

應用力學問題詳解

F. B. 西利 等原著
陳昆生 譯著

曉園出版社
世界圖書出版公司

應用力學問題詳解

F. B. 西利 等原著
陳昆生 譯著

曉園出版社
世界圖書出版公司

晓园出版社出版

世界图书出版公司北京公司重印

北京朝阳门内大街 137 号

北京中西印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经营

*

1994 年 10 月第 一 版 开本: 850×1168 1/32

1994 年 10 月第一次印刷 印张: 16.5

印数: 0001—400 字数: 41 万字

ISBN: 7-5062-1976-x/O·144

定价: 22.50 元 (WB9405/5)

世界图书出版公司已向台湾晓园出版社购得重印权
限国内发行

前 言

研習理工的同學，都有一種認識，那就是：一本書的習題往往是該書的精華所在，藉着習題的印證，才能對書中的原理原則澈底的吸收與瞭解。

有鑒於此，曉園出版社特地聘請了許多在本科上具有相當研究與成就的人士，精心出版了一系列的題解叢書，為各該科目的研習，作一番介紹與鋪路的工作。

一個問題的解答方法，常因思惟的角度而異。曉園題解叢書，毫無疑問的都是經過一番精微的思考與分析而得。其目的在提供對各該科目研讀時的參考與比較；而對於一般的自修者，則有啓發與提示的作用。希望讀者能藉着這一系列題解叢書的幫助，而在本身的學問進程上有更上層樓的成就。

SEELY 應用力學問題詳解

目 錄

第一章	緒 論	1
第二章	力系的合力	17
第三章	共平面力系之平衡	57
第四章	機器與桁架各構件中之內力	93
第五章	空間力系的平衡	125
第六章	摩 擦	145
第七章	虛功與最小位能之原理	167
第八章	質點之運動	175
第九章	剛體運動	241
第十章	力、質量及加速度	259
第十一章	慣性力法	339
第十二章	動量與衝量	365
第十三章	功與能	403
第十四章	撓性線纜	437
第十五章	向量分析概論	445
第十六章	質點對轉動軸組之相對運動	455
第十七章	機械振動概論	461
附 錄		473
力矩與中心轉動慣量		473

第一章 緒 論

本章主要初步介紹「力」的觀念，力是一種向量，所以其特性完全與向量之特性相同。任何一向量，吾人可將其分解成數個向量之和，同理，力亦可分解成分力。

一力作用於剛體發生之效應可視下列情形而決定：

(1)力的大小 (2)力的作用線位置 (3)力的方向

若作用於剛體之力其大小、方向、作用線均一定，則此力的作用點可沿作用線前後任意移動，此即力之「可傳性原理」(Principle of Transmissibility)

力矩定義： $\underline{T} \equiv \underline{r} \times \underline{F}$ ，可由右手定則決定其方向，故力矩亦為一向量。亦具有向量之特性，可分解之。

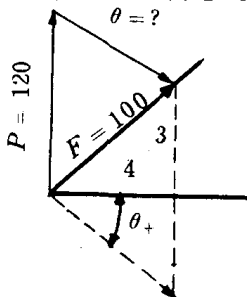
任何一力，吾人可將其分解成另一力及一力偶之合成，反之亦然。故將一力加上一力偶之效應為使此力的作用線移動至另一平行位置，力之大小與指向均不改變。

習題解答

2. 如圖 4 (a), 力 F 在點 C 分解成二個分力, 其中一個分力為 120 磅垂直向上, 求另一分力之大小及作用線。

解: 如圖 $Q = \sqrt{120^2 + 100^2 - 2 \times 120 \times 100 \times \cos 63^\circ}$
 $= 100$

$$Q_x = -37^\circ$$



3. 在 x 軸正方向有一水平力 $P = 100$ 磅, 作用於一物體。力 P 及 Q 方向 $\theta_x = 135^\circ$ 之合力為 R , 其大小為 100 磅。力求 Q 之大小及力 R 之方向。

解: 設 R 與 x 軸之夾角為 θ ,

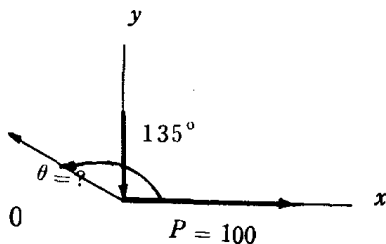
則 P, Q, R 三力合力為 0

$$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$$

$$\begin{cases} P + R \cos \theta + Q \cos 135^\circ = 0 \\ R \sin \theta + Q \sin 35^\circ = 0 \end{cases}$$

將已知數值代入 $P = 100, R = 100$

$$\begin{cases} 100 + 100 \cos \theta - \frac{\sqrt{2}}{2} Q = 0 \\ 100 \sin \theta + Q \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \end{cases}$$



由此可解出 $\theta_r = 90^\circ$, $Q = 141.4$

4. 如圖5所示, 力 R 分解成兩分力, 爲 P 沿 AB 作用, 及 Q 沿 BC 作用。

解: $\Sigma F_x = 0$

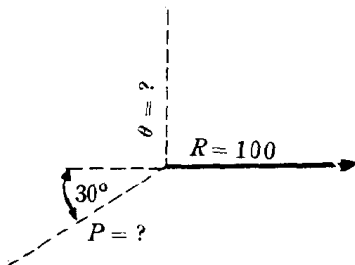
$$P \cos 30^\circ = 100$$

$$\therefore P = 115.4 \text{ lb}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R \sin 30^\circ = Q$$

$$\therefore Q = 115.4 \times \frac{1}{2} = 57.7 \text{ lb}$$



5. 在圖6, 力 P 分解成兩個分力, 爲力 Q 沿 AB 及力 S 有一過 O 之作用線。

解: 利用力矩平衡

$$Q \times 4 = 100 \times 3 \Rightarrow Q = 75$$

$$\begin{aligned} \text{通過} O \text{ 點之力 } S &= \sqrt{P^2 + Q^2} \\ &= \sqrt{75^2 + 100^2} \\ &= 125 \text{ lb} \end{aligned}$$

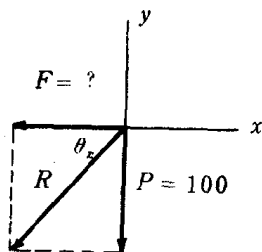
6. 在圖6, 力 P 及 F (未示出) 其作用力沿 AB 有一合力 R 過點 O , 求力 F 及合力 R 之大小。

解: $F = 100 \times 3/4 = 75 \text{ lb}$

$$R = \sqrt{100^2 + 75^2} = 125 \text{ lb}$$

$$\tan \theta_r = \frac{100}{75} = 1.333$$

$$\theta_r = 53^\circ$$



7. 在圖7之繩索 AE 對板 M 有100磅之作用力, 分解此力成分力 F_x 垂直於板 M , F_y 沿邊 AD , F_z 沿邊 AB 。

解: $AE = 100 \text{ lb}$

$$F_y = 100 \cos \theta_y = 100 \times 3/5 = 60 \text{ lb}$$

$$AF = 100 \times 4/5 = 80 \text{ lb}$$

$$F_z = -AF \cos 60^\circ = -80 \cos 60^\circ = -40 \text{ lb}$$

$$F_x = AF (-\sin 60^\circ) = 80 (-\sqrt{3}/2) = -69.3 \text{ lb}$$

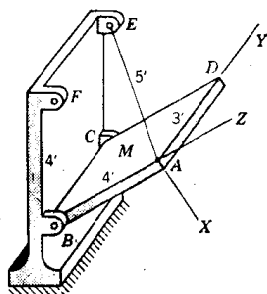


圖 7

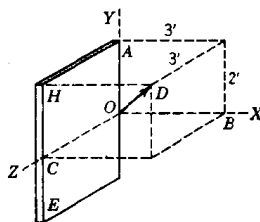


圖 8

8. 在圖 8 之向量 OD 表示 50 磅之力，作用於剛體 AE ，分解此力沿線 OA ，及 OC (F_x , F_y 及 F_z) 之分力。若物體 AE 伸延至點 D 時，問這些分力應用於 D ，其外應效應是否相同。

$$\text{解：} \cos \theta_x = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 3^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{22}}$$

$$\cos \theta_y = \frac{3}{\sqrt{22}}$$

$$\cos \theta_z = \frac{2}{\sqrt{22}}$$

$$F_x = 50 \times \cos \theta_x = 50 \times \frac{3}{\sqrt{22}} = 32 \text{ lb}$$

$$F_y = 50 \times \cos \theta_y = 32 \text{ lb}$$

$$F_z = 50 \times \cos \theta_z = 21.3 \text{ lb}$$

若剛體 AE 擴大至包含 D 點，此力作用之外效應 (External Effect) 仍同樣。

9. $OE = 15$ 吋 $OD = 12$ 吋 $DE = 9$ 吋
 $F = 100$ lb

$$\text{解: } \cos \theta_x = \frac{15}{\sqrt{15^2 + 12^2 + 9^2}} = 0.707$$

$$\cos \theta_y = \frac{12}{\sqrt{15^2 + 12^2 + 9^2}} = 0.565$$

$$\cos \theta_z = \frac{9}{\sqrt{15^2 + 12^2 + 9^2}} = 0.424$$

$$F_x = 100 \times \cos \theta_x = 70.7 \text{ lb}$$

$$F_y = 100 \times \cos \theta_y = 56.5 \text{ lb}$$

$$F_z = 100 \times \cos \theta_z = 42.4 \text{ lb}$$

12. 在圖 14 中， P 及 Q 之合力為 20 磅，通過點 D ，求力 P 和 Q 對點 A 的力矩的代數和。每格代表一呎。

解：合力通過 C 點，故其對 A 點之力矩為

$$M = 20 \times CA = 20 \times 3 = 60 \text{ lb-ft}$$

13. 在圖 14 中，設力的大小為 100 磅，求對點 A, B, C 及 D 的力矩。

解： $P = 100$ lb

將 P 力分為 P_x 及 P_y

$$P_x = 100 \cos \theta = 44.8 \text{ lb}$$

$$P_y = 100 \sin \theta = 89.5 \text{ lb}$$

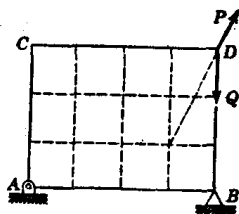
其對 A, B, C, D 各點之力矩為

$$M_A = 89.5 \times 4 - 44.8 \times 3 = 223.6 \text{ lb-ft}$$

$$M_B = -44.8 \times 3 = -134.4 \text{ lb-ft}$$

$$M_C = 89.5 \times 4 = 358 \text{ lb-ft}$$

$$M_D = 0$$



■ 14

14. 在圖 14 中，一力 S （圖中未示）作用於點 B ，力作用線於圖之平面

6 應用力學問題詳解

上，若力 S 作用於 A 之力矩為 $+20$ 磅呎，於 C 為 $+35$ 磅呎，求力 S 之大小與方向。

答： $S = 7.07$ 磅， $\theta_x = 45^\circ$

解：將 S 分為 x 向及 y 向之分力 S_x ， S_y ，

$$20 = S_y \times 4 \quad \therefore S_y = 5 \text{ lb}$$

$$35 = S_y \times 4 + S_x \times 3 \quad \therefore S_x = 5 \text{ lb}$$

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = 5\sqrt{2} = 7.07 \text{ lb}$$

$$S \text{ 力與 } x \text{ 軸之夾角 } \theta_x = \tan^{-1} \frac{S_y}{S_x} = \tan^{-1} 1 = 45^\circ$$

15. 一力 P 18 磅作用於沿正角錐的一邊，如圖 15 所示。求 P 沿 AB 邊之力矩。

解：以 O 為原點訂出座標，將 P 力分解為 P_x ， P_y ， P_z

$$\text{由圖可看出 } \cos \theta_x = \frac{4}{\sqrt{7^2 + 4^2 + 4^2}} = \frac{4}{9}$$

$$\cos \theta_y = \frac{4}{9}$$

$$\cos \theta_z = \frac{7}{9}$$

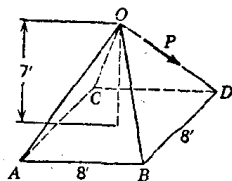


圖 15

$$P_x = P \cos \theta_x = 18 \times \frac{4}{9} = 8$$

$$P_y = P \cos \theta_y = 8$$

$$P_z = P \cos \theta_z = 14$$

AB 方向之力矩 M_{AB}

$$\therefore M_{AB} = -4 \times P_x - 7 \times P_y = -112 \text{ lb-ft}$$

16. 如圖 15 所示，若力 P 對點 B 及 C 的連線之力矩為 100 磅呎，求力 P 之大小。

答： $P = 22.7$ 磅

$$\text{解： } 100 = 7 \times \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = 7 \times \sqrt{2P_x^2} \quad (\because P_x = P_y)$$

$$\therefore P_x = 10.1 \text{ lb}$$

$$P_x = P \cos \theta_x$$

$$10.1 = P \times \frac{4}{9}$$

$$\therefore P = 22.7 \text{ lb}$$

17. 在圖 11 (a) 中，一力 P 作用於點 B ，力之作用線在平行於 yz 面之平面上。對 Y 軸及 Z 軸的力矩各為 -15 磅呎及 -20 磅呎。求力 P ，並以圖表示向量。並求對 x 軸的力矩。圖中每格表一呎。

$$\text{解：} M_y = P_z \times 5$$

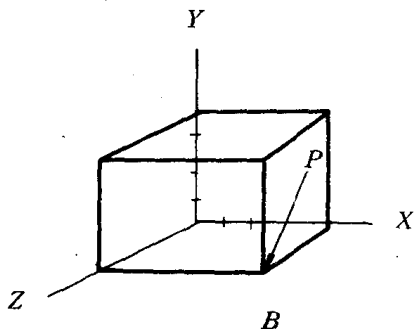
$$-15 = P_z \times 5 \quad \therefore P_z = -3 \text{ lb}$$

$$M_z = P_y \times 5$$

$$-20 = P_y \times 5 \quad \therefore P_y = -4 \text{ lb}$$

$$P = \sqrt{P_z^2 + P_y^2} = 5 \text{ lb}$$

$$M_x = P_z \times 4 = -3 \times 4 = -12 \text{ lb-ft}$$



18. 在圖 11 (a) 中，求對 Y 軸 30 磅和 40 磅力的力矩的代數和。

解： XZ 面上之力對 Y 軸會產生力矩

垂直 XZ 面上之力對 Y 軸不產生力矩

$$30 \text{ lb 之力 } P, \text{ 可分解爲 } P_x = \frac{2}{\sqrt{4+16}} \times 30 = \frac{30}{\sqrt{5}}$$

$$P_y = \frac{2}{\sqrt{5}} \times 30$$

$$40 \text{ lb 之力 } Q \text{ 可分解爲 } Q_z = -40 \times \frac{4}{5} \quad Q_y = \frac{3}{5} \times 40$$

$$\text{對 } y \text{ 軸之力矩 } M_y = P_z \times 4 - Q_z \times 6$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times 30 \times 4 + 40 \times \frac{4}{5} \times 6$$

$$= 54 + 192 = 246 \text{ lb-ft}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times 30 \times 4 + 40 \times \frac{4}{5} \times 6$$

$$= 54 + 192 = 246 \text{ lb-ft}$$

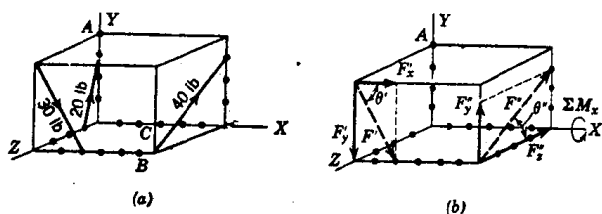


圖 11

19. 有一 20 磅之力作用於門之握鎖，如圖 16，力之作用線在垂直於門的平面上，問此力對 YY 軸之力矩若干？

$$\text{解：} M_y = -20 \times \sin 45^\circ \times 3 = -42.4 \text{ lb-ft}$$

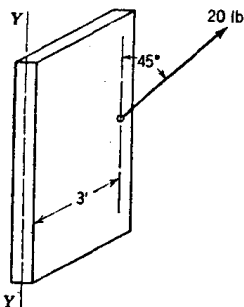


圖 16

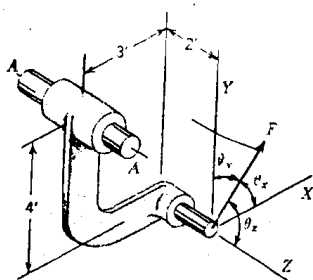


圖 17

20. 圖 17 中，有一 140 磅之力 F ，其方向餘弦為 $\cos \theta_x = \frac{3}{7}$ ， $\cos \theta_y = \frac{6}{7}$ ， $\cos \theta_z = \frac{2}{7}$ ，求 F 對旋轉軸 AA 的力矩。

解： $F_x = 140 \times 3/7 = 60 \text{ lb}$

$$F_y = 140 \times 6/7 = 120 \text{ lb}$$

$$M_A = F_x \times 4 + F_y \times 3 = 60 \times 4 + 120 \times 3 = 600 \text{ lb-ft}$$

21. 在圖 3 中， F 對 CE 的力矩的大小為 32 磅吋。及邊 OE ， OD 和 OB 各為 7 吋，4 吋及 4 吋，求 F 之大小。

$$\text{解： } \cos \theta_x = 7 / \sqrt{4^2 + 4^2 + 7^2} = \frac{7}{9}$$

$$\cos \theta_y = 4/9 \quad \cos \theta_z = 4/9$$

$$M_{CE} = F_y \times 7$$

$$= F \cos \theta_y \times 7$$

$$32 = F \times 4/9 \times 7$$

$$\therefore F = 10.3 \text{ lb}$$

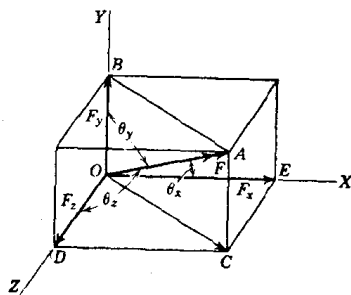


圖 3

24. 由 18 節討論的力偶的變換，將兩 20 磅的力偶作用於 A 及 B 如圖 24 所示。

解：外效應決定之條件為 (1) 力偶轉矩之大小

(2) 力偶旋轉之指向

(3) 力偶作用平面之方位

如本題：① 20 磅力之作用力偶轉矩為 40 lb-in

$$10 \text{ 磅力之作用力偶轉矩為 } 10 \text{ lb} \times 4 \text{ in} = 40 \text{ lb-in}$$

② 力偶旋轉指向由右手定則，看出兩力作用相同

③ 兩力作用平面互相平行，其方位同

$\therefore$ 此兩力對物體外效應不變

25. 圖 24，證明由一相當力偶代替此兩修力偶，(a)用力偶變換，(b)用力偶的向量表示。

解：變化步驟如下圖(a)~(d)

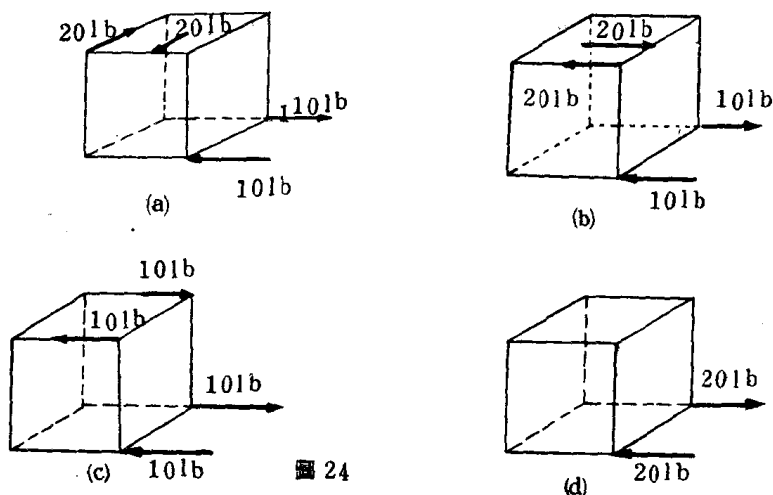


圖 24

26. 在圖 25 中，表示裝於 O 軸之物體， C 點有一 20 磅垂直力 P 作用，試將 P 力分解為作用於 O 的一個力，與組成力偶(a)作用於 A 與 B 之二水平力，及(b)作用於 A 與 B 之二垂直力。

解：力偶分解變化步驟如下圖(a)~(c)

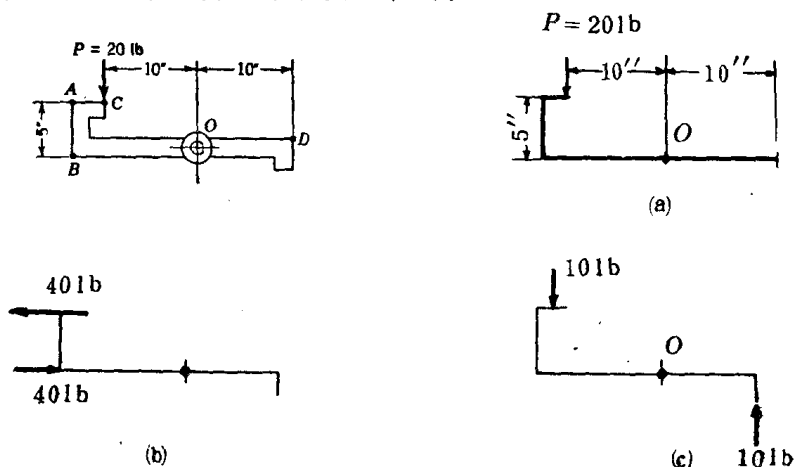
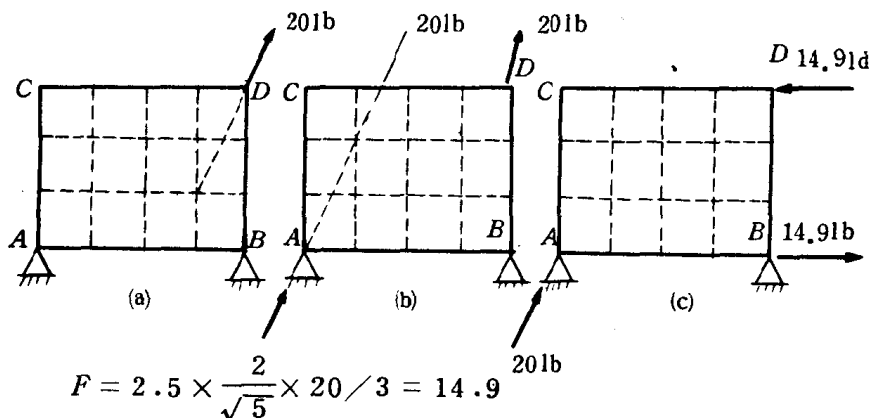


圖 25

27. 在圖 14 中，力 P 20 磅，求在 A 點有一力及一力偶作用於 B 及 D 之平力，代替力 P ，而對物體之外效不變。

解：



28. 有一連接 B (圖 26) 用三個鉚釘連接另一板 A 。在 O 點以 4000 磅之力傳至 A 板，分解此力成一作用線過通中間的一個鉚釘 C 的力，及作用線通過上下鉚釘的二水平力組成的力偶。

解：力之分解及力偶變化如下圖(a)~(c)

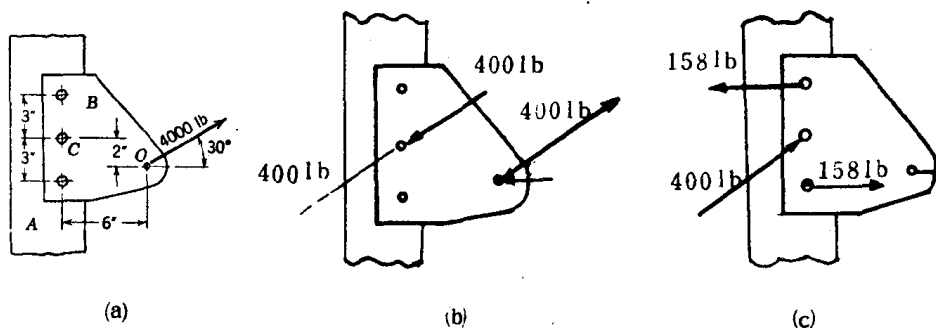


圖 26

29. 一力 P 1000 磅作用一物體如圖 27 所示，分解此力成作用於 A 的力及一力偶。

答： $P = 1000$ 磅，向下； $C = 10,000$ 磅吋，反時針

解：將 P 力分解成作用 A 之力及一力偶

作用於 A 之力 $F = 1000 \text{ lb}$ 向下

力偶 $T = 10'' \times 1000 \text{ lb} = 10000 \text{ lb}\cdot\text{in}$ 逆時針

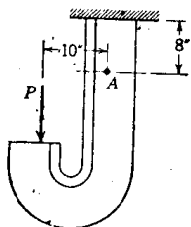


圖 27

30. 圖 28 分解力 P 成—作用於點 O ($ABCD$ 面的中心) 的力及—力偶，然後再分解此力偶成坐標平面之分力偶。

解：分解步驟如下圖(a)~(d)

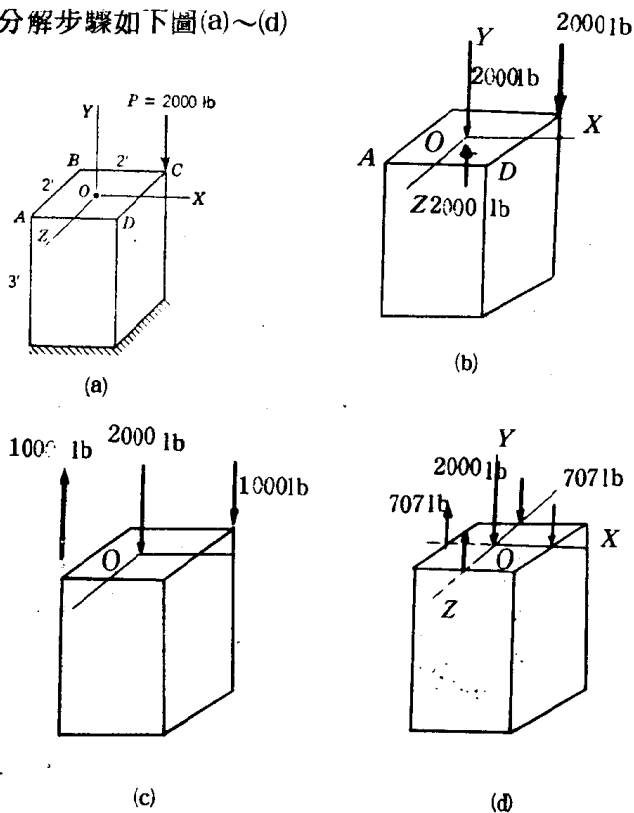


圖 28