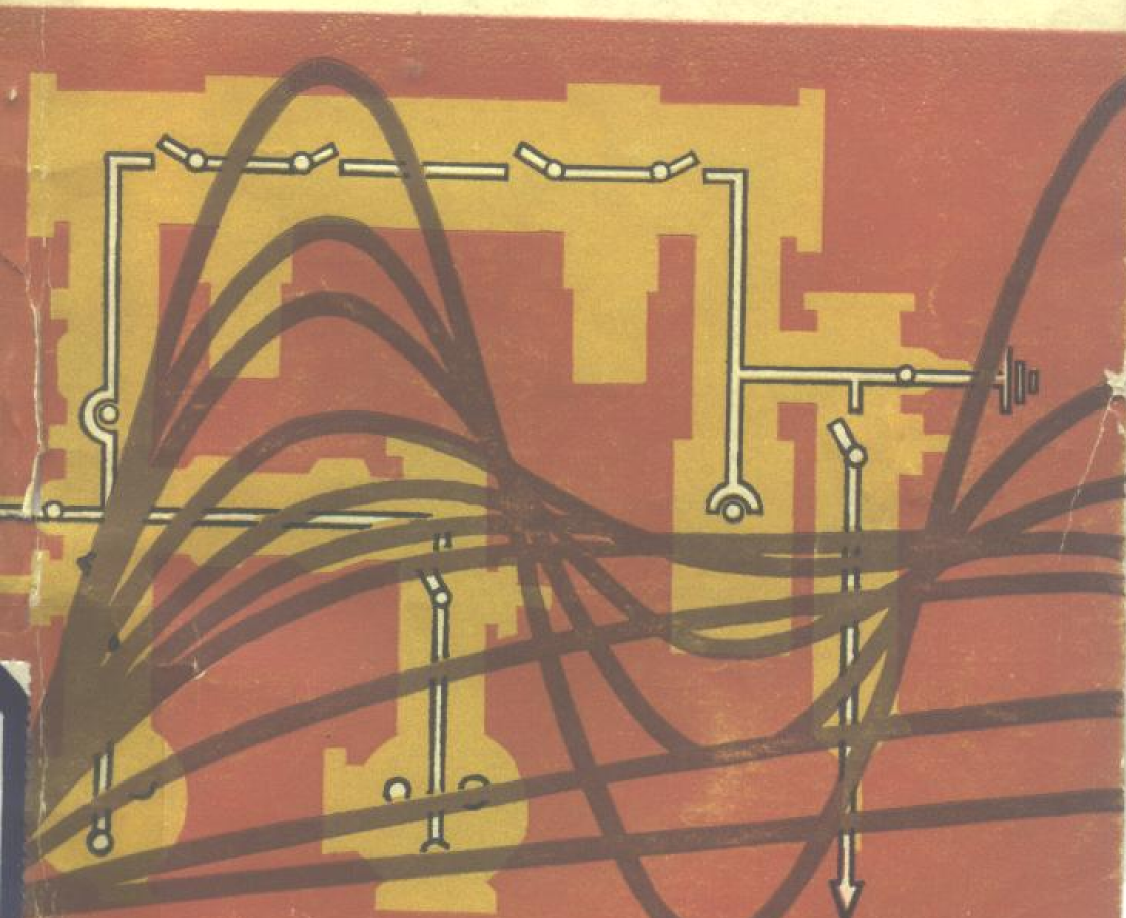
高低压电网中的暂态过程计算原理



[西德] E.斯拉麦卡 W.瓦特西 著

机 械 工 业 出 版 社

高低压电网中的暂态过程

计算原理

[西德] E.斯拉麦卡 W.瓦特西 著

程积高 译

袁文川 校

机械工业出版社

ZS12/19

序　言

本书综述的原理可以简化电网暂态过程的研究和计算。这些原理可使读者熟练地掌握几种好的计算方法，例如拉普拉斯变换法(运算法)、注入虚拟的补偿电量法以及将三相网络变为分量系统的方法。对于电网的主要元件都提出了等效电路，并用数学方法来分析各种等效电路(包括测量与试验电路）的暂态过程。分析的结果列在大量图表里。此外，附录中还有许多有用资料。

组成电路的元件若近似地具有不变参数以及集中参数，电路中发生的暂态过程可用简单的常系数微分方程表示。如果元件的参数随电流、电压或频率的改变而改变，则可把它们逐段地假定成参数不变的元件，而在计算相应暂态量时，将相应的起始条件考虑进去。至于在何种程度上把元件看成是集中参数，则视被研究的暂态过程的变化速度和时间范围而定。由于三相的暂态过程原则上可用单相的来表示，所以书中只研究单相暂态过程。

本书根据大功率试验室的实践以及教学经验写成的，可供机电专业的研究与制造部门和电力运行部门的工程技术人员以及大专院校师生参考。

目　录

1. 直流、交流网络中暂态过程的计算方法

通断操作使电路里能量状态发生变化，这便出现了由原状态变为新状态的暂态过程。

计算暂态过程有几种方法，它们共同的出发点都是用微分方程式描述暂态过程，而计算方法的繁与简则视解微分方程式的方法而异。原则上，各种计算方法都可得到所求解答，即求得暂态量的时间函数，但是计算的繁琐或简明的程度却往往大不相同。

下面将分别讲解各种计算方法的原理。

1.1 拉普拉斯变换

原函数变为象函数——正变换

在拉普拉斯积分

$$\mathcal{L}\{f(t)\}=F(P)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}\mathrm{d}t \qquad (1)$$

中，任一原函数$f(t)$唯一地对应一象函数$F(p)$。被积函数$f(t)$里往往只有时间t是独立变量，因此只需作一个简单的积分变换。p是象函数的变量。称式(1)为正向一维拉普拉斯变换。

变换规则

由拉普拉斯积分，可以得出下列拉普拉斯变换的计算规则：

1.	乘以常数	$\mathcal{L}\{af(t)\}=aF(p)$
2.	加和定理	$\mathcal{L}\{f_1(t)+f_2(t)\}=\mathcal{L}\{f_1(t)\}+\mathcal{L}\{f_2(t)\}=F_1(p)+F_2(p)$
3.	相似定理	$\mathcal{L}\{f(at)\}=\frac{1}{a}F\left(\frac{p}{a}\right)$
4.	位移定理	$\mathcal{L}\{f(t-a)\}=F(p)e^{-ap}$
5.	阻尼定理（象函数位移定理）	$\mathcal{L}\{f(t)e^{-at}\}=F(p+a)$
6.	乘法定理（象函数的微分）	$\mathcal{L}\{tf(t)\}=-\frac{dF(p)}{dp}$ $\mathcal{L}\{t^nf(t)\}=(-1)^n\frac{d^nF(p)}{(dp)^n}$
7.	除法定理（象函数的积分）	$\mathcal{L}\left\{\frac{1}{t}f(t)\right\}=\int_p^\infty F(p)dp$ $\mathcal{L}\left\{\left(\frac{1}{t}\right)^n f(t)\right\}=\int_p^\infty\int_p^\infty\cdots\int_p^\infty F(p)(dp)^n$ …n重积分
8.	微分定理	$\mathcal{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\}=pF(p)-f(0)$ $\mathcal{L}\left\{\frac{d(n)f(t)}{(dt)^n}\right\}=p^nF(p)-\sum_{k=1}^{n}p^{(n-k)}\left.\frac{d^{(k-1)}f(t)}{(dt)^{(k-1)}}\right\|_{t=0}$
9.	积分定理	$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(t)dt\right\}=\frac{1}{p}F(p)$ $\mathcal{L}\left\{\int_0^t\int_0^t\cdots\int_0^t f(t)(dt)^n\right\}=\frac{1}{p^n}F(p)$ n 重积分

(续)

10. 褶积定理	函数褶积： $f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,d\tau$ $=\int_0^t f_1(t-\tau)f_2(\tau)\,d\tau$ $\mathcal{L}\{f_1(t)*f_2(t)\}=\mathcal{L}\{f_1(t)\}\mathcal{L}\{f_2(t)\}$ $=F_1(p)F_2(p)$
11. 极限关系	$\lim\limits_{t\to 0}f(t)=\lim\limits_{p\to\infty}pF(p)$ $\lim\limits_{t\to\infty}f(t)=\lim\limits_{p\to 0}pF(p)$ 假设$f(\infty)$为有限数值
12. 周期函数的变换	假设$f(t)$是周期为T的周期函数， $f(t)=f(t+nT)$，则与其对应的象函数是： $F(p)=\frac{1}{1-e^{-pT}}\int_0^T f(t)e^{-pT}dt$

由上述计算规则得出，若变换时将微分方程的初始条件代入象函数方程中，那么拉普拉斯积分能把描述暂态过程由$t=0$开始的常系数n阶线性微分方程变换为以p为象函数变量的线性代数方程式。微分方程式如下：

$$a_n\frac{d^{(n)}f(t)}{(dt)^n}+a_{n-1}\frac{d^{(n-1)}f(t)}{(dt)^{n-1}}+\cdots+a_1\frac{df(t)}{dt}+a_0f(t)=g(t) \tag{2}$$

变换为代数方程式如下：

$$\begin{aligned}&a_n\left\{p^nF(p)-\sum_{k=1}^{n}p^{n-k}\left[\frac{d^{(k-1)}f(t)}{(dt)^{k-1}}\right]_{t=0}\right\}\\&+a_{n-1}\left\{p^{n-1}F(p)-\sum_{k=1}^{n-1}p^{n-1-k}\left[\frac{d^{(k-1)}f(t)}{(dt)^{k-1}}\right]_{t=0}\right\}\\&\vdots\\&+a_1\{pF(p)-f(0)\}+a_0F(p)=\mathcal{L}\{g(t)\}\end{aligned} \tag{3}$$

象函数方程的解是:

$$\mathcal{L}\{f(t)\}=F(p)=\frac{\mathcal{L}\{g(t)\}+a_n\sum_{k=1}^{n}p^{n-k}\left[\frac{d^{(k-1)}f(t)}{(dt)^{k-1}}\right]_{t=0}+a_{n-1}\sum_{k=1}^{n-1}p^{n-1-k}\left[\frac{d^{(k-1)}f(t)}{(dt)^{k-1}}\right]_{t=0}+\cdots+a_1f(0)}{a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1p+a_0} \tag{4}$$

由象函数变为原函数——反变换

用拉普拉斯反变换

$$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(p)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty}F(p)e^{pt}dp \tag{5}$$

可把象函数变成原函数。这式子为复变函数的积分，需要用函数论中的方法求解，但事实上这问题常可简化，因为微分方程式解的象函数常为 p 的有理函数，即

$$F(p)=\frac{b_mp^m+b_{m-1}p^{m-1}+\cdots+b_1p+b_0}{a_np^n+a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1p+a_0}+c_0+c_1p+c_2p^2+\cdots \tag{6}$$

式中 a_μ、b_μ、c_μ为实数，m与n为正整数，而且$m<n$。在附录中罗列了大量简单多项式与分式相对应的原函数，因而可节省反变换手续。假如分式相当复杂，那么须使分式的分母等于零，求出分母的根作为分解成部分分式的准备。374页列举出该法的基础。

表1所列对应式适用于无源、固定参数及集中参数元件的电工基本方程式。

表 1

原函数	象函数
$u(t)=Ri(t)$ $u(t)=L\frac{di(t)}{dt}$	$U(p)=RI(p)$ $U(p)=L[pI(p)-i(0)]$
$C\frac{du(t)}{dt}=i(t)$	$C[pU(p)-u(0)]=I(p)$

1.2 拉普拉斯变换中的运算法

计算基础

在一定前提条件下，由拉普拉斯变换直接推导出运算法⊖。始终可得同一的计算结果前提条件是：$t=0_-$ 时，即暂态过程开始前，被变换的函数$f(t)$及其所有导数必须等于零：

$$f(0_-)=0,\ \left[\frac{df(t)}{dt}\right]_{0-}=0,\cdots\left[\frac{d^nf(t)}{dt^n}\right]_{0-}=0 \qquad (7)$$

在这一前提下，拉普拉斯变换中象函数的计算，形式上与交流电路中复数计算法相一致。拉普拉斯变换中，象函数变量p等同于复数计算法的量$j\omega$。用p乘某象函数意味着微分与它对应的原函数（微分算子）；而用p除某象函数则意味着积分它的原函数（积分算子）。稳态下，交流电路的复

⊖ 拉普拉斯变换中的运算法的一种修正形式是变换-积分，

$$\mathcal{L}\{f(t)\}=p\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$$

它是由凡德波尔与卡尔松引进的。这种变换使原函数与象函数有同样的量纲。将355页对照表中的象函数乘以p便得出这种变换方案的对应关系。

运算法可上溯至海维赛德，他根据经验首创出运算法，但是未曾给出满意的数学推导。另外，海维赛德还提出了运算法的展开定理。

数方程式与这个电路中暂态变量的象函数方程式在结构上是对应的，见表 2。就象电路的复导纳 $G(j\omega)$ 或复阻抗 $Z(j\omega)$ 一样，可以列出运算导纳 $Y(p)$ 或运算阻抗 $Z(p)$，以及四端网络的运算传递函数 $A(p)$ 与该网络的复传递函数 $U(j\omega)$ 相对应，见表 3。

表 2

复 数 计 算	运 算 法 计 算
$u(j\omega)=RI(j\omega)$	$U(p)=RI(p)$
$u(j\omega)=j\omega LI(j\omega)$	$U(p)=pLI(p)$
$u(j\omega)=\frac{1}{j\omega C}I(j\omega)$	$U(p)=\frac{1}{pC}I(p)$

表 3

复 数 计 算	运 算 法 计 算
$I(j\omega)=Y(j\omega)u(j\omega)$	$I(p)=Y(p)U(p)$
$u(j\omega)=Z(j\omega)I(j\omega)$	$U(p)=Z(p)I(p)$
$F_a(j\omega)=u(j\omega)F_e(j\omega)$	$F_a(p)=A(p)F_e(p)$

计算方法

当给定输入函数 $f_e(t)$，也就是 $u(t)$ 或 $i(t)$，并给定运算传输函数 $A(p)$，也就是 $Y(p)$ 或 $Z(p)$ 时，可用三种不同的方法求出输出函数 $f_a(t)$，即 $i(t)$ 或 $u(t)$：

1. 将 $f_e(t)$ 变为 $F_e(p)$ 并乘以 $A(p)$，然后求出这乘积的反变换。

$$f_a(t)=\mathcal{L}^{-1}\{A(p)F_e(p)\} \tag{8}$$

2. 将 $A(p)$ 反变换为原函数，即求出传输函数的原函数，也叫做权函数 $a(t)=\mathcal{L}^{-1}\{A(p)\}$，然后求出 $a(t)$ 与 $f_e(t)$ 的褶积。

$$f_a(t)=a(t)*f_e(t)=\int_0^t a(\tau)f_e(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$=\int_0^t a(t-\tau)f_e(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad (9)$$

如果输入函数是零阶脉冲击函数 $\delta_0(t)$ (针函数,狄拉克-脉冲函数),因冲击函数转换成象函数为 1,因而有输出函数 $f_a(t)=a(t)$。

3.首先假定输入函数为单位阶跃函数 $\sigma(t)$,其阶跃幅度为 1,它的象函数为 $1/p$,然后将乘积 $\frac{1}{p}A(p)$ 变为原函数,即得到输出函数 (这输出函数与传输函数 $A(p)$ 有关),也叫做过渡函数:

$$h(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p}A(p)\right\} \qquad (10)$$

由 $h(t)$ 与某一输入函数 $f_e(t)$ 用杜阿密尔积分求输出函数 $f_a(t)$。

过渡函数 $h(t)$ 与权函数 $a(t)$ 之间的关系为

$$a(t)=\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t}$$

$\sigma(t)$ 是跃迁幅度为 1 的阶跃函数 (单位函数),它是无量纲的量:

$$\sigma(t)=\begin{Bmatrix}0 & 当\ t<0\\ 1 & 当\ t>0\end{Bmatrix}=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{\sin\omega t}{\omega}\mathrm{d}\omega$$

乘以阶跃函数意味着暂态过程是由 $t=0$ 开始的。以下各章为简便起见,虽然不写出阶跃函数,但是电流、电压函数总是与阶跃函数相乘的 (如无特别指明,函数由通断瞬间算起)。

$\delta_0(t)$ 是零阶冲击函数，量纲为 1/时间：

$$\delta_0(t)=\begin{cases}\infty & 当\ t=0\\ 0 & 当\ t\neq 0\end{cases}=\frac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\cos\omega t\,\mathrm{d}\omega$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta_0(t)\,\mathrm{d}t=1$$

图 1 表示阶跃函数与冲击函数。

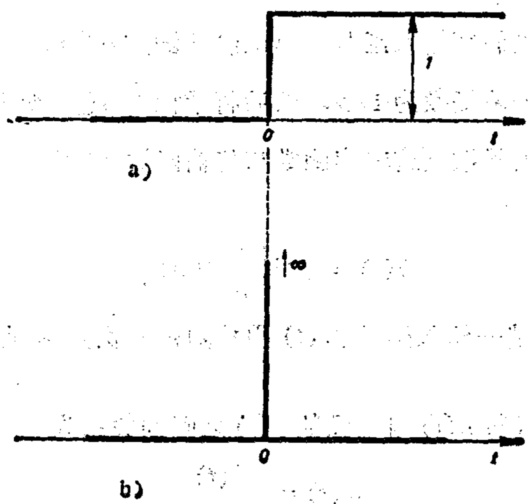


图 1
a) 阶跃函数 $\sigma(t)$　b) 冲击函数 $\delta_0(t)$

杜阿密尔积分

杜阿密尔积分是一褶积积分。若已知以阶跃函数$\sigma(t)$为注入量时的回路的过渡函数，而且注入电路的函数变化复杂，则利用杜阿密尔积分是有优点的。

杜阿密尔积分可写成下列几种形式：

$$f_a(t)=f_e(0)h(t)+\int_0^t \frac{\mathrm{d}f_e(\tau)}{\mathrm{d}\tau}h(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$=f_e(0)h(t)+\int_0^t \frac{\mathrm{d}f_e(t-\tau)}{\mathrm{d}(t-\tau)}h(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$f_a(t)=f_e(t)h(0)+\int_0^t f_e(\tau)\frac{\mathrm{d}h(t-\tau)}{\mathrm{d}(t-\tau)}\mathrm{d}\tau$$

$$=f_e(t)h(0)+\int_0^t f_e(t-\tau)\frac{\mathrm{d}h(\tau)}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}\tau$$

$$f_a(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t f_e(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_0^t f_e(t-\tau)h(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{11}$$

式中　$f_e(t)$——输入量，当$t<0$时$f_e(t)=0$；

$f_a(t)$——所求暂态量；

$h(t)$——$f_e(t)=\sigma(t)$时的所求暂态量。

所有这些公式同等有效，计算时可自由选用最便于计算的式子。

海维塞得展开定理

海维塞得展开定理对于某类象函数是普遍适用的反变换式子。有一些暂态过程可用下列公式表示：

$$F_a(p)=\frac{M(p)}{N(p)}$$

$$F_e(p)=\frac{b_m p^m+b_{m-1}p^{m-1}+\cdots+b_1 p+b_0}{a_n p^n+a_{n-1}p^{n-1}+\cdots+a_1 p+a_0}F_e(p) \tag{12}$$

式中 $m \leqslant n$，m、n为正整数；$N(p)$具有单实根或共轭复根p_μ，即$p_\mu=\alpha$或$p_\mu=-\delta \pm j\nu$。

公式(12)是输出函数的象函数$F_e(p)$，而输入函数$f_e(t)$可取不同的原函数：

1) $f_e(t)$在$t=0$时是一个阶跃型常数，即$f_e(t)=K$，假定$p_\mu \neq 0$，则

$$f_a(t)=K\Bigg\{\underbrace{\frac{M(0)}{N(0)}}_{\text{稳态过程}}+\underbrace{\sum_{\mu=1}^{n}\frac{1}{p_\mu}\left[\frac{M(p)}{\mathrm{d}N(p)/\mathrm{d}p}\right]_{p=p_\mu} e^{p_\mu t}}_{\text{暂态过程}}\Bigg\} \tag{13}$$

2) $f_e(t)$由$t=0$开始线性上升，即$f_e(t)=St$，假定$p_\mu \neq 0$，则

$$f_a(t)=S\left\{\frac{M(0)}{N(0)}t-\sum_{\mu=1}^{n}\frac{1}{p_\mu^{2}}\left[\frac{M(p)}{\mathrm{d}N(p)/\mathrm{d}p}\right]_{p=p_\mu}\left[1-e^{p_\mu t}\right]\right\} \tag{14}$$

3) $f_e(t)$设为由$t=0$起的正弦或余弦函数，即

a) $f_e(t)=K\sin(\omega t+\varphi)=K\frac{1}{j}Im\{e^{j(\omega t+\varphi)}\}$ ㊀

设 $p_\mu \neq j\omega$，则

$$f_a(t)=K\frac{1}{j}\ Im\Bigg\{\underbrace{\frac{M(j\omega)}{N(j\omega)}e^{j(\omega t+\varphi)}}_{\text{稳态过程}}-$$

㊀ 欧拉公式：$e^{\pm j(\omega t+\varphi)}=\underbrace{\cos(\omega t+\varphi)}_{\text{实部“}Re\text{”}}\pm\underbrace{j\sin(\omega t+\varphi)}_{\text{虚部“}Im\text{”}}$