



高等学校教材

自动控制理论习题集

华中理工大学 孙扬声 主编



7p3-00

高等学校教材



自动控制理论习题集

华中理工大学 孙扬声 主编

水利电力出版社

(京)新登字115号

内 容 提 要

本书为高等学校自动控制理论课程的辅助教材。共分九章,包括绪论,线性动态系统,传递函数的建立,反馈控制系统的性能及暂态、稳态性能分析,频率特性,稳定性分析,基于Bode图的设计及校正,根轨迹法,线性离散控制系统等。本习题集与作者所主编的《自动控制理论》课教材紧密配合。各章均有一定数量的例题、练习题、思考题,章末附有练习题参考答案。

本书可作为高等院校“电力系统及其自动化”专业、“电力系统继电保护及自动化”专业的辅助教材,也可供其它有关专业选用。

2025/40 08

高 等 学 校 教 材

自动控制理论习题集

华中理工大学 孙扬声 主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 9.75印张 217千字

1992年11月第一版 1992年11月北京第一次印刷

印数0001—6190册

ISBN 7-120-01594-X/TP·45

定价2.60元

前 言

本书系根据能源部教育司制定的《1990~1992年高等学校教材编审出版计划》而编写的。

全书共分九章，内容包括：绪论，线性动态系统，传递函数的建立，反馈控制系统的性能及暂态、稳态性能分析，频率特性，稳定性分析，基于Bode图的设计及校正，根轨迹法，线性离散控制系统等。各章均有一定数量的例题、练习题和思考题，章末附有练习题的参考答案。

本书由华中理工大学孙扬声任主编，张永立同志参加编写，由天津大学孙雅明同志担任主审。

由于编者水平有限，肯定还存在不少缺点和错误，恳请广大读者批评指正。

主 编

1991年6月

目 录

前 言	
第一章 绪论	1
一、例题	1
二、练习题	4
三、练习题参考解答	6
第二章 线性动态系统	7
一、例题	7
二、练习题	19
三、思考题	21
四、练习题参考解答	22
第三章 传递函数的建立	24
一、例题	24
二、练习题	42
三、思考题	46
四、练习题参考解答	47
第四章 反馈控制系统的性能及暂态、稳态性能分析	50
一、例题	50
二、练习题	58
三、思考题	61
四、练习题参考解答	61
第五章 频率特性	64
一、例题	64
二、练习题	70
三、思考题	73
四、练习题参考解答	74
第六章 稳定性分析	78
一、例题	78
二、练习题	88
三、思考题	92
四、练习题参考解答	92
第七章 基于Bode图的设计及校正	95
一、例题	95
二、练习题	106
三、思考题	108
四、练习题参考解答	108

第八章 根轨迹法	111
一、例题	111
二、练习题	122
三、思考题	124
四、练习题参考解答	125
第九章 线性离散控制系统	128
一、例题	128
二、练习题	142
三、思考题	145
四、练习题参考解答	146

第一章 绪 论

一、例 题

【例 1-1】 图1-1(a)是电热箱温度控制系统。要求：

(1) 说明当周围环境温度下降时，该控制系统如何工作。

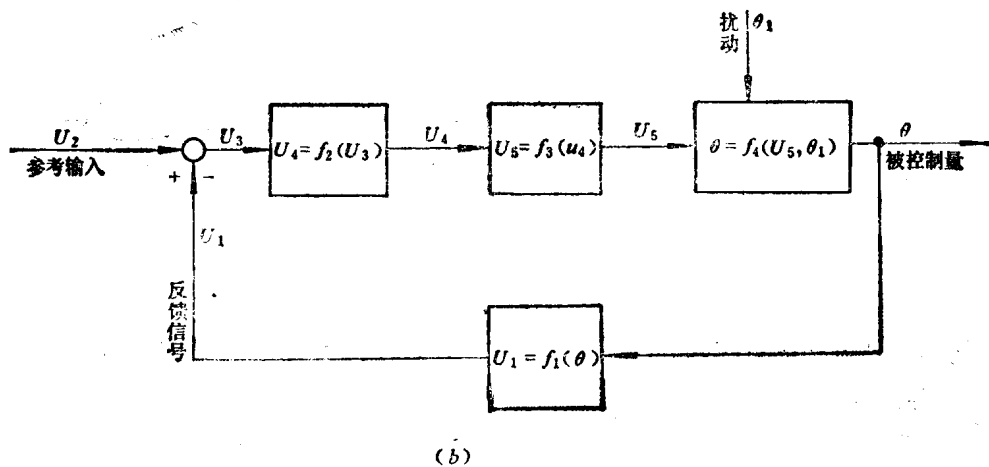
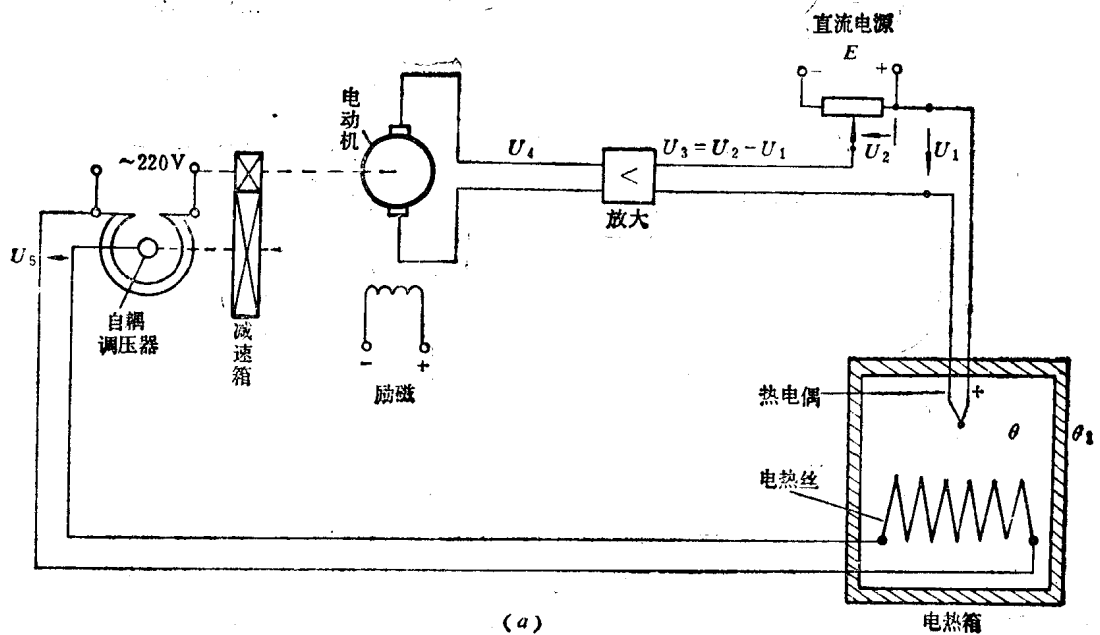


图 1-1 例1-1的图
(a)电热箱温度控制系统; (b)电热箱温度控制系统方框图

(2) 绘出系统方框图, 指出它是开环还是闭环控制系统。

解 (1) 这是一个温度控制系统。其目的是要维持电热箱内的温度 θ 恒定。 θ 是被控制量。热电偶上的电压 U_1 反映箱内温度, 它相当于被控制量 θ 的反馈信号。图中电位器上可调电压 U_2 是参考输入信号, 反映箱内温度的希望值。差电压 $U_3 = U_2 - U_1$ 是误差信号, 经放大后, 用以驱动电动机, 电动机的正转、反转或停止取决于误差信号 U_3 为正、为负或为零。电动机经减速箱带动自耦调压器作相应的运动, 从而使供给电热丝的电压 U_4 升高、降低或维持不变。

当电热丝上产生的热量与电热箱向周围环境散失的热量相等时, 误差信号 U_3 为零, 电动机停止转动, 电热丝电压 U_4 维持不变。这时电热箱内温度等于给定的希望值。而当周围环境温度 θ_1 下降时, 散失热量增加, θ 下降, 引起下列各量的相应变化

$$\begin{aligned} \theta_1 \downarrow \Rightarrow \theta \downarrow \Rightarrow U_1 \downarrow \Rightarrow U_3 = (U_2 - U_1) \uparrow \Rightarrow U_4 \uparrow \\ \theta \uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow U_4 \uparrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \end{aligned}$$

直至达到新的平衡为止。

(2) 上述控制过程可以用方框图表示, 如图1-1(b)所示。显然, 这是一个闭环控制系统。它的作用是使被控制量 θ 保持恒定, 且等于由参考输入量 U_2 所决定的希望值(图中未示出)。这里, 周围环境温度 θ_1 可视为外界扰动信号。

【例 1-2】 有一控制系统如图1-2(a)所示, 其输入量为转角 θ_1 , 输出量为转角 θ_2 。要求:

(1) 概述系统工作原理, 并说明当 θ_1 加大时, θ_2 是如何跟随运动的。

(2) 画出系统方框图。

解 这是一个关于角位移的闭环控制系统, 它使转角 θ_2 跟踪 θ_1 而变化。例如电位器 R_{w1} 的方向角 θ_1 代表雷达指向, 而 θ_2 代表火炮瞄准方向, 只要 θ_2 能准确地跟踪 θ_1 而变, 就能瞄准运动着的目标。

(1) 由于电位器 R_{w1} 与 R_{w2} 的外加电源电压极性相反, 故送到运算放大器输入端的电压 U_1 与 U_2 的极性也相反, 即通过运算放大器实现信号相减并放大。当转角 θ_1 加大后, 电压 U_1 上升, 电压差 $\Delta U = U_1 - U_2$ 就会上升。紧接着便是 U_3 、 U_4 、 θ_2 跟着加大, θ_2 随之上升, 最终保持偏差值 $\Delta U = U_1 - U_2 = 0$ 。这就达到了跟踪的目的。

这一过程用符号表示, 则有

$$\begin{aligned} \theta_1 \uparrow \Rightarrow U_1 \uparrow \Rightarrow \Delta U = (U_1 - U_2) \uparrow \Rightarrow U_3 \uparrow \Rightarrow U_4 \uparrow \\ \text{直至 } \Delta U = 0 \Leftarrow \Delta U \downarrow \Leftarrow U_3 \downarrow \Leftarrow U_4 \downarrow \Leftarrow \theta_2 \downarrow \Leftarrow \theta_1 \downarrow \Leftarrow \end{aligned}$$

(2) 与上述过程对应的系统方框图示于图1-2(b)中。需要指出的是, 图中除 $\theta_2 = f(U_4)$ (U_4) 而外, 其它环节均可近似地用比例关系描述。而 $\theta_2 = f_s(U_4)$ 中, 不仅含有比例关系, 还含有积分或累加作用, 即使 U_4 保持某一非零值不变, 随着时间的推移, θ_2 也会不断增加。只有当 $U_4 = 0$ 以后, U_4 才保持已达到的值不变。

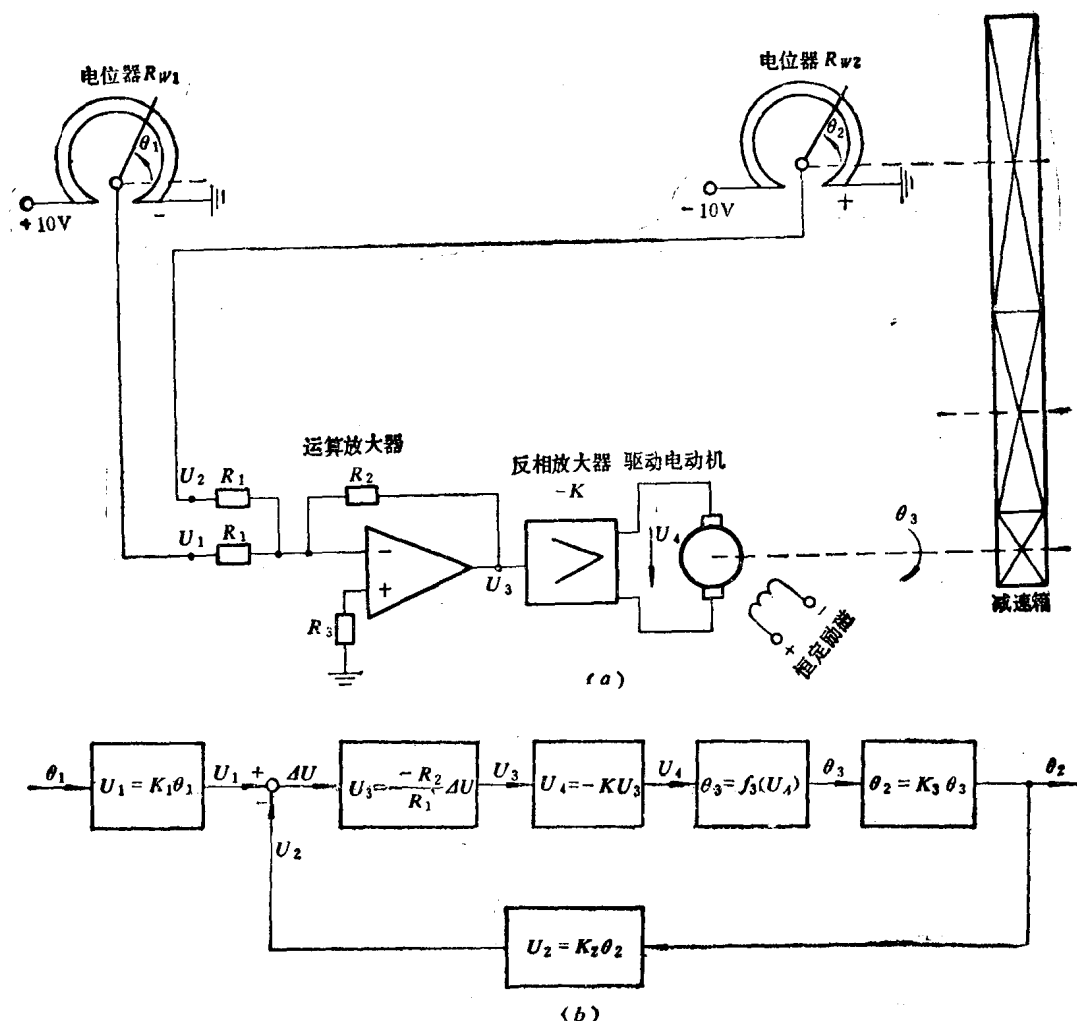


图 1-2 例1-2的图

(a)关于角位移的闭环控制系统；(b)角位移控制系统方框图

【例 1-3】 有一发电厂锅炉汽包水位恒值控制系统（又称调节系统）如图1-3所示。它具有两个调节环路：反馈调节环路和扰动调节环路，试说明该系统的大致调节过程，并说明这两个调节环路的作用和性质。

解 正常工作时，锅炉汽包的作用是把锅炉内的汽与水分离开来，它对水位有严格的调节要求。水位过高容易把水带入汽轮机，打坏汽轮机叶片；水位过低时又会导致“干锅”，都是危险的。该控制系统的任务就是保持汽包水位为恒值，系统通过调节给水量达到此目的。

首先，考察反馈调节环路的作用。当汽轮机用汽量过大、或给水泵所给水量过小时，会引起汽包水位下落。水位变送器将下落量转换为电信号传送到反馈调节器，并与水位给定信号相比较。当水位给定信号不变时，反馈调节器的输出量上升，通过执行机构开大电磁阀门，增大给水量。反之，则会减小给水量。

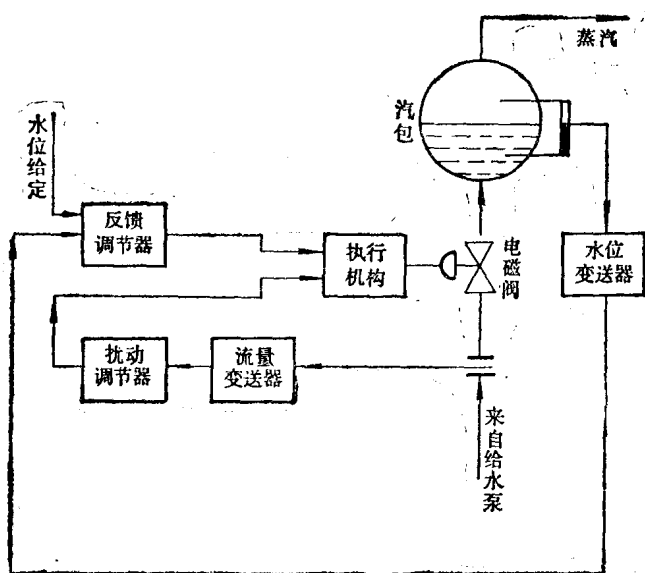


图 1-3 锅炉汽包水位控制系统

器加大给水量。这就使得系统反应迅速，且减轻了反馈调节环路的负担。它与扮演主角的反馈调节环路相互补充，改善了调节质量和速度。

在上述两个控制环路中，反馈控制环路是将输出量反馈回来，与输入量比较后进行控制的，属于全系统的闭环控制；扰动调节则没有反映输出量，仅仅反映了扰动量，属于局部反馈控制。

二、练 习 题

1-1 试列举三个你所接触到的自动控制装置，说明每个装置的控制结构是开环的还是闭环的。

1-2 核反应堆的裂变反应水平受石墨棒插入深度的控制，当插入愈深时，其反应水平愈降低。而反应水平可用一个电离箱来测量，它的输出电流与反应水平成正比。其原理示意图见图1-4。试设计一台自动控制装置控制该核反应堆，使其裂变反应程度维持在给定水平。

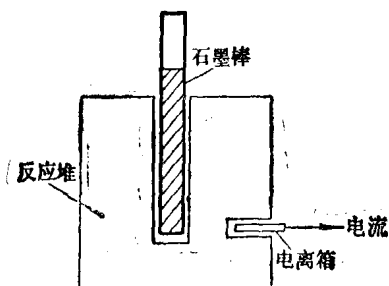


图 1-4 核反应堆原理示意图

1-3 洗衣机控制系统方框图如图1-5所示，试问该系统属开环控制还是闭环控制系统？请设计一个闭环控制的洗衣机系统方框图。

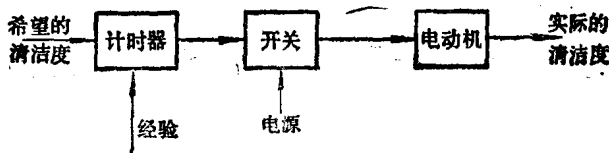


图 1-5 洗衣机控制系统方框图

1-4 有两个汽轮发电机组转速调节系统如图1-6(a)、(b)所示。试分析它们的控制原理，指出两者是开环控制还是闭环控制系统。你能画出它们的系统方框图吗？

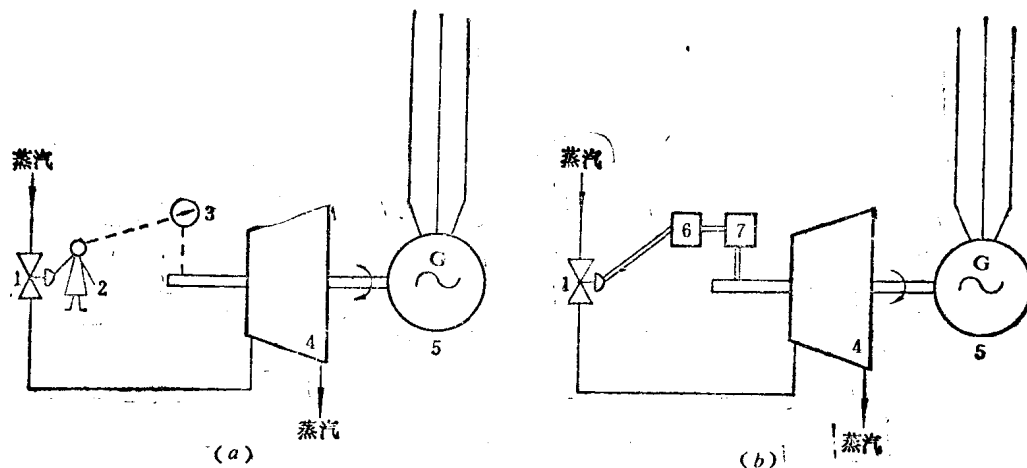


图 1-6 汽轮发电机组转速调节系统

1—进汽阀门；2—操作人；3—转速表；4—汽轮机；5—同步发电机；
6—调节器；7—转速检测元件

1-5 试说明开环控制系统与闭环控制系统的主要特征，比较它们的优缺点。

1-6 试举例说明一个控制系统采用闭环结构或采用开环结构，但加装扰动补偿环节，两者各有什么优缺点？

1-7 有一水位控制装置如图1-7所示。试分析它的控制原理，指出它是开环控制系统还是闭环控制系统，它的被控制量、参考输入量、扰动量是什么。试仿照教材第一章的方框图绘制出它的系统方框图。

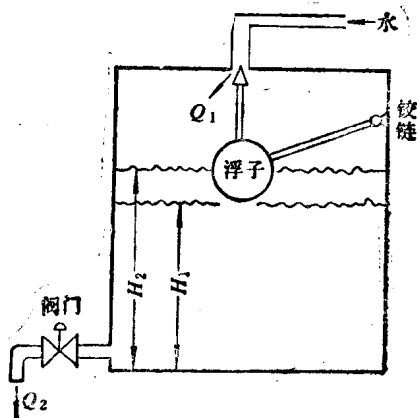


图 1-7 水位控制装置

Q_1 —输入流量； Q_2 —输出流量； H_1 —实际水位； H_2 —希望水位

三、练习题参考解答

1-4 图1-6(a)所示系统属开环控制系统。如果把人的感官、大脑和四肢作为控制系统的组成部分，也可理解为一种广义的闭环控制系统。但人毕竟不能当作机器部件。因而图1-6(a)只能看作是开环控制系统，其输入量是阀门1的开度，输出量是汽轮机转速。

图1-6(b)则是闭环控制系统，它无需人经常、直接参与操作即可维持正常工作。其输入量是希望转速，输出量（被控制量）是汽轮机实际转速。当汽轮机转轴上的阻力矩变化时会引起汽轮机转速变化，故它属于扰动量。

上述两个系统的方框图如图1-8(a)、(b)所示。

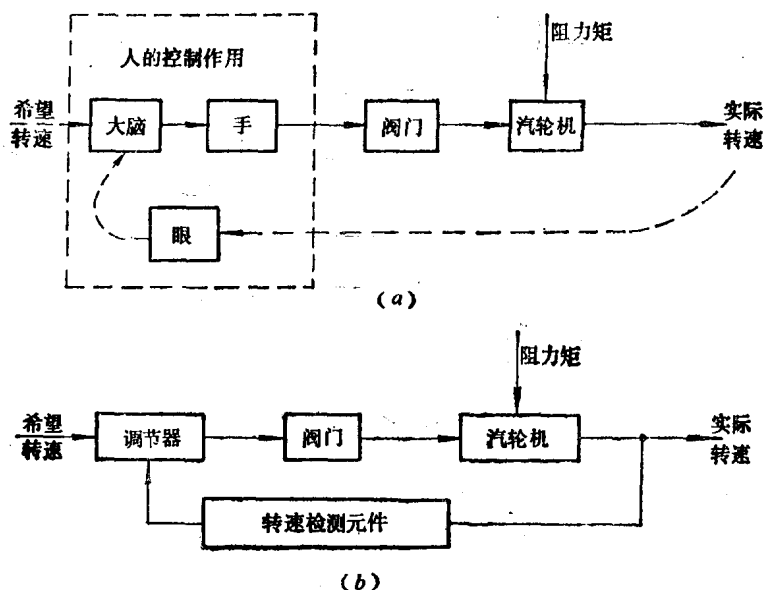


图 1-8 汽轮发电机组转速调节系统方框图

1-7 该控制装置的系统方框图如图1-9所示。

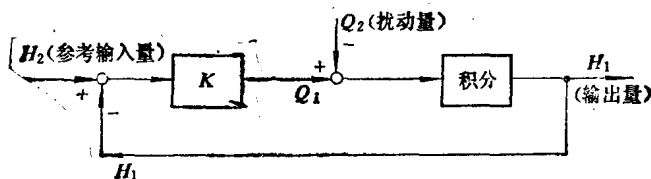


图 1-9 水位控制系统方框图

第二章 线性动态系统

一、例 题

【例 2-1】 试判断图2-1(a)、(b)、(c)、(d)中各物理系统属于什么性质：线性或非线性，静态或动态，有多少个状态量。图中 u 为输入量， y 为输出量。

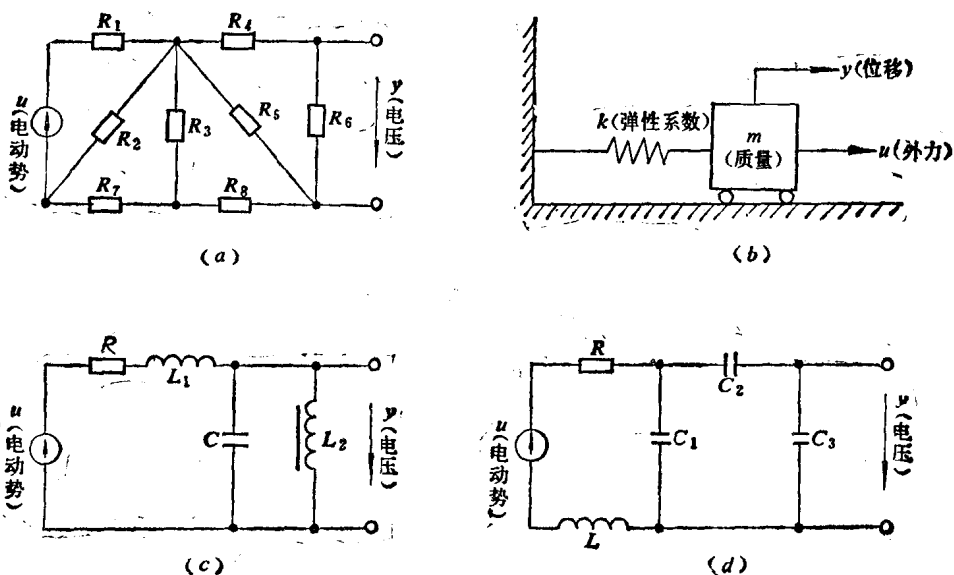


图 2-1 物理系统

解 (1) 图2-1(a)所示电路的所有元件都是线性的，故可以判断该系统也是线性的。该系统任何时刻的输入电动势 $u(t)$ 可以唯一地决定同一时刻的输出电压 $y(t)$ ，即满足

$$y(t) = y[t, u(t)]$$

因而它是静态系统且无状态量。

(2) 图2-1(b)所示是个简单的机械运动系统，其中含有储能（动能与势能）元件，且都是线性元件。显然，任何储能元件必定也是记忆元件，故该系统是线性动态系统。

当不知 t_0 时刻的质量 m 的位移和速度时， $t = t_0 + \Delta t$ 时刻的位移 $y(t)$ （输出量）是无法确定的；反之，当已知 t_0 时刻的位移 $x_1(t_0) = y(t_0)$ 和速度 $x_2(t_0) = \frac{d}{dt}y(t_0)$ ，且又知道外施力 $u_{[t_0, t_1]}$ ，则任何时刻的位移 $y(t)$ 就唯一地确定了。

该系统具有两个状态量，可以是质量 m 的位移和速度。

(3) 图2-1(c)所示电路较之图2-1(a)所示电路复杂，它含有三个独立的储能元件，

且其中带铁芯的电感 $L_2 \neq \text{const}$, 是一个非线性元件。当一个系统中只要含有非线性元件, 尽管只有一个, 该系统就属于非线性系统。

我们选择 L_1 、 L_2 上的电流 i_1 、 i_2 和电容 C 上的电压 u_c 作为状态量, 该系统有三个状态量。可以写出三阶非线性状态方程, 用以描述这一系统。

(4) 图2-1(d)是线性电网络系统。由于它含有储能元件, 所以是一个线性动态系统。

可以选择电感 L 上的电流 i_L 、电容上的电压 u_1 、 u_2 、 u_3 作为状态量。但可以看出电压 $\hat{u}_1$ 、 u_2 、 u_3 三者中, 只有两个是独立变量, 因此该系统中只能选择三个状态量。这是因为要求状态量应由最少的一组初始条件组成。

【例 2-2】 试检验由微分方程

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = u(t) \quad (2-1)$$

描述的系统, 属于线性系统(遵循叠加原理)。

解 叠加原理具有两个性质, 即叠加性与均匀性(又称齐次性)。为了方便, 可以分别进行检验。

(1) 检验叠加性

设输入信号为 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$, 所激励出的响应分别为 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$, 由式(2-1)可得

$$\frac{d^2}{dt^2} y_1 + a_1 \frac{d}{dt} y_1 + a_0 y_1 = u_1(t) \quad (2-2)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} y_2 + a_1 \frac{d}{dt} y_2 + a_0 y_2 = u_2(t) \quad (2-3)$$

将式(2-2)与(2-3)相加得

$$\frac{d^2}{dt^2} (y_1 + y_2) + a_1 \frac{d}{dt} (y_1 + y_2) + a_0 (y_1 + y_2) = u_1(t) + u_2(t) \quad (2-4)$$

式(2-4)说明系统对输入信号 $u_1(t) + u_2(t)$ 的响应等于单个输入信号响应之和 $y_1(t) + y_2(t)$ 。即使系数 a_0 、 a_1 是时间 t 的变量, 上述证明依然适用。

(2) 检验均匀性

设输入信号 $u_1(t)$ 增长 α 倍, $u_2(t)$ 增长 β 倍, 则有

$$\frac{d^2}{dt^2} \alpha y_1 + a_1 \frac{d}{dt} \alpha y_1 + a_0 \alpha y_1 = \alpha u_1(t) \quad (2-5)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \beta y_2 + a_1 \frac{d}{dt} \beta y_2 + a_0 \beta y_2 = \beta u_2(t) \quad (2-6)$$

说明系统的响应也分别增长了 α 和 β 倍

最后, 将式(2-5)与式(2-6)叠加起来, 则所施的激励是

$$u = \alpha u_1 + \beta u_2 \quad (2-7)$$

所得到的响应是

$$y = \alpha y_1 + \beta y_2 \quad (2-8)$$

这样，我们就全部证明了叠加原理对该系统的适用性，从而也证明了式(2-1)是线性系统。

【例 2-3】 试从数学观点判断下列各系统是否为线性系统：

$$(1) \quad 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y \frac{dy}{dx} + 3y = 2x^2 \quad (2-9)$$

$$(2) \quad \frac{du}{d\theta} + 2u + u^2 = \sin^3 \theta \quad (2-10)$$

$$(3) \quad t \left(\frac{d^2 v}{dt^2} \right)^2 + 5 \frac{dv}{dt} + t^2 v = e^{-t} \quad (2-11)$$

$$(4) \quad 2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 4y + 5 = 6t \quad (2-12)$$

解 所有系统都应根据叠加原理(叠加性及均匀性)去检验其线性。但有时利用已有的数学知识，可以更快速地作出判断。首先，要搞清方程式的自变量、因变量、激励量，然后考察方程式因变量、激励量的特征。凡有下列情况者属非线性：

- 1) 凡含有因变量(或激励量)的非一次幂项者；
- 2) 凡含有因变量(或激励量)的各阶导数的非一次幂项者；
- 3) 凡含有因变量与激励量(及其各阶导数)之积者；
- 4) 凡含有无变量的常系数项者；
- 5) 凡含有因变量(或激励量)的三角函数、指数、对数等者。

根据上述，本题中四个小题的判断结果可列表如下说明之。

题 号	自 变 量	因 变 量	激 励 量	非线性成分	系 统 性 质
(1)	x	y	$2x^2$	$4y \frac{dy}{dx}$	非线性，定常
(2)	θ	u	$\sin^3 \theta$	u^2	非线性，定常
(3)	t	v	e^{-t}	$\left(\frac{d^2 v}{dt^2} \right)^2$	非线性，时变
(4)	t	y	$6t$	5	非线性，定常

【例 2-4】 给定一机械振荡系统如图2-2所示，试定义一组状态变量，求取系统的状态空间方程。

解 两个相同的质量块 m 的运动方程分别写为

$$m\ddot{y}_1 + ky_1 - k(y_2 - y_1) = 0 \quad (2-13)$$

$$m\ddot{y}_2 + k(y_2 - y_1) + ky_2 = 0 \quad (2-14)$$

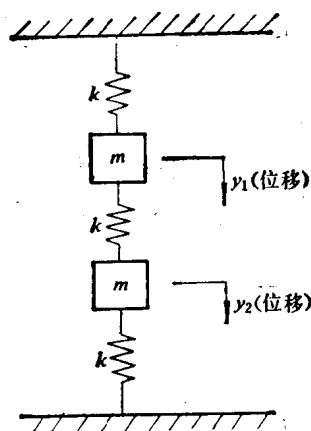


图 2-2 机械振荡系统
k—弹性系数; m—质量

式中 $(y_2 - y_1)$ 为中间弹簧的变形量, 所形成的变形力对于两个质量块的作用方向相反, 因而两式中的符号相反。

我们定义状态变量

$$x_1 = y_1; \quad x_2 = \dot{y}_1; \quad x_3 = y_2; \quad x_4 = \dot{y}_2$$

于是得到

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{y}_1 = -\frac{2k}{m}y_1 + \frac{k}{m}y_2 = -\frac{2k}{m}x_1 + \frac{k}{m}x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \ddot{y}_2 = -\frac{2k}{m}y_2 + \frac{k}{m}y_1 = -\frac{2k}{m}x_3 + \frac{k}{m}x_1$$

由此得

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{2k}{m} & 0 & \frac{k}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m} & 0 & -\frac{2k}{m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2-15)$$

即 $\dot{x} = Ax$

式 (2-15) 是零输入线性系统, 又称自由系统, 只有给定了初始状态 $x(0) \neq 0$ 的情况才能产生振荡运动。

【例 2-5】某电网络如图 2-3 所示, 图中标出了输入量 u , 输出量 y 以及电压 x_1 、 x_2 和 x_3 , 这些均可作状态量选取对象, 试建立该系统的状态空间方程。

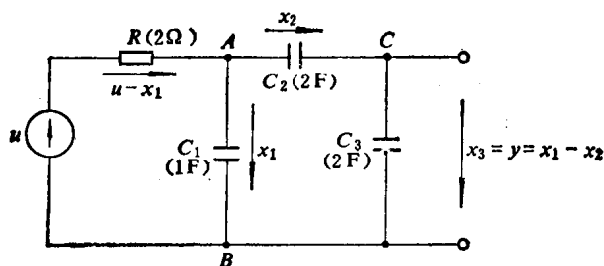


图 2-3 电网络图

解 1) 取 x_1 和 x_2 作为状态变量 (因为 x_3 为非独立变量), 对节点 A 使用基尔霍夫第一定律有

$$\frac{u - x_1}{R} = C_1 \frac{dx_1}{dt} + C_2 \frac{dx_2}{dt}$$

将电阻、电容值代入上式得

$$\frac{u-x_1}{2} = \dot{x}_1 + 2\dot{x}_2 \quad (2-16)$$

再对节点C使用基尔霍夫第一定律有

$$C_1 \frac{dx_1}{dt} = C_2 \frac{d}{dt}(x_1 - x_2)$$

将电容值代入后得

$$2\dot{x}_2 = 2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (2-17)$$

由式(2-16)和(2-17)可得

$$\dot{x}_1 = \frac{u-x_1}{2} - 2\dot{x}_2 = \frac{u}{4} - \frac{x_1}{4} \quad (2-18)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{2}\dot{x}_1 = \frac{u}{8} - \frac{x_1}{8} \quad (2-19)$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{8} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} \end{bmatrix} u \quad (2-20)$$

而且根据所给定输出量有

$$y = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

这是二阶定常动态系统方程。由于状态变量的非唯一性，还可以取另外一组状态变量，例如 x_2 和 x_3 ，下面进行推导。

2) 取 x_2 与 x_3 为状态变量，对于上述同一系统，利用方程式(2-16)

$$\frac{u-x_1}{2} = \dot{x}_1 + 2\dot{x}_2$$

因为

$$x_1 = x_2 + x_3$$

得到

$$2\dot{x}_2 = \frac{u-x_1}{2} - \dot{x}_3 - \dot{x}_2$$

化简得

$$3\dot{x}_2 = \frac{u}{2} - \frac{x_1}{2} - \frac{x_2}{2} - \dot{x}_3 \quad (2-22)$$

由式(2-17)有

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 - \dot{x}_3 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3 - \dot{x}_3 = \dot{x}_3 \quad (2-23)$$